

# Α' Λυκείου - Άλγεβρα

## Ιδιότητες Ανισοτήτων

# Μεταβατική ιδιότητα

Αν  $\alpha > \beta$  και  $\beta > \gamma$ , τότε  $\alpha > \gamma$ .

# Πρόσθεση του ίδιου αριθμού

Μπορούμε να προσθέσουμε και στα δύο μέλη της ανισότητας τον ίδιο αριθμό.

# Πρόσθεση του ίδιου αριθμού

Μπορούμε να προσθέσουμε και στα δύο μέλη της ανισότητας τον ίδιο αριθμό.

Αν  $\alpha > \beta$ , τότε  $\alpha + \gamma > \beta + \gamma$ .

# Πρόσθεση του ίδιου αριθμού

Μπορούμε να προσθέσουμε και στα δύο μέλη της ανισότητας τον ίδιο αριθμό.

Αν  $\alpha > \beta$ , τότε  $\alpha + \gamma > \beta + \gamma$ .

## Παράδειγμα

$$\alpha > \beta \quad \Rightarrow \quad \alpha + 5 > \beta + 5$$

# Διαγραφή κοινού όρου

Μπορούμε να διαγράψουμε κοινούς όρους.

$$\alpha + \gamma > \beta + \gamma$$

# Διαγραφή κοινού όρου

Μπορούμε να διαγράψουμε κοινούς όρους.

$$\alpha + \cancel{\gamma} > \beta + \cancel{\gamma}$$

# Διαγραφή κοινού όρου

Μπορούμε να διαγράψουμε κοινούς όρους.

$$\alpha + \gamma > \beta + \gamma \quad \Rightarrow \quad \alpha > \beta$$

# Πολλαπλασιασμός με τον ίδιο αριθμό

Μπορούμε να πολλαπλασιάζουμε με έναν **θετικό** αριθμό χωρίς να αλλάζει η φορά της ανισότητας.

# Πολλαπλασιασμός με τον ίδιο αριθμό

Μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε με έναν **θετικό** αριθμό χωρίς να αλλάζει η φορά της ανισότητας.

Αν  $\gamma > 0$ , τότε:

$$\alpha > \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$$

# Πολλαπλασιασμός με τον ίδιο αριθμό

Όταν πολλαπλασιάζουμε με έναν **αρνητικό** αριθμό **αλλάζει η φορά** της ανισότητας.

# Πολλαπλασιασμός με τον ίδιο αριθμό

Όταν πολλαπλασιάζουμε με έναν **αρνητικό** αριθμό **αλλάζει η φορά** της ανισότητας.

Αν  $\gamma < 0$ , τότε:

$$\alpha > \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$$

# Πολλαπλασιασμός με τον ίδιο αριθμό

Όταν πολλαπλασιάζουμε με έναν **αρνητικό** αριθμό **αλλάζει η φορά** της ανισότητας.

Αν  $\gamma < 0$ , τότε:

$$\alpha > \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$$

Το «>» έγινε «<»

# Πολλαπλασιασμός με τον ίδιο αριθμό

## Παράδειγμα

$$2 < 3 \quad \Rightarrow \quad (-5) \cdot 2 > (-5) \cdot 3$$

# Πολλαπλασιασμός με τον ίδιο αριθμό

## Παράδειγμα

$$2 < 3 \quad \Rightarrow \quad (-5) \cdot 2 > (-5) \cdot 3$$

δηλαδή  $-10 > -15$ .

# Πολλαπλασιασμός με τον ίδιο αριθμό

## Παράδειγμα

$$2 < 3 \quad \Rightarrow \quad (-5) \cdot 2 > (-5) \cdot 3$$

δηλαδή  $-10 > -15$ .

Αλλάξαμε φορά διότι πολλαπλασιάσαμε με το  $-5$  που είναι αρνητικός αριθμός.

# Διαίρεση με τον ίδιο αριθμό

► Αν  $\gamma > 0$ , τότε:  $\alpha > \beta \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}.$

► Αν  $\gamma < 0$ , τότε:  $\alpha > \beta \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}.$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

Μπορούμε να διαγράψουμε έναν κοινό παράγοντα μόνο **αν είναι θετικός αριθμός**.  
Δηλαδή,

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

Μπορούμε να διαγράψουμε έναν κοινό παράγοντα μόνο **αν είναι θετικός αριθμός**.  
Δηλαδή,

Αν  $\gamma > 0$ , τότε:

$$\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

Μπορούμε να διαγράψουμε έναν κοινό παράγοντα μόνο **αν είναι θετικός αριθμός**.  
Δηλαδή,

Αν  $\gamma > 0$ , τότε:

$$\alpha \cdot \cancel{\gamma} > \beta \cdot \cancel{\gamma} \Rightarrow$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

Μπορούμε να διαγράψουμε έναν κοινό παράγοντα μόνο **αν είναι θετικός αριθμός**.  
Δηλαδή,

Αν  $\gamma > 0$ , τότε:

$$\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \alpha > \beta$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

Αν ο κοινός παράγοντας είναι **αρνητικός αριθμός**, τότε για να διαγραφεί πρέπει να **αλλάξει η φορά** της ανισότητας. Δηλαδή,

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

Αν ο κοινός παράγοντας είναι **αρνητικός αριθμός**, τότε για να διαγραφεί πρέπει να **αλλάξει η φορά** της ανισότητας. Δηλαδή,

Αν  $\gamma < 0$ , τότε:

$$\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

Αν ο κοινός παράγοντας είναι **αρνητικός αριθμός**, τότε για να διαγραφεί πρέπει να **αλλάξει η φορά** της ανισότητας. Δηλαδή,

Αν  $\gamma < 0$ , τότε:

$$\alpha \cdot \cancel{\gamma} > \beta \cdot \cancel{\gamma} \Rightarrow$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

Αν ο κοινός παράγοντας είναι **αρνητικός αριθμός**, τότε για να διαγραφεί πρέπει να **αλλάξει η φορά** της ανισότητας. Δηλαδή,

Αν  $\gamma < 0$ , τότε:

$$\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \alpha < \beta$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

## Παραδείγματα

$$3x > 3y \Rightarrow$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

## Παραδείγματα

$$3x > 3y \quad \Rightarrow \quad x > y$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

## Παραδείγματα

$$3x > 3y \quad \Rightarrow \quad x > y$$

$$(-5)\alpha > (-5)\beta \quad \Rightarrow$$

# Διαγραφή κοινού παράγοντα

## Παραδείγματα

$$3x > 3y \quad \Rightarrow \quad x > y$$

$$(-5)\alpha > (-5)\beta \quad \Rightarrow \quad \alpha < \beta$$

# Σύγκριση αντίστροφων

Αν  $\alpha > 0$  και  $\beta > 0$ , τότε

$$\alpha < \beta \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$$

# Σύγκριση αντίστροφων

Αν  $\alpha > 0$  και  $\beta > 0$ , τότε

$$\alpha < \beta \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$$

Παράδειγμα

$$3 < 5 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{3} > \frac{1}{5}$$

# Πρόσθεση κατά μέλη

Μπορούμε να προσθέσουμε κατά μέλη δύο ανισότητες που έχουν την ίδια φορά.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha > \beta \\ \text{και} \\ \gamma > \delta \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha + \gamma > \beta + \delta$$

# Πρόσθεση κατά μέλη

## Παράδειγμα

$$\left. \begin{array}{l} x > 3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

# Πρόσθεση κατά μέλη

## Παράδειγμα

$$\left. \begin{array}{l} x > 3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x + y >$$

# Πρόσθεση κατά μέλη

## Παράδειγμα

$$\left. \begin{array}{l} x > 3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x + y > 8$$

# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

Μπορούμε να **πολλαπλασιάσουμε κατά μέλη** δύο ανισότητες (με την ίδια φορά) **υπό την προϋπόθεση** ότι όλα τα μέλη είναι **θετικά**.

Αν  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  είναι **θετικοί** αριθμοί, τότε:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha > \beta \\ \text{και} \\ \gamma > \delta \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$$

# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x > 3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x > 3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y >$$

# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x > 3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y > 15$$

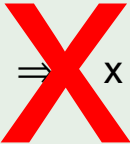
# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x > -3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y > -15$$

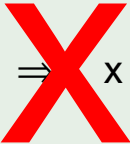
# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x > -3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y > -15$$


# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x > -3 \\ \text{και} \\ y > 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y > -15$$


Δεν μπορώ να πολλαπλασιάσω κατά μέλη γιατί το  $-3$  είναι αρνητικός αριθμός.

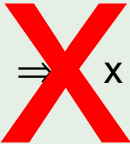
# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x < 3 \\ \text{και} \\ y < 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y < 15$$

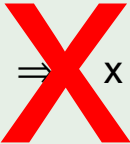
# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x < 3 \\ \text{και} \\ y < 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y < 15$$


# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} x < 3 \\ \text{και} \\ y < 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y < 15$$


Δεν μπορώ να πολλαπλασιάσω κατά μέλη γιατί δεν ξέρω αν τα  $x$  και  $y$  είναι θετικοί αριθμοί.

# Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

## Παραδείγματα

Αν  $x > 0$  και  $y > 0$ , τότε:

$$\left. \begin{array}{l} x < 3 \\ \text{και} \\ y < 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y < 15$$



Για να πολλαπλασιάσουμε κατά μέλη  
πρέπει όλα να είναι θετικά.

⚠ Για να πολλαπλασιάσουμε κατά μέλη πρέπει όλα να είναι θετικά.

⚠ Δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε κατά μέλη δύο ανισότητες.

- ⚠ Για να πολλαπλασιάσουμε κατά μέλη πρέπει όλα να είναι θετικά.
- ⚠ Δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε κατά μέλη δύο ανισότητες.
- ⚠ Δεν μπορούμε να διαιρέσουμε κατά μέλη δύο ανισότητες.

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} 8 > 6 \\ \text{και} \\ 4 > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{8}{4} > \frac{6}{2}$$

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} 8 > 6 \\ \text{και} \\ 4 > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{8}{4} > \frac{6}{2}$$

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} 8 > 6 \\ \text{και} \\ 4 > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{8}{4} > \frac{6}{2}$$

Δεν μπορώ να διαιρέσω κατά μέλη.

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} 8 > 7 \\ \text{και} \\ 6 > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 8 - 6 > 7 - 2$$

## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} 8 > 7 \\ \text{και} \\ 6 > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 8 - 6 > 7 - 2$$


## Παραδείγματα

$$\left. \begin{array}{l} 8 > 7 \\ \text{και} \\ 6 > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 8 - 6 > 7 - 2$$


Δεν μπορώ να αφαιρέσω κατά μέλη.

# Σύγκριση δυνάμεων

Αν  $\alpha, \beta$  είναι **θετικοί** αριθμοί και το  $\nu$  είναι θετικός ακέραιος, τότε:

$$\alpha > \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha^\nu > \beta^\nu$$

# Σύγκριση δυνάμεων

Αν  $\alpha, \beta$  είναι **θετικοί** αριθμοί και το  $\nu$  είναι θετικός ακέραιος, τότε:

$$\alpha > \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha^\nu > \beta^\nu$$

☞ Η παραπάνω ισοδυναμία δεν ισχύει χωρίς την υπόθεση ότι οι  $\alpha$  και  $\beta$  είναι θετικοί. Για παράδειγμα,

$$-1 > -2 \quad \text{αλλά} \quad (-1)^2 < (-2)^2$$

# Σύγκριση δυνάμεων

Αν  $\alpha, \beta$  είναι **θετικοί** αριθμοί και το  $\nu$  είναι θετικός ακέραιος, τότε:

$$\alpha = \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha^\nu = \beta^\nu$$

# Σύγκριση δυνάμεων

Αν  $\alpha, \beta$  είναι **θετικοί** αριθμοί και το  $\nu$  είναι θετικός ακέραιος, τότε:

$$\alpha = \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha^\nu = \beta^\nu$$

☞ Η παραπάνω ισοδυναμία δεν ισχύει χωρίς την υπόθεση ότι οι  $\alpha$  και  $\beta$  είναι θετικοί. Για παράδειγμα,

$$(-1)^2 = (+1)^2 \quad \text{αλλά} \quad -1 \neq 1$$