

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

1. Δίνεται συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = 2^x$, $x \in \mathbb{R}$.

(α) Να αποδείξετε ότι, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει $f(x^2 + 1) + f(-x^2 - 1) \geq f(1)$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x + 2) + f(2 - x) = 15$

2. Να παραστήσετε γραφικά, στο ίδιο σύστημα αξόνων, τις συναρτήσεις:

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = e^{-x}, \quad h(x) = -e^x, \quad s(x) = -e^{-x}$$

3. Δίνεται συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$. Να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή.

4. Δίνεται συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 5}$.

(α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της.

(β) Να αποδειχθεί ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

(γ) Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες η C_f είναι πάνω από τον άξονα των x' .

(δ) Να βρεθούν τα $x \in \mathbb{R}$, ώστε $f(x) = f(2x)$.

5. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \left(\frac{2-\alpha}{\alpha-3}\right)^x$. Να βρεθούν οι τιμές του α , με α

$\neq 3$, για τις οποίες η f είναι

(α) γν. αύξουσα,

(β) γν. φθίνουσα.

6. Να λυθούν οι εξισώσεις:

(α) $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$

(β) $3\left(\frac{3}{2}\right)^x + 2\left(\frac{2}{3}\right)^x = 5$

(γ) $3^{x+1} - 2^x = 3^{x-1} + 2^{x+3}$

(δ) $2^{2x+1} + 3^{2x+1} = 5 \cdot 6^x$

(ε) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

(στ) $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$

(ζ) $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

(η) $2 \cdot 4^{2x} - 5 \cdot 2^{2x} + 2 = 0$

7. Να λυθούν οι ανισώσεις:

(α) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} < 8$

(β) $\left(\frac{3}{\pi}\right)^x \geq \frac{\pi^2}{9}$

(γ) $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 < 0$

(δ) $2^{\frac{x-1}{x+1}} > 1$

(ε) $e^{x^2} \cdot e^x \leq e^6$

(στ) $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 < 0$

(ζ) $e^{2x} + e^x - 2 > 0$

(η) $\frac{e^x - 1}{e^x + 2} > 0$

(θ) $\frac{e^x - e}{e^x - 1} > 0$

(ι) $\frac{3 \cdot 2^x - 1}{2 \cdot 4^x} > 1$

8. Δίνονται οι συναρτήσεις f και g , με τύπους $f(x) = e^x - e$ και $g(x) = e^{1-x} - 1$.

(α) Να βρεθούν τα κοινά σημεία των γραφικών τους παραστάσεων.

(β) Να βρεθεί οι τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της g .

9. Δίνεται συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = \frac{x-2}{e^x - 1}$.

(α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f .

(β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον άξονα των x .

10. Θεωρούμε τη συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = a \cdot \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$, της οποίας η γραφική

παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(\ln 2, 3)$.

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και να αποδείξετε ότι $a = 1$.

(β) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι περιττή.

(γ) Να λύσετε την εξίσωση $3f(x) = -2e^{-x}$.

(δ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 2$