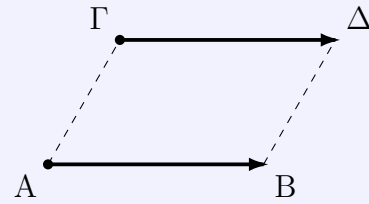


Β' Λυκείου – Μαθηματικά Διανύσματα

Ισότητες διανυσμάτων

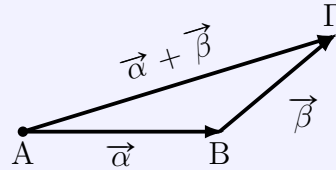
Αν $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$, τότε

- $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{B\Delta}$
- $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{\Delta\Gamma}$
- $\overrightarrow{\Delta B} = \overrightarrow{\Gamma A}$



Άθροισμα διανυσμάτων

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} = \overrightarrow{A\Gamma}$$



Συντεταγμένες διανύσματος με γνωστά άκρα

Για το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$, όπου $A(x_A, y_A)$ και $B(x_B, y_B)$ σημεία του επιπέδου, έχουμε

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \quad \Leftrightarrow$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B, y_B) - (x_A, y_A) \quad \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)}$$

Μέσο ευθυγράμμου τμήματος

Αν $A(x_A, y_A)$ και $B(x_B, y_B)$, τότε για το μέσο $M(x_M, y_M)$ του AB έχουμε

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$$

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}}$$

(διανυσματική ακτίνα μέσου)

$$\boxed{x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}}$$

(συντεταγμένες μέσου)

Μέτρο διανύσματος

Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$ τότε το μέτρο του $\vec{\alpha}$ είναι

$$\boxed{|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

Ειδικότερα, αν $A(x_A, y_A)$ και $B(x_B, y_B)$, τότε

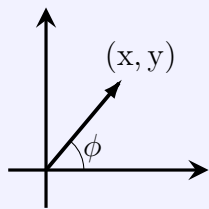
$$\boxed{|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

Συντελεστής διεύθυνσης διανύσματος

Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$ με $x \neq 0$, τότε ο συντελεστής διεύθυνσης του $\vec{\alpha}$ είναι

$$\lambda = \frac{y}{x}$$

☞ Αν $x = 0$ τότε δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης. πχ. για το $\vec{\alpha} = (0, 1)$.

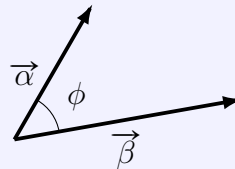


$$\lambda = \tan \phi$$

Εσωτερικό Γινόμενο

Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ορίζεται ως

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \cdot \cos \phi$$



Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ τότε

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$

Συνθήκες Παράλληλίας

Για να είναι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ παράλληλα ($\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$) αρκεί να ισχύει μία από τις ακόλουθες συνθήκες:

- $\vec{\alpha} = k\vec{\beta}$, για κάποιο $k \in \mathbb{R}$ (αν $\vec{\beta} \neq 0$)
- $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$
- $\lambda_{\vec{\alpha}} = \lambda_{\vec{\beta}}$ (αν ορίζονται συντελεστές διεύθυνσης)
- $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \pm |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

Και αντίστροφα, αν $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$ τότε ισχύουν όλα τα παραπάνω.

Συνθήκες Καθετότητας

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1 \quad (\text{αν ορίζονται συντελεστές διεύθυνσης})$$