

1. Στις προεκτάσεις των πλευρών BA , $ΓA$ ενός τριγώνου $ABΓ$ θεωρούμε τμήματα $AD = AB$ και $AE = AΓ$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $BE = ΓD$.

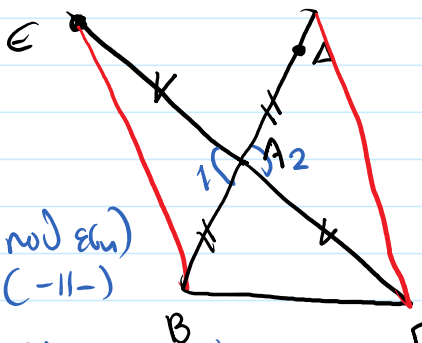
Λύση

Συγκρίνω

$\triangle AEB$	$\triangle A\Gamma D$
$AE = A\Gamma$	(υπόθεση)
$AB = A\Delta$	(- -)
$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$	(κατωκορευτήριον)

$\Pi - \Gamma - \Pi$

$$\triangle AEB \cong \triangle A\Gamma D \Rightarrow BE = \Gamma D$$



2. Σε ισόπλευρο τρίγωνο $ABΓ$ προεκτείνουμε τις πλευρές AB , $ΒΓ$, $ΓA$ και στις προεκτάσεις τους θεωρούμε τμήματα $BK = ΓA = AM$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο KAM είναι ισόπλευρο.

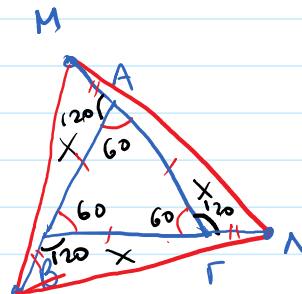
Λύση

Συγκρίνω

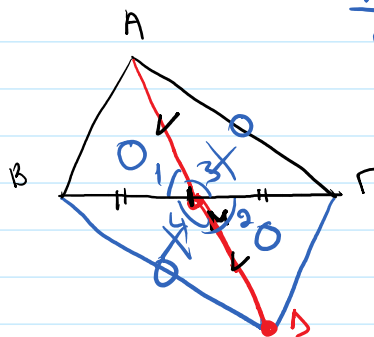
$\triangle AMK$	$\triangle BKL$	$\triangle ΓLM$
AM	BK	$ΓL$
AK	BL	$ΓM$
$\hat{A}_2$	$\hat{B}_2$	$\hat{Γ}_2$

(από κατασκευή των τμημάτων)
 $= 120^\circ$

$$MK = ML = KL \quad \triangle KAM \text{ (60N) } \omega\rho\omega.$$



3. Σε τρίγωνο $ABΓ$ προεκτείνουμε τη διάμεσο AM κατά ίσο τμήμα MA . Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ABΓ$ και $BΓΔ$ είναι ίσα.



$\triangle ABM$	$\triangle M\Gamma D$
$BM = M\Gamma$	
$AM = MD$	
$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$	(κατ')

$$\Rightarrow AB = \Gamma D \quad \textcircled{1}$$

$\triangle AM\Gamma$	$\triangle BMD$
$AM = MD$	
$M\Gamma = BM$	
$\hat{M}_3 = \hat{M}_4$	(κατ')

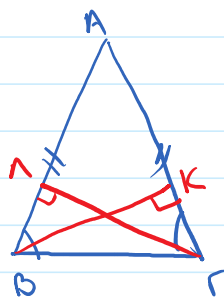
$$\Rightarrow A\Gamma = BD \quad \textcircled{2}$$

① ②, $B\Gamma$ κοινή
 τα τρίγωνα είναι ίσα.

1. Να αποδείξετε ότι τα ύψη ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές του είναι ίσα.

$$\triangle B\Gamma\Lambda \cong \triangle K\Gamma\Lambda \text{ (cong)}$$

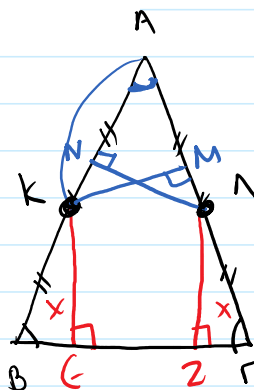
1. Να αποδείξετε ότι τα ύψη ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές του είναι ίσα.



$$\begin{array}{l|l} \triangle & A \\ \hline B\Gamma\Lambda & B\Gamma\kappa \quad (\text{ορθ}) \\ \hline B\Gamma & B\Gamma \quad (\text{κοινύ}) \\ \hat{B} & \hat{\Gamma} \quad (\text{ισοσκελ. τριγ.}) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Υ-οξ.τ.} \\ \rightarrow BK = \Gamma\Lambda \end{array}$$

2. Να αποδείξετε ότι τα μέσα των ίσων πλευρών ισοσκελούς τριγώνου ισαπέχουν:

- από τη βάση,
- από τις ίσες πλευρές.



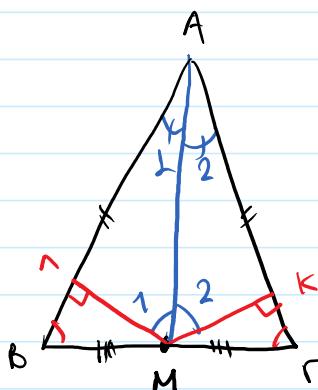
$$\alpha) \begin{array}{l|l} \triangle & \triangle \\ \hline K\beta\epsilon & \Gamma\Lambda\zeta \quad (\text{ορθ}) \\ \hline KB & \Gamma\Lambda \quad (\text{ομοθ}) \\ \hat{B} & \hat{\Gamma} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Υ-οξ.τ.} \\ \rightarrow KE = \Lambda\zeta \end{array}$$

$$\beta) \begin{array}{l|l} \triangle & \triangle \\ \hline K\mu\alpha & \Lambda\eta\alpha \quad (\text{ορθ}) \\ \hline AK & \Lambda\Lambda \quad (\text{ομοθ}) \\ \hat{A} & \hat{A} \quad (\text{κοινύ}) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Υ-οξ.τ.} \\ \rightarrow KM = N\Lambda \end{array}$$

1. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και M το μέσο της βάσης του $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- το M ισαπέχει από τις ίσες πλευρές του τριγώνου,
- η AM είναι διχοτόμος της γωνίας που σχηματίζουν οι αποστάσεις του M από τις ίσες πλευρές μεταξύ τους.

$$i) \begin{array}{l|l} \triangle & \triangle \\ \hline B\mu\alpha & M\Gamma\kappa \quad (\text{ορθ}) \\ \hline B\mu & M\Gamma \quad (\text{ομοθ}) \\ \hat{B} & \hat{\Gamma} \quad (\text{ισοσκελ. τριγ.}) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Υ-οξ.τ.} \\ \rightarrow KM = \mu\Lambda \end{array}$$



$$\begin{array}{l|l} \triangle & \triangle \\ \hline A\mu\mu & A\mu\kappa \quad (\text{ορθ}) \\ \hline A\mu & A\mu \quad (\text{κοινύ}) \\ \hat{A}_1 & \hat{A}_2 \quad (\text{AM διχοτόμος}) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array}$$