

Σταθές Ψαλίδας

Πέμπτη, 1 Φεβρουαρίου 2024 6:39 πμ

1. Έστω f : παραγωγίσιμη $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(4-x)}{x-2} = 128$$

α. νδο $f'(2) = 64$

β. Έστω ότι ισχύει: $f'(x) = \frac{1}{x} f(x)$ $\forall x > 0$.

ι) νδο $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $g(x) = \frac{f(x)}{x^4}$ σταθερή

ii) να βρείτε ο τύπος της f .

iii) να βρείτε η εξίσωση της ζ που είναι εφαπτομένη στην $(T): -16x + 2y + 20z = 0$

iv) υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^8 - 12x^4} + x - f(x))$

2. Έστω $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια και $f(x) = 0$ - ισχύει $x^2 f'(x) + \ln x = 1$ $\forall x > 0$

α) να βρείτε ο τύπος της f

β) υπολογίστε i) $\lim_{x \rightarrow 0} f''(x)$ ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \frac{f''(x)}{f'(x)}$

3. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής στο $\mathbb{R}$ και $f(-1) = 2$

$$\text{δίνεται } f'(x) = \begin{cases} 2x-1, & x < 2 \\ 3x^2-4x-1, & x > 2 \end{cases}$$

α. να βρείτε ο τύπος της f

β. νδο $\mu \neq 0$ τέτοιο στο $x_0 = 2$

γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της ζ στο $f(2, f(2))$

4. Έστω f παραγωγίσιμη $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f(x) = 0$ και $x f'(x) + f(x) = \sin x$ $\forall x \in \mathbb{R}$

α. Να βρείτε ο τύπος της f

β. υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

5. Έστω f παραγωγίσιμη $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $f(x) = 0$

$$\text{ισχύει } x e^x f'(x) + e^x f(x) = \sin x - \cos x \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

να βρούμε $\gamma_1, \gamma_2, \dots$

16x14 $x e^x f'(x) + e^x f(x) = \sin x - \cos x$ für alle $x \in \mathbb{R}$
 Na prüfe ich, ob dies eine Dgl ist

6. Es sei f eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(0) = -2$

$$\text{mit } f(x) f'(x) = e^x + x, \quad x \in \mathbb{R}$$

Na prüfe ich, ob dies eine Dgl ist

7. Es sei $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit der Eigenschaft: f ist diffbar mit $f(1) = 0$

$$\text{für } x f'(x) - 2 f(x) = x \quad \text{für } x > 0$$

Na prüfe ich, ob dies eine Dgl ist

8. Es sei f eine Funktion $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit der Eigenschaft

$$f(1) = 1 \text{ und } f'(x) \cdot x - f(x) = x^2 \cdot e^x \quad \text{für } x > 0$$

Na prüfe ich, ob dies eine Dgl ist

Ergebn

9. Es sei $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(1) = 1$ und $f(-1) = 4$ und

$$x^3 f'(x) + x^2 f(x) = 1 \quad \text{für } x \neq 0.$$

Na prüfe ich, ob dies eine Dgl ist

10. Es sei $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(2) = e^{10}$ $f(-2) = e^{-10}$ und $f(x) > 0$ für $x \neq 0$

$$\text{mit } x f'(x) + f(x) \cdot \ln f(x) = 2x f(x) \quad \text{für } x \neq 0$$

Na prüfe ich, ob dies eine Dgl ist

11. Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit der Eigenschaft $f''(x) = f(x)$ für $x \in \mathbb{R}$

in einem Intervall I mit $A(0, f(0))$ tangiert $y = 3x - 1$

a) $f(0)$; $f'(0)$;

b) was ist f ;