**ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ**.

**35100**. **α**) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης −2x2+10x=12.

**β**) Να λύσετε την εξίσωση =0.

**37178**. Το πάτωμα του εργαστηρίου της πληροφορικής ενός σχολείου είναι ορθογώνιο με διαστάσεις (x+1) m και x m.

 **α**) Να γράψετε με τη βοήθεια του x την περίμετρο και το εμβαδόν του

 πατώματος.

 **β**) Αν το εμβαδόν του πατώματος του εργαστηρίου είναι 90 m2, να βρείτε

 τις διαστάσεις του.

**37181**. Δίνεται η εξίσωση x2−(λ−1)x+6=0, (**1**) με παράμετρο λ∈R.

**α**) Αν η παραπάνω εξίσωση έχει λύση το 1, να βρείτε το λ∈R.

**β**) Για λ=2 να λύσετε την εξίσωση (**1**).

**13028**. Δίνεται η εξίσωση αx2−2αx−2α−2=0, (**1**) με α∈R\*.

**α**) Να βρείτε τις τιμές του α∈R\*, για τις οποίες η εξίσωση (**1**) έχει ρίζα το 3.

**β**) Για α=2 να λύσετε την εξίσωση (**1**).

**1388**. Δίνεται η εξίσωση (8−λ)x2−2(λ−2)x+1=0, με παράμετρο λ∈R.

**α**) Να βρείτε τη τιμή του λ ώστε η εξίσωση να είναι 1ου βαθμού.

**β**) Αν η εξίσωση είναι 2ου βαθμού, να βρείτε τις τιμές του λ ώστε αυτή να έχει μια διπλή ρίζα. Για τις τιμές του λ που βρήκατε, να προσδιορίσετε τη διπλή ρίζα της εξίσωσης.

**γ**) Για τις τιμές του λ∈R που βρήκατε στο ερώτημα (**β**), να δείξετε ότι το τριώνυμο

 (8−λ)x2−2(λ−2)x+1 είναι μη αρνητικό, για κάθε πραγματικό αριθμό x.

**1412**. Δίνεται η εξίσωση (λ2−λ)x2−(λ2−1)x+λ−1=0, (**1**) με παράμετρο λ∈R.

**α**) Να βρεθούν οι τιμές του λ∈R, για τις οποίες η (**1**) είναι εξίσωση 2ου βαθμού.

**β**) Να αποδείξετε ότι για τις τιμές του λ∈R που βρήκατε στο (**α**) ερώτημα η (**1**) παίρνει τη μορφή λx2 –(λ+1)x+1=0.

**γ**) Να αποδείξετε ότι για τις τιμές του λ∈R που βρήκατε στο (**α**) ερώτημα η (**1**) έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες.

**δ**) Να προσδιορίσετε τις ρίζες της (**1**), αν αυτή είναι 2ου βαθμού.

**1440**. Δίνεται το τριώνυμο f(x)=λx2–(λ2+1)x+λ=0, με λ>0.

**α**) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες θετικές για κάθε λ>0.

**β**) Αν οι ρίζες του τριωνύμου είναι τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, τότε:

 **i**) να βρείτε το εμβαδόν του ορθογωνίου.

 **ii**) να βρείτε την περίμετρο Π του ορθογωνίου, ως συνάρτηση του λ>0 και να αποδείξετε ότι Π≥4, για κάθε λ>0.

 **iii**) για την τιμή του λ>0, που η περίμετρος γίνεται ελάχιστη, δηλαδή ίση με 4, τι

 συμπεραίνετε για το ορθογώνιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**34322**. Μία υπολογιστική μηχανή έχει προγραμματιστεί έτσι ώστε, όταν εισάγεται σε αυτήν ένας πραγματικός αριθμός x, να δίνει ως εξαγόμενο τον αριθμό λ που δίνεται από τη σχέση

λ=(2x+5)2−8x, (**1**).

**α**) Αν ο εισαγόμενος αριθμός είναι το −5, ποιος είναι ο εξαγόμενος;

**β**) Αν ο εξαγόμενος αριθμός είναι το 20, ποιος μπορεί να είναι ο εισαγόμενος;

**γ**) Να γράψετε τη σχέση (**1**) στη μορφή 4x2+12x+(25−λ)=0 και στη συνέχεια:

 **i**) να αποδείξετε ότι οποιαδήποτε τιμή και να έχει ο εισαγόμενος αριθμός x, ο εξαγόμενος αριθμός λ δεν μπορεί να είναι ίσος με 5.

 **ii**) να προσδιορίσετε τις δυνατές τιμές του εξαγόμενου αριθμού λ.

**33889**. **α**) Να λύσετε τις εξισώσεις 3x2–14x+8=0, (**1**) και 8x2–14x+3=0, (**2**).

**β**) Ένας μαθητής παρατήρησε ότι οι ρίζες της εξίσωσης (**2**) είναι οι αντίστροφοι των ριζών

 της εξίσωσης (**1**) και ισχυρίστηκε ότι το ίδιο θα ισχύει για οποιοδήποτε ζευγάρι

 εξισώσεων της μορφής: αx2+βx+γ=0, (**3**) και γx2+βx+α=0, (**4**), με α∙γ≠0. Αποδείξτε τον ισχυρισμό του μαθητή, δείχνοντας ότι: Αν ο αριθμός ρ είναι ρίζα της εξίσωσης (**3**) και α∙γ ≠0, τότε:

 **i**) ρ≠0 και **ii**) O  επαληθεύει την εξίσωση (**4**).

**13320**. Θεωρούμε τις εξισώσεις αx2+βx+γ=0, (**1**) και γx2+βx+α=0, (**2**) όπου α, β, γ είναι μη

μηδενικοί ακέραιοι, με α≠γ.

**α**) Να αποδείξετε ότι οι παραπάνω εξισώσεις έχουν το ίδιο πλήθος ριζών.

**β**) Αν ο αριθμός ρ≠0 είναι ρίζα της (**1**), να δείξετε ότι ο  είναι ρίζα της (**2**).

**γ**) Να αποδείξετε, με απαγωγή σε άτοπο, ότι καμία από τις εξισώσεις (**1**), (**2**) δεν μπορεί να έχει

 ως ρίζα τον αριθμό .

**14651**. Οι πλευρές x1, x2 ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι οι ρίζες της εξίσωσης

x2−4x+16=0, με λ>0.

**α**) Να βρείτε:

 **i**) την περίμετρο Π του ορθογωνίου συναρτήσει του λ.

 **ii**) το εμβαδόν Ε του ορθογωνίου.

**β**) Να αποδείξετε ότι Π≥16, για κάθε λ>0.

**γ**) Για ποια τιμή του λ η περίμετρος Π του ορθογωνίου γίνεται ελάχιστη, δηλαδή ίση με 16;

 Τι μπορείτε να πείτε τότε για το ορθογώνιο;

**34327**. **α**) Να λύσετε την εξίσωση x2−3x−4=0, (**1**).

**β**) Δίνονται οι ομόσημοι αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει: α2−3αβ−4β2=0.

 **i**) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός  είναι λύση της εξίσωσης (**1**).

 **ii**) Να αιτιολογήσετε γιατί ο α είναι τετραπλάσιος του β.

**34390**. Δίνεται ορθογώνιο με διαστάσεις κ και λ του οποίου η περίμετρος είναι Π=14 cm και μια διαγώνιος δ=5 cm.

**α**) **i**. Με χρήση της ταυτότητας (κ+λ)2=κ2+2κλ+λ2, να δείξετε ότι

 για το εμβαδόν Ε του ορθογωνίου ισχύει Ε=12 cm2.

 **ii**. Να αιτιολογήσετε γιατί οι τις διαστάσεις κ και λ του

 ορθογωνίου είναι ρίζες της εξίσωσης x2−7x+12=0.

 **iii**. Να βρείτε τις διαστάσεις κ και λ του ορθογωνίου.

**β**) Να δείξετε ότι ένα ορθογώνιο με περίμετρο Π=14 cm πρέπει να

 έχει εμβαδόν Ε≤.

**34544**. Δίνεται η εξίσωση: x2−2λx+4(λ−1)=0, (**1**) με άγνωστο το x και παράμετρο λ∈R.

**α**) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης (**1**) είναι η Δ=(2λ−4)2.

**β**) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης (**1**) για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ .

**γ**) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου λ ο αριθμός x= 2 είναι λύση της

 εξίσωσης (**1**).

**36651**. Δίνεται η εξίσωση x2−2λx+4λ+5=0 με παράμετρο λ∈R.

**α**) Να βρείτε το πλήθος των πραγματικών ριζών της εξίσωσης όταν λ=−2 και όταν λ=3.

**β**) **i**. Να αποδείξετε ότι αν λ=5, τότε η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα.

 **ii**. Να εξετάσετε αν υπάρχει άλλη τιμή του λ, ώστε η εξίσωση να έχει διπλή ρίζα.

**γ**) Αν ισχύει |λ2−4λ−5|=4λ−λ2+5, λ∈R−{−1, 5} να αποδείξετε ότι η εξίσωση δεν έχει

 πραγματικές ρίζες.

**14749**. **α**) **i**. Να βρείτε για ποιες τιμές του x∈R, ορίζεται η παράσταση: Α=.

 **ii**. Για τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση Α, να δείξετε ότι A=.

**β**) Για x<0, να λύσετε την εξίσωση: x+2.

**14578**. **α**) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η παράσταση Π= έχει νόημα

 πραγματικού αριθμού.

**β**) Για τις τιμές του x που βρήκατε στο **α**) ερώτημα, να λύσετε την εξίσωση =0.