

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ και ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

- 1) Να βρείτε τις ακέραιες ρίζες των εξισώσεων:  
α)  $5x^3 + x - 2 = 0$  β)  $4x^3 - 12x^2 + 5x + 6 = 0$
- 2) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{Z}$  για τις οποίες η εξίσωση  $x^3 + \lambda x^2 + 2 = 0$  έχει μια τουλάχιστον ακέραια ρίζα.
- 4) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 4\alpha x - 20$ . Αν έχει παράγοντες τους  $x-1$  και  $x-2$ ,  
α) να βρεθούν τα  $\alpha, \beta$ ,  
β) να βρεθούν τα σημεία τομής της  $C_P$  με τους άξονες,  
γ) να βρεθεί το διάστημα ή τα διαστήματα για τα οποία η  $C_P$  δεν είναι πάνω από τον άξονα  $x'x$ .
- 5) α) Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ώστε το πολυώνυμο  
$$P(x) = x^4 + (\alpha - \beta)x^3 + 2\alpha x^2 - 5x + 4$$
να έχει παράγοντα το  $(x-1)^2$ .  
β) Να βρεθούν οι ρίζες της  $P(x) = 0$ . γ) Να λυθεί η  $P(x) \leq 0$ .
- 6) Να βρεθούν τα σημεία τομής των αξόνων και της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) = x^3 + 9x^2 + 23x + 15$
- 9) Να βρεθούν τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ , όταν  $f(x) = x^3 - x$  και  $g(x) = 2x + 2$
- 10) Να λυθούν οι ανισώσεις:  
α)  $x^3 + 2x - 3 \geq 0$  β)  $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$  γ)  $x^6 - 64 \geq 0$  δ)  $(x+2)^3 \leq 8x^2 + 16x$
- 11) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$ . Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της  $f$  βρίσκεται:  
α) πάνω από τον άξονα  $x'x$  β) κάτω από τον άξονα  $x'x$ .
- 12) Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = 2x^4 + 15x^2 + 3$  και  $g(x) = 9x^3 + 11x$ . Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της  $f$  βρίσκεται:  
α) πάνω από την γραφική παράσταση της  $g$   
β) κάτω από την γραφική παράσταση της  $g$
- 13) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = -2\lambda^3 x^3 + 4\lambda x^2 - \lambda^2 x + 5$ .  
α) Να βρεθεί ο  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε το  $P(x)$  να έχει παράγοντα το  $x+1$ .  
β) Για τις τιμές του  $\lambda$  που βρέθηκαν, να λυθεί η ανίσωση  $P(x) \geq 0$ .

14) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 3x^3 + 7x^2 + \alpha x + \beta$ .

α) Να βρεθούν τα  $\alpha, \beta$  ώστε το υπόλοιπο της διαίρεσης  $P(x) : (3x-2)$  να είναι  $-2$  και να ισχύει  $P(1) = -1$ .

β) Να λυθεί η ανίσωση  $P(x) > -2$ .

15) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + \alpha x + \beta$ , όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

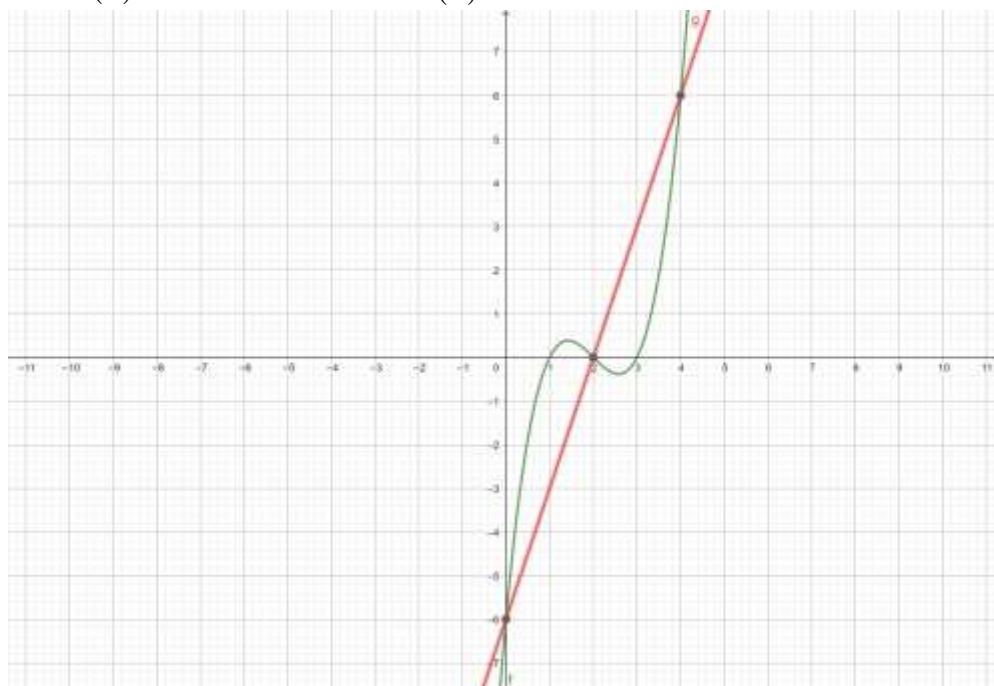
α) Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta$ , αν είναι γνωστό ότι το  $P(x)$  διαιρείται με το πολυώνυμο  $Q(x) = x^2 - 2x + 1$ .

β) Για  $\alpha = 4, \beta = -2$

i. Να κάνετε τη διαίρεση  $P(x) : (x^2 + 5)$  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

ii. Αν  $P(x) = (x^2 + 5)(x^2 - 2x - 6) + 14x + 28$  να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 14(x + 2)$ .

16) Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  με  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ ,  $g(x) = 3x - 6$ .



α) Ποιο σημείο είναι το κέντρο συμμετρίας της  $C_f$ ;

β) Αν η συνάρτηση  $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $\varphi(x) = f(x - c)$  είναι περιττή, βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $c$ .

γ) i) Λύστε γραφικά την εξίσωση  $f(x) = 0$ .

ii) Επιβεβαιώστε αλγεβρικά τις παραπάνω ρίζες.

δ) i) Λύστε γραφικά την ανίσωση  $f(x) > 0$ .

ii) Επιβεβαιώστε αλγεβρικά τις λύσεις της παραπάνω ανίσωσης.

ε) i) Λύστε γραφικά την ανίσωση  $f(x) > g(x)$ .

ii) Επιβεβαιώστε αλγεβρικά τις λύσεις της παραπάνω ανίσωσης.