**ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ**

**1**. Δίνεται η εξίσωση (λ2−1)x=(λ+1)(λ+2), με λ∈R.

**α**) Να λύσετε την εξίσωση για λ=1 και για λ=−1.

**β**) Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει μοναδική λύση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή.

**2**. Δίνεται η εξίσωση (α+3)x=α2−9, με παράμετρο α∈R.

**α**) Να λύσετε την εξίσωση στις παρακάτω περιπτώσεις:

 **i**) όταν α=1. **ii**) όταν α=−3.

**β**) Να βρείτε τις τιμές του α, για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να

 προσδιορίσετε τη λύση αυτή.

**3**. Δίνεται η εξίσωση λx=x+λ2−1, με λ∈R.

 **α**) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα (λ−1)x=(λ−1)(λ+1), λ∈R.

 **β**) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την οποία και να βρείτε.

**γ**) Για ποια τιμή του λ η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**4**. Δίνεται η εξίσωση (λ2−9)x=λ2−3λ, με λ∈R, (**1**)

**α**) Επιλέγοντας τρεις διαφορετικές πραγματικές τιμές για το λ, να γράψετε τρεις εξισώσεις.

**β**) Να προσδιορίσετε τις τιμές του λ∈R, ώστε η (**1**) να έχει μία και μοναδική λύση.

**γ**) Να βρείτε την τιμή του λ∈R, ώστε η μοναδική λύση της (**1**) να ισούται με 4.

**5**. Δίνεται η εξίσωση (λ−1)x−2λ+2=0.

**α**) **i**. Να λύσετε την εξίσωση για λ=−2.

 **ii**. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το x=1 είναι ρίζα της εξίσωσης.

**β**) Να βρείτε τις τιμές του λ∈R, για τις οποίες η εξίσωση είναι ταυτότητα.

**6**. Δίνεται η παράσταση: Α=, x≠0, x≠1.

**α**) Να δείξετε ότι A=.

**β**) **i**. Nα βρείτε για ποια τιμή του x η παράσταση A μηδενίζεται.

 **ii**. Μπορεί η παράσταση A να πάρει την τιμή 2; Να αιτιολογήσετε την απάντησή

**7**. Δίνεται η εξίσωση κx+3=2x, με παράμερο κ∈R.

**α**) Να λύσετε την εξίσωση για κ=1 και για κ=3.

**β**) Να αιτιολογήσετε γιατί η εξίσωση είναι αδύνατη για κ=2.

**8**. Δίνεται η εξίσωση (λ−1)x=λ2−1, με παράμετρο λ∈R. (**1**)

**α**) Επιλέγοντας τρεις διαφορετικές τιμές για το λ, να γράψετε τρεις εξισώσεις.

**β**) **i**. Να βρείτε την τιμή του λ∈R, ώστε η (**1**) να έχει μια και μοναδική λύση.

 **ii**. Να βρείτε την τιμή του λ∈R, ώστε η μοναδική λύση της εξίσωσης (**1**) να είναι 4.

**10**. Κάθε περιττός ακέραιος αριθμός α γράφεται στη μορφή α=2k+1, k ακέραιος.

**α**) Να γράψετε τους αριθμούς 3, 5, 7 ως διαφορά τετραγώνων δύο

 ακεραίων.

**β**) **i**) Να αποδείξετε ότι η διαφορά των τετραγώνων δύο διαδοχικών

 ακεραίων ισούται πάντα με έναν περιττό ακέραιο.

 **ii**) Να γράψετε τον αριθμό 2021 ως διαφορά δύο τετραγώνων

 ακεραίων αριθμών.

**γ**) Στο σχήμα τα τετράπλευρα ΑΒΓΔ και ΓΗΡΚ είναι τετράγωνα με

 (ΓΗ)=(ΓΚ)=ν και (ΒΚ)=(ΔΗ)=1. Αν γνωρίζουμε ότι το

 Γραμμοσκιασμένο εμβαδόν είναι ίσο με το εμβαδόν ενός τετραγώνου

 πλευράς 45, να βρεθεί η τιμή του θετικού ακεραίου ν.

**11**. Δίνονται οι παραστάσεις: A=|2x−4| και Β=|x−3|, όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός. **α**) Για κάθε 2≤ x<3 να αποδείξετε ότι Α+Β=x−1.

**β**) Υπάρχει x∈[2,3), ώστε να ισχύει Α+Β=2; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**12**. Δίνεται η παράσταση A=.

**α**) Να δείξετε ότι Α=4.

**β**) Να λύσετε την εξίσωση |x+Α|=1.

**13**. Αν γνωρίζουμε ότι ο x είναι πραγματικός αριθμός με 3≤ x ≤5, τότε:

**α**) Να αποδείξετε ότι x−5≤ 0< x−2.

**β**) Να λύσετε την εξίσωση |x−2|−|x−5|=2.

**14**. Δίνεται η εξίσωση (|α−1|−3)x=α+2, (**1**) με α∈R.

**α**) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση για α=0 και α=5.

**β**) **i**. Να βρείτε για ποιες τιμές του α ισχύει |α−1|=3.

 **ii**. Να λύσετε την εξίσωση (**1**) για τις τιμές του α που βρήκατε στο ερώτημα **β**)**i**.

**15**. Δίνεται η παράσταση K=|x+1|+2, όπου x∈R.

**α**) Να δείξετε ότι K=.

**β**) **i**. Να λυθεί η εξίσωση |x−2|=4.

 **ii**. Να βρείτε την τιμή της παράστασης K, αν ο αριθμός x είναι λύση της παραπάνω εξίσωσης.

**16**. **α**) Να λύσετε την εξίσωση x2−1=0.

**β**) Να βρείτε για ποιες τιμές του x∈R, ισχύει |x|+x=0.

**γ**) Να βρείτε για ποιες τιμές του x∈R, ισχύει |x|+|x2−1|+x=0.