

## Β' Λυκείου – Μαθηματικά

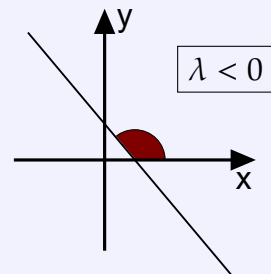
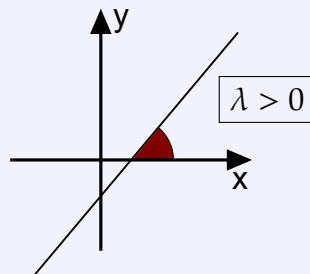
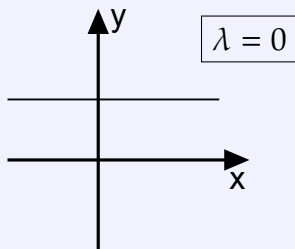
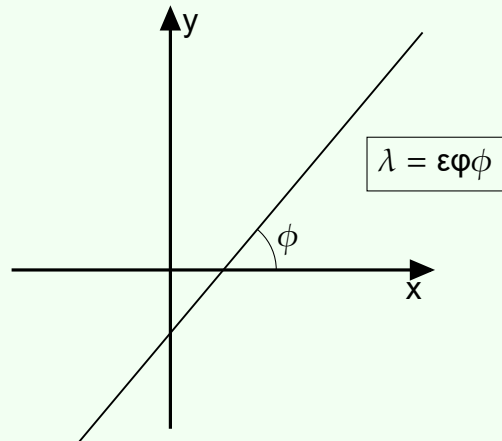
### Η ευθεία στο επίπεδο

#### Ορισμός: Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας

Ο **συντελεστής διεύθυνσης** ή **κλίση** μιας ευθείας είναι η εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα  $x'x$ .

Ο συντελεστής διεύθυνσης συνήθως συμβολίζεται με  $\lambda$ .

☞ Αν μια ευθεία είναι κάθετη στον άξονα  $x'x$ , τότε δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης για την ευθεία αυτή.



#### Υπολογισμός συντελεστή διεύθυνσης

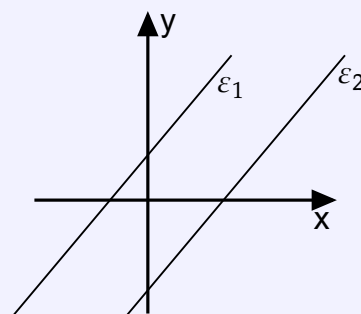
Αν μία ευθεία διέρχεται από τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  τέτοια ώστε  $x_1 \neq x_2$ , τότε για τον συντελεστή διεύθυνσής  $\lambda$  ισχύει

$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

## Συνθήκες καθετότητας και παραλληλίας

Δύο ευθείες είναι παράλληλες αν και μόνο αν έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης (ή αν δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης και για τις δύο ευθείες).

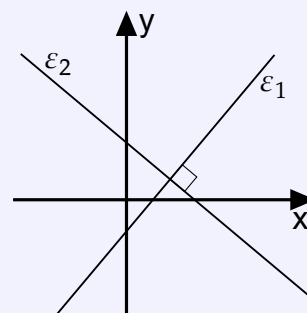
$$\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$



Δύο ευθείες είναι κάθετες αν και μόνο αν το γινόμενο των συντελεστών διεύθυνσής τους είναι ίσο με -1.

Επίσης, οι ευθείες είναι κάθετες αν δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης για τη μία ευθεία και η άλλη έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με 0.

$$\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$



## Εξίσωση ευθείας

Αν μία ευθεία έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  και διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$ , τότε έχει εξίσωση

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0)$$

Αν για την ευθεία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης και διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$ , τότε η εξίσωσή της είναι

$$x = x_0$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι για να βρούμε την εξίσωση μία ευθείας αρκεί να γνωρίζουμε

- τον συντελεστή διεύθυνσής της (αν ορίζεται) και
- ένα σημείο από το οποίο διέρχεται.

☞ Αν γνωρίζουμε δύο σημεία από τα οποία διέρχεται η ευθεία, τότε μπορούμε να βρούμε τον συντελεστή διεύθυνσης και άρα την εξίσωση της ευθείας.

- Αν η ευθεία διέρχεται από τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  με  $x_1 \neq x_2$ , τότε  $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  και η εξίσωση της ευθείας είναι  $y - y_1 = \lambda(x - x_1)$ .
- Αν η ευθεία διέρχεται από τα σημεία  $A(x_0, y_1)$  και  $B(x_0, y_2)$ , τότε δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης και η εξίσωσή της ευθείας είναι  $x = x_0$ .

## Θεώρημα 1: Γενική μορφή εξίσωσης της ευθείας

Κάθε ευθεία του επιπέδου έχει εξίσωση της μορφής

$$Ax + By + \Gamma = 0 \quad \text{με} \quad A \neq 0 \quad \text{ή} \quad B \neq 0$$

και αντιστρόφως, κάθε εξίσωση αυτής της μορφής παριστάνει ευθεία γραμμή.

## Γενική μορφή εξίσωσης της ευθείας – Ιδιότητες

Θεωρούμε την ευθεία

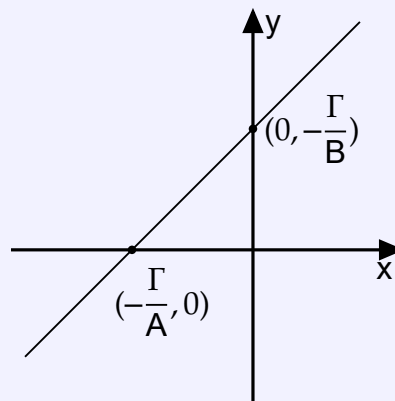
$$Ax + By + \Gamma = 0 \quad \text{με} \quad A \neq 0 \quad \text{ή} \quad B \neq 0.$$

Αν  $B \neq 0$ , τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας είναι

$$\lambda = -\frac{A}{B}$$

Αν  $B = 0$ , τότε δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης και η ευθεία είναι κάθετη στον άξονα  $x'x$ .

Η ευθεία τέμνει το άξονα  $y'y$  στο σημείο  $\left(0, -\frac{\Gamma}{B}\right)$  και τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $\left(-\frac{\Gamma}{A}, 0\right)$ .

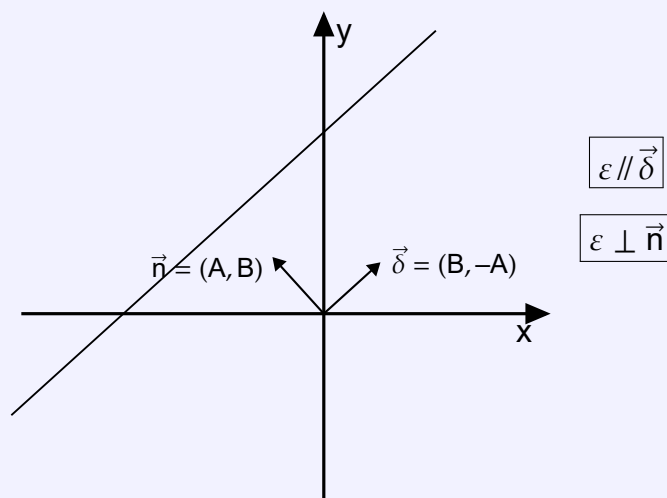


Η ευθεία είναι παράλληλη στο διάνυσμα

$$\vec{\delta} = (B, -A)$$

και κάθετη στο διάνυσμα

$$\vec{n} = (A, B)$$



### Απόσταση σημείου από ευθεία

Η απόσταση ενός σημείου  $M(x_0, y_0)$  από την ευθεία  $\varepsilon$  με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  συμβολίζεται με  $d(M_0, \varepsilon)$  και υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$d(M_0, \varepsilon) = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

### Εμβαδόν τριγώνου

Έστω A, B και Γ τρία μη συνευθειακά σημεία του καρτεσιανού επιπέδου. Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ συμβολίζεται με  $(AB\Gamma)$  και υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})|$$