

Γενικό Λύκειο Μαντουδίου
Α' Λυκείου – Άλγεβρα
Ασκήσεις για μια καλή επανάληψη
για το διαγώνισμα του Β' τετραμήνου (Δευτέρα 31 Μαρτίου)

Απλές εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

Άσκηση 1: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

(α) $2x - 1 = 7$

(δ) $3(x - 1) + 8 = 9 - (2x - 5)$

(β) $5x + 2 = 9$

(ε) $3(x - 1) = 3x$

(γ) $3y - 5 = 8 - y$

(στ) $5(x + 1) = 5x + 5$

Επίλυση εξισώσεων με παραγοντοποίηση

Άσκηση 2: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

(α) $x^2(x - 2) + x(x - 2) = 0$

(β) $x(x^2 + 5) - 6x^2 = 0$

(γ) $(x + 3)(x - 1) = (x + 3)(x^2 + 2)$

Εξισώσεις με απόλυτα

Άσκηση 3: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

(α) $|2x + 3| = 5$

(γ) $|x + 3| = |2 - 3x|$

(β) $|5 - 3x| = 8$

(δ) $|x^5 + 4x^3 - 3x + 1| = -5$

Άσκηση 4: Να λυθεί η εξίσωση

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = |2x - 1|$$

Παραμετρικές εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

Άσκηση 5: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$.

(α) $(\lambda - 2)x = 5$

(β) $\lambda(\lambda - 1)x = \lambda$

(γ) $(\lambda - 2)x = \lambda^2 - 4$

Εξισώσεις της μορφής $x^p = a$

Άσκηση 6: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

(α) $x^3 = 27$

(γ) $x^5 = 3$

(ε) $x^4 = -16$

(β) $x^4 = 81$

(δ) $x^3 = -8$

(στ) $x^7 = 0$

Άσκηση 7: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

(α) $(x + 3)^3 = 125$

(β) $(x + 2)^4 - 27(x + 2) = 0$

Εφαρμογή του τύπου της διακρίνουσας

Άσκηση 8: Δίνεται το τριώνυμο $6x^2 - 5x + 1$.

(α) Να βρεθούν οι συντελεστές α, β και γ του τριωνύμου.

(β) Να βρεθεί η διακρίνουσα Δ του τριωνύμου.

(γ) Πόσες ρίζες έχει το τριώνυμο;

(δ) Να βρεθούν οι ρίζες του τριωνύμου (αν έχει).

Η μέθοδος της αντικατάστασης

Άσκηση 9: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

(α) $(x^2 + 5)^2 - 5(x^2 + 5) + 6 = 0$

(β) $(x^3 - 2)^2 - 3(x^3 - 2) + 2 = 0$

Άσκηση 10: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

(α) $x^2 - 8|x| + 12 = 0$

(β) $x^2 + 4|x| - 5 = 0$

Άσκηση 11: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

(α) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

(β) $x^{10} - 2x^5 - 3 = 0$

Οι τύποι του Vieta

Άσκηση 12: Να βρεθούν δύο πραγματικοί αριθμοί με άθροισμα 7 και γινόμενο 5 (αν υπάρχουν).

Άσκηση 13: Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς 3 και $\frac{1}{4}$.

Άσκηση 14: Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{7})x + \sqrt{35} = 0,$$

(για την οποία γνωρίζουμε ότι έχει δύο πραγματικές ρίζες.)

(α) Να βρεθεί το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της εξίσωσης.

(β) Να βρεθούν οι ρίζες της εξίσωσης.

Άσκηση 15: Να λυθεί η εξίσωση

$$x^2 - (7 + \pi)x + 7\pi = 0$$

Παραγοντοποίηση τριωνύμου

Άσκηση 16: Να παραγοντοποιηθούν τα παρακάτω τριώνυμα (αν παραγοντοποιούνται).

(α) $6x^2 - 5x + 1$

(γ) $-x^2 + 2x + 3$

(β) $9x^2 - 6x + 1$

(δ) $3x^2 - 5x + 7$

Άσκηση 17: Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$\frac{3x^2 - 7x + 2}{5x^2 - 9x - 2}$$

Απλές ανισώσεις 1^{ου} βαθμού

Άσκηση 18: Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

(α) $3x + 5 < 0$

(γ) $1 - 5x > 9 + x$

(β) $2x - 3 < 7$

(δ) $2(x - 3) \geq 3 + 5x$

Ανισώσεις με απόλυτα

Άσκηση 19: Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

(α) $|x - 5| \leq 2$

(γ) $|3 - x| \geq 2$

(β) $|3x - 2| > 1$

(δ) $|x^2 + x - 3| \geq -3$

Κοινές λύσεις ανισώσεων

Άσκηση 20: Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων.

$$3x - 2 \leq 7 \quad \text{και} \quad |x - 5| < 3$$

Άσκηση 21: Να βρείτε τότε συναληθεύουν οι παρακάτω ανισώσεις ανισώσεις.

$$1 - 2x > 3 \quad \text{και} \quad |x + 2| \leq 5$$

Άσκηση 22: Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

(α) $3 \leq 2x - 5 < 5$

(β) $1 \leq |x - 5| \leq 3$

Άσκηση 23: Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

(α) $8 \leq |x + 3| \leq 5$

(β) $-1 \leq |3x^2 - 5| \leq 0$

Πρόσημο τριωνύμου

Άσκηση 24: Να βρεθεί το πρόσημο των παρακάτω τριωνύμων για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

(α) $6x^2 - 5x + 1$

(γ) $9x^2 - 6x + 1$

(β) $-x^2 + 5x - 6$

(δ) $7x^2 + 2x + 3$

Ανισώσεις 2^{ου} βαθμού

Άσκηση 25: Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

(α) $6x^2 - 5x + 1 > 0$

(γ) $9x^2 - 6x + 1 > 0$

(β) $-x^2 + 5x - 6 \geq 0$

(δ) $7x^2 + 2x + 3 \leq 0$

Άσκηση 26: Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

(α) $x^2 \leq 5x$

(γ) $x^2 + 5x < 6$

(β) $x^2 + 4 > 4x$

(δ) $3x^2 - 2x \geq 1$

Άσκηση 27: Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων.

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0 \quad \text{και} \quad x^2 + 4x - 5 < 0$$

Άσκηση 28: Να λυθεί η ανίσωση

$$3x + 4 < x^2 + 6 \leq 15$$

Άσκηση 29: Να λυθεί η ανίσωση

$$|x^2 - 7x + 9| \leq 3$$

Παραμετρικές εξισώσεις και ανισώσεις 2^{ου} βαθμού

Άσκηση 30: Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση

$$\lambda x^2 + 5x + \lambda = 0, \quad \lambda \neq 0$$

έχει διπλή ρίζα.

Άσκηση 31: Δίνεται η εξίσωση

$$(\lambda - 6)x^2 - \lambda x + 8 = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

(α) Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση είναι δευτέρου βαθμού.

(β) Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει μία διπλή ρίζα.

(γ) Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες.

Άσκηση 32: Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R} - \{3\}$ για τις οποίες η ανίσωση

$$(\lambda - 3)x^2 + 2\lambda x + 3\lambda \leq 0, \quad \lambda \neq 3$$

αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.