

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

1) Να γίνει η γραφική παράσταση των συναρτήσεων:

$$(\alpha) f(x) = \eta\mu 4x \quad (\beta) g(x) = 2\eta\mu \frac{x}{5} \quad (\gamma) h(x) = -2\sigma\upsilon\nu \frac{2x}{3}$$

$$(\delta) s(t) = 3 - \sigma\upsilon\nu 4t \quad (\epsilon) \varphi(\omega) = \epsilon\varphi 3\omega \quad (\sigma\tau) \sigma(\alpha) = \sigma\varphi \frac{\alpha}{2}$$

2) Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τα ακρότατα και την περίοδο τους:

$$(\alpha) f(x) = -3\eta\mu \frac{x}{8} \quad (\beta) g(x) = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \sigma\upsilon\nu 7x \quad (\gamma) h(x) = -\sigma\upsilon\nu 3 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi x)$$

3) Έστω η συνάρτηση $f(x) = 4\eta\mu \frac{x}{3}$. Ποια είναι η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της; Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

4) Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x) = \alpha^3 \eta\mu(\pi x), \alpha \in \mathbb{R}.$$

(α) Να βρείτε τη περίοδο T της συνάρτησης f .

(β) Αν η f έχει ελάχιστη τιμή $\min f = -8$, να βρείτε:

(i) την τιμή του α

(ii) την μέγιστη τιμή της συνάρτησης f

(γ) Για $\alpha = 2$: Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f , στο διάστημα $[0, T]$.

5) Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x) = (\alpha^2 + 2) \sigma\upsilon\nu(\beta x),$$

όπου α, β πραγματικοί αριθμοί. Αν η f έχει μέγιστη τιμή $\max f = 2$ και περίοδο

$T = \frac{\pi}{2}$, να βρείτε τους α και β .

6) Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ με

$$f(x) = 1 + |\eta\mu x| - \eta\mu x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

7) Αν $3\pi < x_1 < x_2 < 4\pi$, να συγκριθούν οι αριθμοί:

$$\alpha) \eta\mu \frac{x_1}{2} \text{ και } \eta\mu \frac{x_2}{2} \quad \beta) \epsilon\varphi \frac{\pi - x_1}{2} \text{ και } \epsilon\varphi \frac{\pi - x_2}{2}$$

8) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a + b \sin 2x$, $a, b \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε τους αριθμούς a , b ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από τα σημεία $A\left(\frac{\pi}{4}, -1\right)$,

$B\left(-\frac{\pi}{8}, -4\right)$ και κατόπιν να βρείτε την περίοδο της.

9) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \eta \mu x} + \frac{\sin x}{1 + \eta \mu x}$.

α) Να απλοποιήσετε τον τύπο της.

β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της $g(x) = \frac{1 - f(x)}{f(x)}$ σε πλάτος μιας περιόδου.

10) Η ετήσια αυξομείωση της θερμοκρασίας Θ σε βαθμούς Κελσίου ($^{\circ}\text{C}$) στην

Αράχοβα, δίνεται προσεγγιστικά από την συνάρτηση: $\Theta(t) = 20\eta\mu\left[\frac{\pi}{6}(t-3)\right] + 15$

όπου t ο χρόνος σε μήνες. Για $t = 0$ η θερμοκρασία $\Theta(0)$ αντιστοιχεί στην 1^{η} Ιανουαρίου.

α) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $\Theta(t)$, για $0 \leq t \leq 12$.

β) Να βρείτε τη μέγιστη θερμοκρασία και την ημερομηνία που εμφανίστηκε αυτή.