

Γενικό Λύκειο Μαντουδίου

Α' Λυκείου

2.3 Απόλυτη τιμή - Ασκήσεις

Άσκηση 1: Να υπολογίσετε τις παρακάτω απόλυτες τιμές.

(α) $|-7| =$

(γ) $|19| =$

(ε) $|0| =$

(ζ) $|+\sqrt{2}| =$

(β) $|-19| =$

(δ) $|+7| =$

(στ) $|-\sqrt{3}| =$

(η) $|-3,14| =$

Άσκηση 2: Για ποιους πραγματικούς αριθμούς x ισχύουν οι παρακάτω ισότητες;

(α) $|x| = 3$

(δ) $|x| = 0$

(β) $|x| = 9$

(ε) $|x| = -5$

(γ) $|x| = \sqrt{2}$

(στ) $|x| = 3,14$

Άσκηση 3: Να γραφούν οι παρακάτω παραστάσεις χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

(α) $|\sqrt{2}-3|$

(δ) $|\sqrt{56}-\sqrt{29}| - |\sqrt{29}-\sqrt{56}|$

(β) $|\sqrt{2}-1|$

(ε) $|\sqrt{2}+1| - |-8-\sqrt{2}|$

(γ) $\left|1-\frac{7}{8}\right| - \left|1-\frac{9}{8}\right|$

(στ) $\left|\frac{29}{17}-3\right| + \left|-\frac{29}{17}-1\right|$

Άσκηση 4: Να γραφούν οι παρακάτω παραστάσεις χωρίς την απόλυτη τιμή.

(α) $|x^2|$

(δ) $|-2-x^4|$

(β) $|-x^4|$

(ε) $|x^6+8| - |-9-x^8|$

(γ) $|x^2+5|$

(στ) $|4x-x^2-4|$

Άσκηση 5: Αν $1 < x < 5$, να απλοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις.

(α) $|x-1|$

(γ) $|x-1| - |x-5|$

(β) $|x-5|$

(δ) $|x+2| + |x-7|$

Άσκηση 6: Δίνεται η παράσταση

$$A = |x-1| - |x-2|$$

(α) Για $1 < x < 2$, να αποδείξετε ότι $A = 2x-3$.

(β) Για $x < 1$ να αποδείξετε ότι η παράσταση A έχει σταθερή τιμή (ανεξάρτητη του x), την οποία και να προσδιορίσετε.

(Τ.Θ.Δ.Δ.)

Άσκηση 7: Δίνεται η παράσταση

$$A = |x-1| + |y-3|$$

με x και y πραγματικούς αριθμούς για τους οποίους ισχύει $1 < x < 4$ και $2 < y < 3$. Να αποδείξετε ότι:

(α) $A = x - y + 2$

(β) $0 < A < 4$

(Τ.Θ.Δ.Δ.)

Άσκηση 8: Δίνονται πραγματικοί αριθμοί α και β για τους οποίους ισχύει ότι

$$|\alpha + \beta| = |\alpha - \beta|.$$

Να αποδείξετε ότι τουλάχιστον ένας από τους α και β είναι ίσος με 0.

Άσκηση 9: Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = |2x - 4| \quad \text{και} \quad B = |x - 3|,$$

όπου x είναι πραγματικός αριθμός.

(α) Για κάθε $2 \leq x < 3$ να αποδείξετε ότι:

$$A + B = x - 1.$$

(β) Υπάρχει $x \in [2, 3)$, ώστε να ισχύει $A + B = 2$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Τ.Θ.Δ.Δ.)

Άσκηση 10: Να βρεθεί η απόσταση των παρακάτω αριθμών.

(α) 9 και 13

(δ) -23 και 0

(β) -7 και 2

(ε) 81 και 53

(γ) 8 και 0

(στ) 121 και -19

Άσκηση 11: Να βρεθούν οι τιμές των α και β αν ισχύουν τα παρακάτω:

(α) $|\alpha - 5| + |\beta + 8| = 0$

(β) $|\alpha - 2\beta| + |\beta - 3| = 0$

Άσκηση 12: Έστω $\alpha > 1$.

(α) Να γράψετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς α , α^2 και 1.

(β) Ποιος από τους αριθμούς 1 και α^2 βρίσκεται πλησιέστερα στο α ;

Άσκηση 13: Δίνονται δύο αριθμοί x και y για τους οποίους ισχύουν:

$$|x - 2| < 1 \quad \text{και} \quad |y - 5| < 3.$$

Να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών βρίσκεται κάθε μία από τις παρακάτω παραστάσεις.

(α) $x + y$

(γ) xy

(β) $x - y$

(δ) $x^2 + 5y$

Άσκηση 14: Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει $1 \leq \beta \leq 2$ και $2 \leq \alpha \leq 4$.

(α) (i) Με τη βοήθεια του άξονα των πραγματικών αριθμών να δείξετε ότι η απόσταση των α και β είναι μικρότερη ή ίση του 3.

(ii) Να αποδείξετε αλγεβρικά την απάντηση στο (i) ερώτημα.

(β) (i) Να δείξετε ότι $\frac{\beta}{\alpha} \leq 1 \leq \frac{\alpha}{\beta}$.

(ii) Να βρείτε τους αριθμούς α και β για τους οποίους ισχύει

$$\left| 1 - \frac{\beta}{\alpha} \right| = \left| \frac{\alpha}{\beta} - 1 \right|.$$

(Τ.Θ.Δ.Δ.)