

Θα χωριστούμε ως συνιστώσες του παλτού
6- 7 πρς βρισκων ελγόνε)
αναφορ πρ τη μορφή της παραστάσεως του παλτού

3) $ax^2 + bx + c$

(3 φορ - ολητική μορφή)

2) $ax^2 + b$

(2 φορ - ελλειπτική μορφή)

1) $ax^2 + c$

(2 φορ - ελλειπτική μορφή)

Παρατηρώντας ελλείψαντες συνιστώσες της ως παραστάσεως (1)

$$ax^2 + c > 0$$

λύνε
 $3x^2 - 12 > 0$

Είκοι
 $3x^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow$
 $3x^2 > 12 \Leftrightarrow$
 $x^2 > 4 \Leftrightarrow$
 $\sqrt{x^2} > \sqrt{4} \Leftrightarrow$
 $|x| > 2 \Leftrightarrow$
 $x < -2 \vee x > 2$



λύνε
 $3x^2 + 12 > 0 \Leftrightarrow$
 $3x^2 > -12 \Leftrightarrow x^2 > -4$

$x \in \mathbb{R}$
(16x6 νοητά)



λύνε
 $3x^2 + 12 < 0 \Leftrightarrow$
 $3x^2 < -12 \Leftrightarrow x^2 < -4$

$x \notin \mathbb{R}$
(αδύνατο)

ο πρώτος γινόμενος - αλγεβρικός

ο δεύτερος γινόμενος ελλειπτικός
αναγνωρίζω αν η συνιστώσα
θα είναι αδύνατη ή δυνατή
να λυθεί

ο αν μπορεί να λυθεί
αποκλειστικά, πορρω
αποκλειστικά και αν
 $|x| < 2$ ή $|x| > 2$ (970)

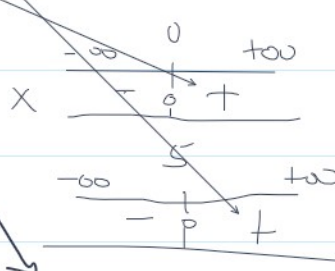
Παρατηρώντας ελλείψαντες συνιστώσες της της παραστάσεως (2)

$$ax^2 + bx \geq 0$$

λύνε $x^2 - 5x < 0$

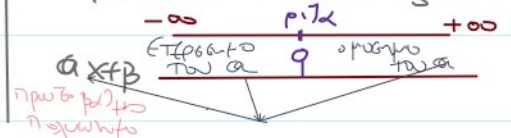
Είκοι $x^2 - 5x < 0 \Leftrightarrow x(x-5) < 0$

	$-\infty$	0	5	$+\infty$
x	-	0	+	+
$x-5$	-	-	0	+
$x(x-5)$	+	-	0	+

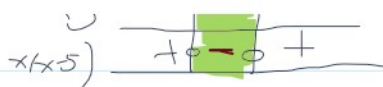


ο παραγοντισμός

ο βρίσκω το ηρόντο (κατά)
παραστάσεως παραγοντά
πρ πινεται ως εξής:



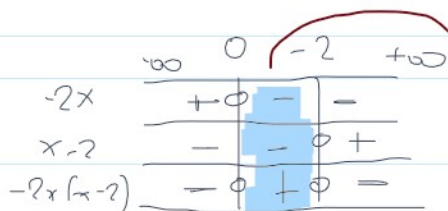
ο το ποσότητα που πινεται
6- ελλειπτική μορφή



Δα $x(x-5) < 0 \Rightarrow 0 < x < 5$

να λυθί
 $-2x^2 + 4x > 0$

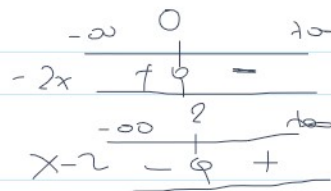
Είναι $-2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow -2x(x-2) > 0$



Δα $-2x^2 + 4x > 0 \Rightarrow 0 < x < 2$

ο το ποσότητα των παραγόμενων
 6- είναι η παραγωγή

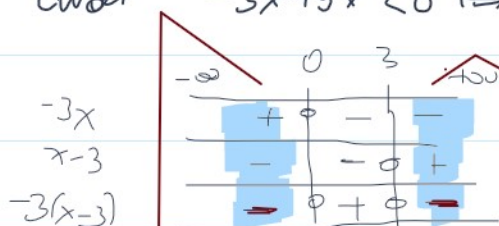
ο ποσότητα των καπνών
 6- είναι η κατανάλωση καπνών
 και η κατανάλωση καπνών είναι η παραγωγή.



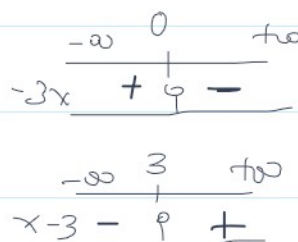
να λυθί

$-3x^2 + 9x < 0$

Είναι $-3x^2 + 9x < 0 \Leftrightarrow -3x(x-3) < 0$



Δα $-3x^2 + 9x < 0 \Rightarrow x < 0 \text{ ή } x > 3$



ΘΕΩΡΙΑ.

3) Η λύση του προβλήματος είναι $ax^2 + bx + c$.

(η λύση του προβλήματος είναι η λύση του $ax^2 + bx + c > 0$ ή $ax^2 + bx + c < 0$)

Πρόβλημα είναι : Η παραγωγή του πρώτου

Μέθοδος βελτιστοποίησης παραγωγής

$ax^2 + bx + c < 0$

$$ax^2+bx+\gamma = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{\gamma}{a} \right) = a \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \frac{\gamma}{a} \right) =$$

*επίσης
αναπαράσταση*

$$= a \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \frac{\gamma}{a} \right) = a \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{\gamma}{a} \right) =$$

*Διπλασιασμός
πρώτου*

*η ολοκλήρωση
των όρων που γίνονται
ένα ως προς το γινόμενο
της α και β*

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4a\gamma}{4a^2} \right) =$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right) \quad (1)$$

()²

$$\text{γιατί } \Delta = b^2 - 4a\gamma$$

① $\Delta > 0$ τότε $\Delta = \sqrt{\Delta}$ οπότε $\sim (1)$

$$ax^2+bx+\gamma = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\sqrt{\Delta}}{4a^2} \right) = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right)^2 \right) =$$

$a^2 - b^2 - (2-b)(2+b)$

$$a \left(\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \right) = a \left(x + \frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(x - \frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a} \right)$$

$$= a(x-x_1)(x-x_2).$$

② $\Delta = 0$

$$\text{οπότε } x_1 = x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

† ① γινα $ax^2+bx+\gamma = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{0}{4a^2} \right) =$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2.$$

③ $\Delta < 0$

† ① γινα

$$ax^2+bx+\gamma = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right)$$

*$\Delta < 0$
 $-\Delta > 0$*

$$2x, 4x^2,$$

0 οργανός συνάρτησης (εξισοτήρηση, ..., εξισοτήρηση, εξισοτήρηση, ...).

• au $\Delta > 0$ ton $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

$$b) \text{ au } y=0 \quad \text{Gek} \quad ax^2+bx+y = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

• $av \Delta < 0$ ତେ- $ax^2 + bx + c$ Δ ନ ଗଢ଼ାଏ



अनुसूचित जाति

Παραπληρομνήστε

$$x^2 - 5x + 6.$$

(Δ u n o p e r i t)

$$\alpha = 1 \quad \theta = -5 \quad \gamma = 6$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

$\Delta y \rightarrow 0$

$$x^2 - 5x + 6 = 1(x-3)(x-2)$$

$$12 \log 107 = 1 + 12 \log 11$$

$$x^2 - 20x + 100$$

$$\alpha = 1, \beta = -20, \gamma = 100$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-b}{2a} = -\frac{-20}{2} = 10$$

4. $\Delta = 0$

$$x^2 - 20x + 100 = 1 \cdot (x - 10)^2$$

12/24/2021, 6:14

$$x^2 + x + 1$$

$$a=1 \quad b=1 \quad \gamma=1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$$

$$\text{Let } x^2 + x + 1 \triangleleft R$$

നാമധേയം 90 ക്കു

1. Να μετατρέψετε σε γινόμενα παραγόντων τα τριώνυμα:

i) $x^2 - 3x + 2$

ii) $2x^2 - 3x - 2$.

i) $x^2 - 3x + 2$ ii) $2x^2 - 3x - 2$. (ηλεκτρονικά)

17. Թե՛ս չես կապար քոնա՛ն ղոթխոխոխո՛ւն, չթա՛նա՛ս (Ա. ԿՆՈՍԻՔՆ)

1) Γράφω τον γνωστό τρόπον παραγοντοποίησης τετραωνίου (Διαδοχικά)
 ηρκεσει στο τον προβλητή, όπως θα πωσω:

• Εισαγωγή w α $(6w^2 + 6w + x^2)$

• βρίσκω Δ και

$$\rightarrow \Delta > 0 \quad x_1, x_2 \text{ p.f.s}$$

$$\text{τεταωνίω} = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\rightarrow \Delta = 0 \quad \text{τεταωνίω} = \alpha \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\rightarrow \Delta < 0 \quad \Delta \text{ ω παραγοντοποίηση}$$

$$i) \quad \alpha = 1 \quad \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2} = \frac{1}{2}, 2$$

$$\text{for } x^2 - 3x + 2 = 1(x - 2)(x - 1)$$

$$ii) \quad 2x^2 - 3x - 2$$

$$\alpha = 2 \quad \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 5}{4} = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\text{for } 2x^2 - 3x - 2 = 2(x - 2)(x - (-\frac{1}{2})) = 2(x - 2)(x + \frac{1}{2})$$

$$= (x - 2)(2x + 1).$$

smoothing

2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $\frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x - 2}$

ii) $\frac{2x^2 + 8x - 42}{x^2 - 49}$

iii) $\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x^2 - 5x + 3}$ #w

$$i) \quad \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x - 2} = \frac{(x-2)(x-1)}{2(x-2)(x+\frac{1}{2})}$$

$$= \frac{x-1}{2x+1}$$

$$\Delta_\alpha = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2} = \frac{1}{2}, 2$$

$$\Delta_\eta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25 > 0$$

$$\rightarrow \pm c, 2$$

$$= \frac{-1}{2x-1}$$

$$\text{ii)} \quad \frac{2x^2 + 8x - 42}{x^2 - 49} = \frac{2(x-3)(x+7)}{(x-7)(x+7)} = \frac{2(x-3)}{x-7}$$

$$\Delta_1 = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 5}{4} = \frac{8}{4} = 2 \quad \text{and} \quad \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$a = 2$$

$$\Delta_2 = 8^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-42) = 64 + 84 = 148$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{148}}{2 \cdot 2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{37}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{37}}{2}$$

1. i) Να μετατρέψετε σε γινόμενα παραγόντων τις παραστάσεις:

$$a^2 + ab - 2b^2 \text{ και } a^2 - ab - 6b^2.$$

παιδί μικροπείραμα

ii) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{a^2 + ab - 2b^2}{a^2 - ab - 6b^2}$.

$$\text{i)} \quad a^2 + ab - 2b^2 = (a-b)(a+2b)$$

$$a^2 - ab - 6b^2 = (a-3b)(a+2b)$$

$$\text{ii)} \quad \frac{a^2 + ab - 2b^2}{a^2 - ab - 6b^2} = \frac{(a-b)(a+2b)}{(a-3b)(a+2b)} = \frac{a-b}{a-3b}$$

$$\text{Εστω } x = a \text{ αγνώστους (μεταβλητή)}$$

$$\Delta_1: \quad a = 1 \quad b = -b \quad x = -2b^2$$

$$b^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2b^2) = 9b^2 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{9b^2}}{2 \cdot 1} = \frac{-b \pm 3b}{2} = \frac{2b}{2} = b \quad \text{and} \quad \frac{-4b}{2} = -2b$$

$$\Delta_2: \quad x^2 - bx - 6b^2 \quad a = 1 \quad b = -b \quad x = -6b^2$$

$$\Delta_2 = (-b)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6b^2) = b^2 + 24b^2 = 25b^2 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-b) \pm \sqrt{25b^2}}{2 \cdot 1} = \frac{b \pm 5b}{2} = \frac{6b}{2} = 3b \quad \text{and} \quad \frac{-4b}{2} = -2b$$

Ευρείν προβλεψί τω $ax^2 + bx + c$.

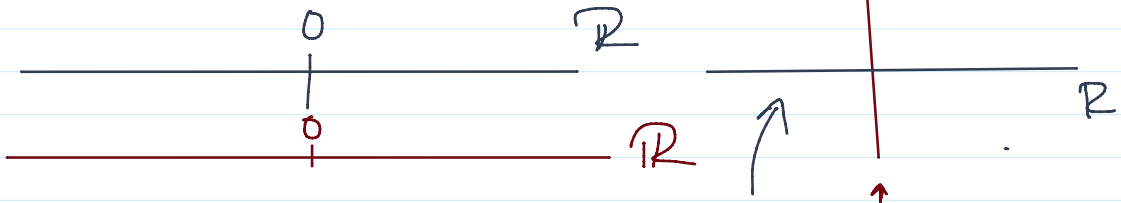
Δοθέντων διαστημάτων του x επιλέγουμε
υπόλοιπα αριθμητικών
αριθμών ή αριθμοί για να
υπάρχει το τριώνυμο όταν
αφαιρεί το πρόβλεψί του
(δύο) οι τιμές που είναι θετικές ή
αρνητικές

Β) ημερομηνία Σημειώ: ένα έτος "καταλείπει"

ω) προ: τω "από" τω τω τω τω
ταυτότητα ω τω τω τω τω

*
Σε έννοια t τω τω τω
πρόβλεψι
• Είναι η τω τω τω
έχει τω τω τω τω
να προβλεψί τω
επιχειρηματολογία
+, - όταν συν τω τω τω
αντιστοιχεί τω τω
πρόβλεψι τω τω
αντιστοιχεί τω τω τω τω

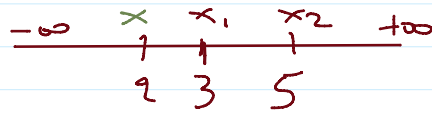
ω) πρὸς τὴν "ἀκμή" τῶν ὑποστηρίξεων τῶν
 ὑποστηρίξεων ὡς ὑποστηρίξεις



ἔστω ax^2+bx+c .

• ὅταν $\Delta > 0$ $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

$x < x_1 < x_2$
 τότε



$x < x_1 \rightarrow x - x_1 < 0$ καὶ $x < x_2 \rightarrow x - x_2 < 0$

ἔστω $a \cdot (-) \cdot (-) \rightarrow$ ἐξέλτεται ἀπὸ αὐτὴν

$x_1 < x < x_2$

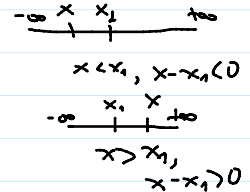


$x - x_1 > 0$
 $x - x_2 < 0$

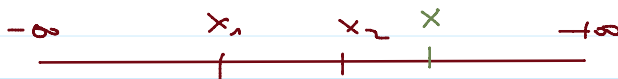
$a \cdot (+) \cdot (-) \rightarrow$ ἀρνητικὸν ἔστω

ἂν εἰς ἀνάπτυξιν τῶν
 ὑποστηρίξεων

$x - x_1$
 π.δ. εἰς τὸ x_1
 ἐστὶν τὸ πρῶτον
 ὑποστηρίξιον
 ὅπου $x - x_1 = 0$



$x_1 < x_2 < x$



$x - x_1 > 0$
 $x - x_2 > 0$

$a \cdot (+) \cdot (+) \rightarrow$ ἐξέλτεται ἀπὸ αὐτῆς.

ax^2+bx+c



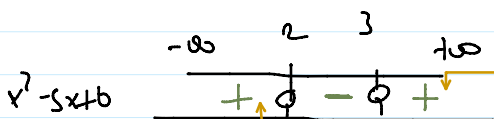
πχ: $x^2-5x+6 > 0$

• ἔστω $\Delta = b^2-4ac = 25-24=1 > 0$

• ἔστω $\alpha = 1 > 0$

• ἔστω π.δ.

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

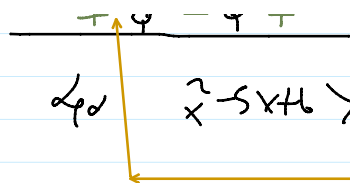


ἔστω $x^2-5x+6 > 0$

• ἔστω ἡμετέρας ἀνάπτυξης

• ἀναγνῶντες τὴν x καὶ τὰ διαστήματα

2.5.20



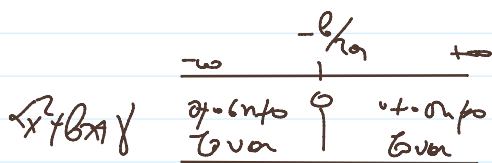
$$x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow$$

$$x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

• διατην το x κωδικοποιώντας

0 αν $\Delta = 0$

$$\text{που } ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \rightarrow \text{προβλεπομεν φερεται στο 0 αν } (+)$$



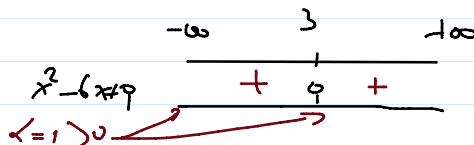
Nx λυθι - λυθι

$$x^2 - 6x + 9 < 0$$

$$a=1 > 0$$

$$\Delta = 36 - 36 = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2} = 3$$



$$\text{Αν } x^2 - 6x + 9 < 0 \Leftrightarrow x \notin \mathbb{R}$$

συμπερασμα:

91. αν η κωδικοποιηση ηταν $x^2 - 6x + 9 > 0$
η αναμενουμε οτι ηταν:

$x \neq 3$

92. αν η κωδικοποιηση ηταν $x^2 - 6x + 9 > 0$
η αναμενουμε οτι ηταν $x \in \mathbb{R}$

93. αν η κωδικοποιηση ηταν $x^2 - 6x + 9 \leq 0$
η αναμενουμε οτι ηταν $x = 3$.

0 αν $\Delta < 0$ τότε το φερεται

$$ax^2 + bx + c = a \left(\underbrace{\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2}_{+} - \frac{\Delta}{4a^2} \right) \text{ αν } \Delta < 0, -\Delta > 0$$

4α η η οβελιη

$$-\frac{\Delta}{4a^2} > 0 \text{ που οφειτε στο } \Delta < 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} > 0$$

(το ενα εστι οτι η αναμενουμε οτι ηταν)

4. Το πρόβλημα εξετάζεται που α) α

$$ax^2 + bx + c \quad \begin{array}{c} -\infty \quad \quad \quad +\infty \\ \hline \text{απόλυτο} \\ \hline \end{array}$$

Για τις τιμές α, β, γ

α. $-x^2 + x - 1 < 0$

β. $-x^2 + x - 1 > 0$

$a = -1 < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(-1)(-1) = 1 - 4 = -3 < 0$

$$-x^2 + x - 1 \quad \begin{array}{c} -\infty \quad \quad \quad +\infty \\ \hline - \\ \hline \end{array}$$

α. $-x^2 + x - 1 < 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

β. $-x^2 + x - 1 > 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$

Συνεπώς

πρόβλημα $ax^2 + bx + c$:

ο έλεγχος α

ο έλεγχος β

(καταγράφω αν υπάρχει)

ο έλεγχος γ

ο έλεγχος δ

$\Delta > 0$ $ax^2 + bx + c$

$$\begin{array}{c} -\infty \quad x_1 \quad x_2 \quad +\infty \\ \hline \text{ομοεπίσημο} \quad \text{ετερόσημο} \quad \text{ομοεπίσημο} \\ \text{α} \quad \text{α} \quad \text{α} \end{array}$$

$\Delta = 0$ $ax^2 + bx + c$

$$\begin{array}{c} -\infty \quad -b/2a \quad +\infty \\ \hline \text{ομοεπίσημο} \quad \text{ομοεπίσημο} \\ \text{α} \quad \text{α} \end{array}$$

$\Delta < 0$ $ax^2 + bx + c$

$$\begin{array}{c} -\infty \quad \quad \quad +\infty \\ \hline \text{ομοεπίσημο} \\ \text{α} \end{array}$$

A/

3. Για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε το πρόσημο των τριωνύμων:

i) $x^2 - 2x - 15$

H/W

ii) $4x^2 - 4x + 1$

ii) $4x^2 - 4x + 1$

iii) $x^2 - 4x + 13$

H/W

δίνεται ότι η δυνάμειος δύναμη που είναι στην και η δυνάμειος

$a = 4$
 $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$

$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$

$4x^2 - 4x + 1$

$$\begin{array}{c} -\infty \quad \frac{1}{2} \quad +\infty \\ \hline + \quad 0 \quad + \end{array}$$

$\therefore 11x^2, \dots, 11x + 1$

$$4x^2 - 4x + 1 < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}.$$

$$-x^2 - 4x + 3 < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

Gamma 100 Δ "E/CW" $\rightarrow$ Gamma 100

$$\Delta d \quad x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

H/w 8, 9, 10, 11

Hot Spot

ΔΙΑΦΥΛΛΗΤΗ ΕΞΙΣΩΣΗ 2ου βαθμού

4. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 + 3\lambda x + \lambda + 5 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση:

- i) έχει ρίζες ίσες ii) έχει ρίζες άνισες iii) είναι αδύνατη.

Πρέπει να

"βρούμε" τις τιμές λ οι οποίες ικανοποιούν τις προϋποθέσεις.

ΘΡΑΝΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ.

1η δουλειά: Σχεδιασμός ποια είναι

η μεταβλητή της εξίσωσης (x)

$$\alpha = \lambda \quad \beta = 3\lambda \quad \gamma = \lambda + 5$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 9\lambda^2 - 4\lambda(\lambda + 5) = 9\lambda^2 - 4\lambda^2 - 20\lambda = 5\lambda^2 - 20\lambda$$

i) Πρέπει να $\Delta = 0 \Leftrightarrow 5\lambda^2 - 20\lambda = 0 \Leftrightarrow 5\lambda(\lambda - 4) = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0 \text{ ή } \lambda = 4$
(έχω βρούμε... λύση βρούμε)

ii) Πρέπει $\Delta > 0 \Leftrightarrow 5\lambda^2 - 20\lambda > 0$
(βρούμε αυτών... λύση αυτών)

(πρώτη τα δέχεται
δηλ: έχουν οι ρίζες
για τις οποίες αυτών
2ου)

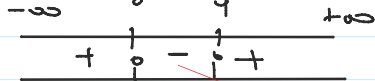
Ενδεχομένως $5\lambda^2 - 20\lambda > 0$

$$\Delta = (-20)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0 = 20^2 = 400$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 0 \\ \lambda = 4 \end{array} \right.$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{400}}{2 \cdot 5} = \frac{20 \pm 20}{10}$$

$5\lambda^2 - 20\lambda$



$$= < 4$$

Αρα $5\lambda^2 - 20\lambda > 0 \Leftrightarrow \lambda < 0 \text{ ή } \lambda > 4$.

iii) Πρέπει $\Delta < 0 \Leftrightarrow 5\lambda^2 - 20\lambda < 0 \Leftrightarrow 0 < \lambda < 4$.

Κατηγορία εκφώνησης όπου ζητάει να

αυτών 2ου βαθμού

- να αληθεύει πάντα (για όλα $\lambda \in \mathbb{R}$)
- να μην αληθεύει ποτέ (για κανένα $\lambda \in \mathbb{R}$)

ανίσωση

και βελού

- "να αληθεύει πάντα (για όλα x)"
- "το πρώτο να διατηρεί η πρόβλεψη πάντα (για όλα x, y)"
- "το πρώτο να είναι πάντα θύμηση ή πάντα λένε"

07α συνήθως σε

$$\Delta < 0$$

5. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η ανίσωση $x^2 + 3\lambda x + \lambda > 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

ήτοι $\Delta < 0$ (ο συντελεστής του x^2 $a=1 > 0$)

$$a=1 \quad b=3\lambda \quad \gamma=\lambda \quad \Delta = 9\lambda^2 - 4 \cdot 1 \cdot \lambda = 9\lambda^2 - 4\lambda$$

Άρα $\Delta < 0 \Leftrightarrow 9\lambda^2 - 4\lambda < 0$ (πάλι ανίσωση στον λ)

$$a=9 \quad b=-4 \quad \gamma=0 \quad \Delta_\lambda = 16 - 4 \cdot 9 \cdot 0 = 16 > 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 9} = \frac{4 \pm 4}{18} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$9\lambda^2 - 4\lambda \quad \begin{array}{c} 0 \quad \frac{4}{9} \\ \hline + \quad - \quad + \end{array}$$

$$\text{οπότε} \quad 9\lambda^2 - 4\lambda < 0 \Leftrightarrow 0 < \lambda < \frac{4}{9}$$

6. Δίνεται το τριώνυμο $(\lambda + 2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda$, $\lambda \neq -2$.

i) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να λύσετε την ανίσωση $\Delta < 0$.

ii) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η ανίσωση $(\lambda + 2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda < 0$, $\lambda \neq -2$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

$$i) \quad a = \lambda + 2, \quad b = -2\lambda, \quad \gamma = 3\lambda$$

$$\Delta = (-2\lambda)^2 - 4(\lambda + 2) \cdot 3\lambda = 4\lambda^2 - 12\lambda^2 - 24\lambda = -8\lambda^2 - 24\lambda$$

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow -8\lambda^2 - 24\lambda < 0 \Leftrightarrow -8(\lambda^2 + 3\lambda) < 0 \quad (\text{θα το λύσω...})$$

βρίσκω διακρίνουσα ως πριν...

$$a=1 \quad b=3 \quad \gamma=0$$

$$\Delta_\lambda = 9 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 9 > 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 3}{2} = \begin{array}{l} -2 \\ 0 \end{array}$$

$$-8(\lambda^2 + 3\lambda) \quad \begin{array}{c} -\infty \quad -2 \quad 0 \quad +\infty \\ \hline - \quad + \quad - \end{array}$$

$$\text{οπότε} \quad -8\lambda^2 - 24\lambda < 0 \Leftrightarrow$$

αφαιρώ
τον
συντελεστή του λ^2 (-1)

$$\lambda < -2 \quad \text{ή} \quad \lambda > 0.$$

επρόσημο του
6ωστήτου $\lambda^2 (-12)$

$$\lambda < -2 \text{ ή } \lambda > 0.$$

ii) $(\lambda+2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda < 0 \quad (\lambda \neq -2) \quad (1)$

ορίζων
ημερολογίου
ως 2 θέσεις

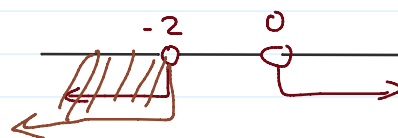
$$\Delta = 4\lambda^2 - 4(\lambda+2) \cdot 3\lambda = -12\lambda^2 - 24\lambda.$$

Αφού η ανίσωση αλγεβρική για κάθε $x \in \mathbb{R}$

πρέπει να $\Delta < 0$ (τα α/β) θα διατηρεί πρόσημο και
επίσης θα πρέπει το πρόσημο
να είναι και το πρόσημο του
ωστήτου των x^2 δηλ $\lambda+2 < 0$

$$\lambda < -2 \quad \left. \begin{array}{l} \Delta < 0 \\ \text{και} \\ \lambda+2 < 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{σημείο/προσημο} \\ \text{πινάκα προσημου} \\ \text{και} \\ \lambda < -2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda < -2 \text{ ή } \lambda > 0 \\ \text{και} \\ \lambda < -2 \end{array} \right.$$

$$\lambda < -2$$



7. Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $(\lambda+1)x^2 - (\lambda+1)x + 1 = 0$

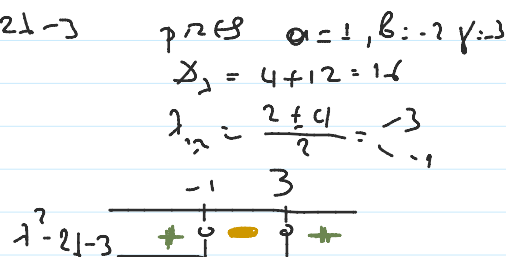
(1)

$$\begin{aligned} \Delta &= \beta^2 - 4\alpha\gamma \\ &= (-(\lambda+1))^2 - 4 \cdot (\lambda+1) \cdot 1 = \lambda^2 + 2\lambda + 1 - 4\lambda - 4 \\ &= \lambda^2 - 2\lambda - 3. \end{aligned}$$

παρατηρούμε για το πρόσημο του $\Delta = \lambda^2 - 2\lambda - 3$

• Αν $\Delta > 0$ δηλ $\lambda < -1$ ή $\lambda > 3$

η (1) θα έχει 2 ρίζες πραγματικές



• αν $\Delta < 0$ δηλ $-1 < \lambda < 3$

η (1) θα έχει 2 ρίζες μιγαδικές

• αν $\Delta = 0$ δηλ $\lambda = -1$ ή $\lambda = 3$

η (1) θα έχει 1 ρίζα διπλή πραγματική

8. Δίνεται το τριώνυμο $(\lambda + 1)x^2 + 4x + \lambda - 2$ με $\lambda \neq -1$. Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε το τριώνυμο:

(α) να είναι πάντα θετικό

(β) να έχει 2 ρίζες άνισες

$$(24) x^2 + 4x + \lambda - 2 \quad \lambda \neq -1 \quad \text{ωστε } \lambda \neq -1$$

α $\lambda \neq -1$ ωστε $(\lambda + 1)x^2 + 4x + \lambda - 2 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

για να διατηρηθεί αρνητικό δηλαδή να παραμένει

πρέπει $\Delta < 0$ και ο συντελεστής του x^2 να είναι θετικός

$$a = \lambda + 1 \quad b = 4 \quad \gamma = \lambda - 2$$

CAMPARI - ΚΟΛΑ

GRU?

THERAPY.

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (\lambda + 1) \cdot (\lambda - 2)$$

$$= 16 - 4(\lambda^2 - \lambda + \lambda - 2) = 16 - 4\lambda^2 + 4\lambda + 8 = -4\lambda^2 + 4\lambda + 24$$

Πρέπει $\Delta < 0$

και

$$\lambda + 1 > 0$$

$$-4(\lambda^2 - \lambda - 6) < 0$$

και

$$\lambda > -1$$

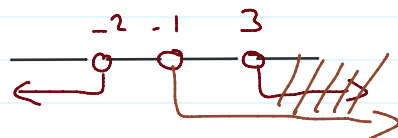
$$\Delta_\lambda = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)$$

$$= 25 > 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2} =$$

$$= \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda < -2 \text{ ή } \lambda > 3 \\ \text{και} \\ \lambda > -1 \end{cases}$$



$$-4(\lambda^2 - \lambda - 6)$$

$$\text{φρα } \lambda > 3.$$

Επιπλέον θα ήταν καλό να αναζητήσουμε

TP/14/3

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 + (2\lambda + 3)x + \lambda - 2 = 0$ (1), με παράμετρο $\lambda \neq -2$.

α) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι: $\Delta = 12\lambda + 25$ (Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \neq -2$, ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 7)

γ) Να εκφράσετε ως συνάρτηση του λ το άθροισμα των ριζών $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο των ριζών $P = x_1 \cdot x_2$. (Μονάδες 4)

δ) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ ώστε για τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης (1) να ισχύει η σχέση: $(x_1 + x_2 - 1)^2 + (x_1 \cdot x_2 + 3)^2 = 0$ (Μονάδες 8)

Λύση

$$a = \lambda + 2 \quad b = 2\lambda + 3 \quad \gamma = \lambda - 2$$

$$\Delta = (2\lambda + 3)^2 - 4(\lambda + 2)(\lambda - 2) =$$

$$= (2\lambda)^2 + 12\lambda + 9 - 4(\lambda^2 - 2) = 4\lambda^2 + 12\lambda + 9 - 4\lambda^2 + 8 = 12\lambda + 17$$

8) ; $\lambda (\lambda \neq -2)$ ώστε $\Delta > 0 \Leftrightarrow (\lambda^2) + 25 > 0 \Rightarrow \lambda > -\frac{25}{12}$

8) $\underbrace{(\lambda+2)}_a x^2 + \underbrace{(2\lambda+3)}_b x + \underbrace{\lambda-2}_c = 0 \quad (1)$, με παράμετρο $\lambda \neq -2$.

Εστω x_1, x_2 ρίζες

$x_1 + x_2 = S = -\frac{b}{2a}$ $x_1 \cdot x_2 = P = \frac{c}{a}$

$S = -\frac{2\lambda+3}{2(\lambda+2)}$ $P = \frac{\lambda-2}{\lambda+2}$, $\lambda \neq -2$.

8) $\lambda = 1$
 $(x_1 + x_2 - 1)^2 + (x_1 \cdot x_2 + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(-\frac{2\lambda+3}{2(\lambda+2)} - 1\right)^2 + \left(\frac{\lambda-2}{\lambda+2} + 3\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(-\left(\frac{2\lambda+3}{2(\lambda+2)} + 1\right)\right)^2 + \left(\frac{\lambda-2+3\lambda+6}{\lambda+2}\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{2\lambda+3+2(\lambda+2)}{2(\lambda+2)}\right)^2 + \left(\frac{4\lambda+4}{\lambda+2}\right)^2 = 0 \Rightarrow \left(\frac{4\lambda+7}{2(\lambda+2)}\right)^2 + \left(\frac{4\lambda+4}{\lambda+2}\right)^2 = 0$

για να είναι το άθροισμα τετραγώνων
 δύο μηδενισμών $= 0$
 η κάθε κλάση μηδενισμός να είναι
 ίσος με 0

$A^2 + B^2 = 0 \Rightarrow A = 0 \quad \text{και} \quad B = 0$

$\Rightarrow \frac{4\lambda+7}{2(\lambda+2)} = 0 \quad \text{και} \quad \frac{4\lambda+4}{\lambda+2} = 0$

$\Rightarrow 4\lambda+7 = 0 \quad \text{και} \quad 4\lambda+4 = 0$

$\lambda = -\frac{7}{4} \quad \text{και} \quad \lambda = -1$
 ΑΔΥΝΑΤΟ

Άρα δε υπάρχει $\lambda \neq -2$ που
 να ικανοποιεί την σχέση

18) ΑΣΚΗΣΗ 4-4952

§4.1

α) Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + 2x + 3 = \alpha$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε για ποιες τιμές του α η εξίσωση $x^2 + 2x + 3 = \alpha$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και
 άνισες. (Μονάδες 6)

ii) Να βρείτε την τιμή του α ώστε η εξίσωση να έχει διπλή ρίζα, την οποία και να προσδιορίσετε.
 (Μονάδες 6)

β) Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 + 2x + 3$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 2$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 7)

ii) Να λύσετε την ανίσωση $\sqrt{f(x)} - 2 \leq 2$. (Μονάδες 6)

α) $x^2 + 2x + 3 = \alpha \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 - \alpha = 0$

$\Delta = 4 - 4(3 - \alpha) = 4\alpha - 8$

↑
 η Δ

(Διότι $\Delta \geq 0$ για $\alpha \geq 2$)

$$a=1 \quad b=2 \quad c=3$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3) = 4 - 12 + 4 = 4 - 8 = -4$$

π
π_π

(d'Alembert's test or
ratio test)
(ε test)

i) $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4x - 8 > 0 \Leftrightarrow 4x > 8 \Leftrightarrow \boxed{x > 2}$

ii) $\Delta = 0 \Leftrightarrow 4x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Leftrightarrow \boxed{x = 2}$

For $\left(\begin{matrix} x \neq 2 \\ x = 2 \end{matrix} \right) \quad x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$

b) $f(x) = x^2 + 2x + 3 \quad x \in \mathbb{R}$

i) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \geq 2$ for all $x \in \mathbb{R}$

$f(x) \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 \geq 0$ for all $x \in \mathbb{R}$.

ii) $\sqrt{f(x)-2} \leq 2 \Leftrightarrow$

$\sqrt{x^2 + 2x + 3 - 2} \leq 2 \Leftrightarrow$

$\sqrt{x^2 + 2x + 1} \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2} \leq 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |x+1| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x+1 \leq 2 \Leftrightarrow$

$-2-1 \leq x \leq 2-1 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$

for all $x \in \mathbb{R}$
for all $x \in \mathbb{R}$
(d'Alembert's test or
ratio test) or
ε test