

Τετάρτη 19/2/2025

Α. ΠΡΟΣΘΕΣΗ - ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΜΕ ΚΟΙΝΟ ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗ

> ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

- ✓ Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε κλασματικές αλγεβρικές παραστάσεις με **ίδιο παρόνομαστή** ενεργούμε όπως ενεργούσαμε όταν είχαμε να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε **ομώνυμα** κλάσματα.
- ✓ Με άλλα λόγια χρησιμοποιούμε τον εξής κανόνα:

$$\bullet \quad \frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma}. \quad (\text{Προφανώς θα πρέπει } \gamma \neq 0)$$

π.χ 1 $\frac{5}{x+2} + \frac{3x-1}{x+2} =$

π.χ 2 $\frac{5x}{x-2} + \frac{10}{2-x} =$

- ✓ Οι παραπάνω κανόνες χρησιμοποιούνται και **αντίστροφα**, δηλαδή:

$$\bullet \quad \frac{\alpha + \beta}{\gamma} = \frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma}. \quad (\text{Προφανώς πάλι θα πρέπει } \gamma \neq 0)$$

π.χ 1 $\frac{3x + 2y}{xy} =$

π.χ 2 $\frac{5(x-2) - (x+1)}{(x-2) \cdot (x+1)} =$

(*) Η παραπάνω διαδικασία λέγεται «ΔΙΑΣΠΑΣΗ» του κλάσματος.

Τετάρτη 19/2/2025

Β. ΠΡΟΣΘΕΣΗ - ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΜΕ ΜΗ ΚΟΙΝΟ ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗ

> ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

- ✓ Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε κλασματικές αλγεβρικές παραστάσεις με **διαφορετικό παρονομαστή** ενεργούμε όπως ενεργούσαμε όταν είχαμε να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε **ετερόνυμα** κλάσματα.

- ✓ Με άλλα λόγια χρησιμοποιούμε τον εξής κανόνα:

$$\bullet \frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\beta}{\delta} = \frac{\alpha\delta + \beta\gamma}{\gamma\delta} \quad (\text{Προφανώς θα πρέπει } \gamma \neq 0 \text{ και } \delta \neq 0)$$

π.χ 1 $\frac{1}{2x} + \frac{5}{3y} =$

π.χ 2 $\frac{1}{3x} - 1 =$

- ✓ Επίσης σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο σας για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε κλασματικές αλγεβρικές παραστάσεις εφαρμόζουμε τη παρακάτω διαδικασία:

- (i) Παραγοντοποιούμε τους παρονομαστές.
- (ii) Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π των παρονομαστών.
- (iii) Βρίσκουμε τα πηλίκια του Ε.Κ.Π με κάθε παρονομαστή.
- (iv) Πολλαπλασιάζουμε τους δύο όρους κάθε κλάσματος με το πηλίκιο του Ε.Κ.Π δια του παρονομαστή του, ώστε να γίνουν ομώνυμα.
- (v) Προσθέτουμε ή αφαιρούμε τα ομώνυμα κλάσματα που προκύπτουν.
- (vi) Εκτελούμε τις πράξεις στον αριθμητή.
- (vii) Απλοποιούμε τη ρητή παράσταση.

Τετάρτη 19/2/2025

➤ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ

1. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες.

α. $\frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{\dots}{\alpha+1} = 1$

β. $\frac{x}{x-1} - \frac{\dots}{1-x} = \frac{2x}{x-1}$

γ. $\frac{\dots}{x} = x + 5 + \frac{2}{x}$

δ. $\frac{2x+3}{x} - \dots + \dots = 5$

➤ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α. Αν $\frac{x^2+x+1}{x} = 3$, τότε

Α. $x + \frac{1}{x} = 3$

Β. $x + \frac{1}{x} = 2$

Γ. $x + \frac{1}{x} = -2$

β. Αν $\frac{x^4-3x^2+4}{x^2} = 5$, τότε

Α. $x^2 + \frac{4}{x^2} = 5$

Β. $x^2 + \frac{4}{x^2} = 7$

Γ. $x^2 + \frac{4}{x^2} = 8$

➤ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α. $\frac{3}{2x} + \frac{x+y}{x^3}$

β. $\frac{\alpha+1}{2\alpha-2} - \frac{\alpha-1}{3\alpha+3} + \frac{5}{6\alpha^2-6}$

γ. $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-2}$

δ. $1 - \frac{x}{x^2-1} - \frac{x-2}{x-x^2}$

Τετάρτη 19/2/2025

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να κάνετε τις πράξεις:

i) $\frac{2}{x} + \frac{3}{y}$

ii) $5 - \frac{3}{\alpha}$

iii) $\frac{x^2 - x + 1}{x + 1} - \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$

iv) $\frac{5}{x^2 y} - \frac{8}{xy^2}$

v) $\frac{x}{x - y} - \frac{y}{x + y}$

vi) $\frac{7}{2x - 8} + \frac{3}{x - 4}$

vii) $\frac{6x}{x - 1} - \frac{5x}{2x - 2} - \frac{7x}{3x - 3}$

viii) $\frac{x + 2}{x} - \frac{x + 1}{x + 3} + 1$

ix) $\frac{1}{\alpha + 1} + \frac{1}{\alpha + 3} - \frac{2}{\alpha + 2}$

x) $\frac{x}{x + 5} - \frac{x}{x^2 - 25}$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Να κάνετε τις πράξεις:

i) $\frac{2}{\alpha - \beta} + \frac{3}{\alpha^2 - \beta^2}$

ii) $\frac{x}{x + 5} - \frac{x}{x^2 - 25}$

iii) $\frac{x}{x - 2} + \frac{x}{x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4}$

iv) $\frac{3}{\alpha^3 - \alpha} + \frac{2}{\alpha^2 + \alpha} + \frac{1}{\alpha^2}$

v) $\frac{x}{x + y} - \frac{1}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x - y}$

vi) $\frac{2\alpha}{\alpha\beta - \beta^2} - \frac{2\beta}{\alpha^2 - \alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{2\alpha\beta}$

vii) $\frac{4x + 3y}{4x^2 - 9y^2} - \frac{1}{2x + 3y} - \frac{1}{2x - 3y}$

viii) $\frac{x}{x^2 + 5x + 4} + \frac{x + 4}{x^2 + x}$

ix) $\frac{-3x^2 + 4}{2x^2 + 5x + 2} + \frac{2x + 1}{x + 2} - \frac{x + 2}{2x + 1}$

x) $\frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 4x + 3} - \frac{2}{x^2 + 5x + 6}$

Τετάρτη 19/2/2025

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να γίνουν οι πράξεις:

i) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)xy$

ii) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\frac{1}{x+y}$

iii) $\left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha}\right)\frac{2\beta}{\alpha^2 - \beta^2}$

iv) $\left(2 - \frac{6}{x+1}\right)\left(1 + \frac{3}{x-2}\right)$

v) $\left(\frac{x}{\alpha} - \frac{y}{\beta}\right) \cdot \left(\frac{y}{\alpha} - \frac{x}{\beta}\right)$

vi) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$

vii) $\left(\frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{y}\right) : \left(\frac{\alpha}{y} - \frac{\beta}{x}\right)$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

i) $\frac{\frac{3}{x}}{x - \frac{1}{x}}$

ii) $\frac{\frac{2}{3} - x}{\frac{3}{2} + x}$

iii) $\frac{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}}{\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}}$

iv) $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}}$

v) $\frac{\frac{x^2 - y^2}{x}}{\frac{x - y}{x}}$

vi) $\frac{\frac{x^2 - y^2}{1}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

vii) $\frac{\frac{x^2 - y^2}{\alpha + \beta}}{\frac{x + y}{\alpha^2 - \beta^2}}$

viii) $\frac{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}}{\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}}$

ix) $\frac{\frac{x^2 + y^2}{xy} + 2}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$

x) $\left(\frac{\alpha+1}{\alpha} - \frac{\alpha}{\alpha-1}\right) \cdot \frac{1}{\frac{\alpha}{\alpha+1} - \frac{\alpha-1}{\alpha}}$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{x+1}{x^2-4}$ και $B = \frac{x-2}{x^2+3x+2}$. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις $A+B$ και $A-B$.

Τετάρτη 19/2/2025

ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ και $B = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2$. Να δείξετε ότι $A \cdot B = (\alpha + \beta)^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Αν είναι $A = \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right) \frac{\alpha + \beta}{\beta}$ και $B = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - \beta^2} - 1$ να δείξετε ότι $A \cdot B = 1$.

ΑΣΚΗΣΗ 8

Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{\alpha - \frac{\alpha - \beta}{1 + \alpha\beta}}{1 + \frac{\alpha(\alpha - \beta)}{1 + \alpha\beta}} = \beta.$$

ΑΣΚΗΣΗ 9

Να αποδείξετε ότι: $\frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha + \beta} - \alpha\beta = (\alpha - \beta)^2$ και στη συνέχεια να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{83^3 + 73^3}{156} - 83 \cdot 73$.

ΑΣΚΗΣΗ 10

Αν $\alpha + \beta = 3$ και $\alpha\beta = 2$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

i) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

ii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$

iii) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$