

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) 2\eta\mu^4 x - 17\sigma\upsilon\nu^2 x + 8 = 0$$

$$\beta) 2\sigma\upsilon\nu^3 x - \eta\mu^2 x - 4\sigma\upsilon\nu x - 2 = 0$$

2. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\alpha) \frac{3x^2 - 1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - x} \geq \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \quad \beta) x^2 + \frac{2}{2x - 1} \geq \frac{1}{x(2x - 1)}$$

$$\gamma) \frac{x + 2}{3x + 1} \geq \frac{x - 2}{2x - 1} \quad \delta) \frac{2x}{x^2 - 4} + \frac{x - 1}{x + 2} \geq 0$$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) x^6 - 3x^3 + 2 = 0 \quad \beta) (3x - 1)^6 + 7(3x - 1)^3 - 8 = 0$$

4. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) \sqrt{9x - 2} = 3x - 2 \quad \beta) \sqrt{3x} - \sqrt{x + 1} = 1 \quad \gamma) \sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 19} = 10$$

$$\delta) \frac{5}{x + \sqrt{x^2 + 5}} - \frac{5}{x - \sqrt{x^2 + 5}} = 6 \quad \epsilon) \sqrt{1 + \frac{9}{x}} + 4\sqrt{\frac{x}{x + 9}} = 4$$

5. Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$

6. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 1$.

7. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{(\alpha + 2)x^2 + (\alpha + 2\beta)x + \gamma - 4}{x^2 + x + 1}$.

i) Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της;

ii) Αν $f(1) = 6$, να βρείτε τις τιμές των α, β, γ για τις οποίες η f είναι μία σταθερή συνάρτηση στο $\mathbb{R}$.

8. Δίνονται τα πολώνυμα $f(x) = 2x^3 + x^2 - x$ και $g(x) = 3x^2 + 2x - 1$. Να λύσετε την εξίσωση $f^4(x) + g^4(x) = 0$.

9. Αν το πολώνυμο $P(x) = \alpha^3 x^4 - \alpha^2 x^3 + \alpha x - 1$ έχει ρίζα τον αριθμό 1, να λύσετε την εξίσωση $\frac{\alpha x}{x - 2\alpha} - \frac{3x^2}{x^2 - 5x + 6} = \frac{\alpha x}{x - 3}$.

10. Δίνεται το πολώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολωνύμου $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x + 1)$ είναι ίσο με 2, τότε να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 4$.

β) Για τις τιμές των α και β του παραπάνω ερωτήματος να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.