

Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1) Τι ονομάζεται γραμμική εξίσωση με αγνώστους  $x, y$  και πότε παριστάνει ευθεία;
- A2) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας με συμπληρωμένα τα κενά.
- α) Η εξίσωση  $y=k$  με  $k \neq 0$  παριστάνει μια ..... που είναι ..... στον άξονα ..... και τέμνει τον άξονα ..... στο σημείο .....
- β) Η εξίσωση  $x=k$  με  $k \neq 0$  παριστάνει μια ..... που είναι ..... στον άξονα ..... και τέμνει τον άξονα ..... στο σημείο .....
- γ) Η εξίσωση  $0x+0y=0$  επαληθεύεται για .....

ΘΕΜΑ Β

- B1) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\omega$  με  $\text{συν}\omega \neq 0$  ισχύει  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\text{συν}\omega}$
- B2) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα συμπληρωμένο.

	$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$
ημίτονο			
συνημίτονο			
εφαπτομένη			

## ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

Δίνεται ότι  $\alpha = 2 + \sqrt{3}$  και  $\beta = 2 - \sqrt{3}$

A1) Να υπολογίσετε την παράσταση  $A = \alpha \cdot \beta$

A2) Να υπολογίσετε την παράσταση  $B = \alpha^2 - \beta^2$

A3) Να υπολογίσετε την παράσταση  $\Gamma = \alpha^4 - \beta^4$

### ΘΕΜΑ Β

B1) Να λύσετε το σύστημα 
$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

B2) Αν η λύση  $(x,y)$  του παραπάνω συστήματος επαληθεύει τη σχέση  $a^2x + \beta^2y = \alpha\beta xy$ , να δείξετε ότι  $\alpha = \beta$ .

### ΘΕΜΑ Γ

Στο τρίγωνο  $AB\Gamma$  του διπλανού σχήματος έχουμε  $\Delta E // B\Gamma$ ,  $\Delta E = 12\text{cm}$  και  $B\Gamma = 18\text{cm}$ .

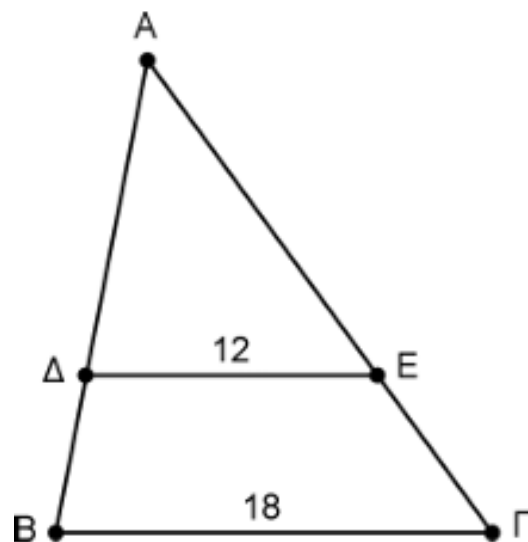
Γ1) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $A\Delta E$  και  $AB\Gamma$  είναι όμοια.

Γ2) Να βρείτε το λόγο ομοιότητας των παραπάνω τριγώνων.

Γ3) Αν το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Delta E$  είναι

$(A\Delta E) = 80\text{ cm}^2$  να βρείτε το εμβαδόν

του τραπέζιου  $B\Delta E\Gamma$ .



Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.

Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΧΧ ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

### ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

#### ΘΕΜΑ Α

A1) Τι λέγεται ρητή αλγεβρική παράσταση;

A2) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας με συμπληρωμένα τα κενά.

α) Οι ..... μια ρητής αλγεβρικής παράστασης δεν μπορούν να πάρουν τιμές που .....τον παρονομαστή της.

β) Για να απλοποιήσουμε μια ρητή αλγεβρική παράσταση εργαζόμαστε ως εξής:

– Παραγοντοποιούμε και τους .....της.

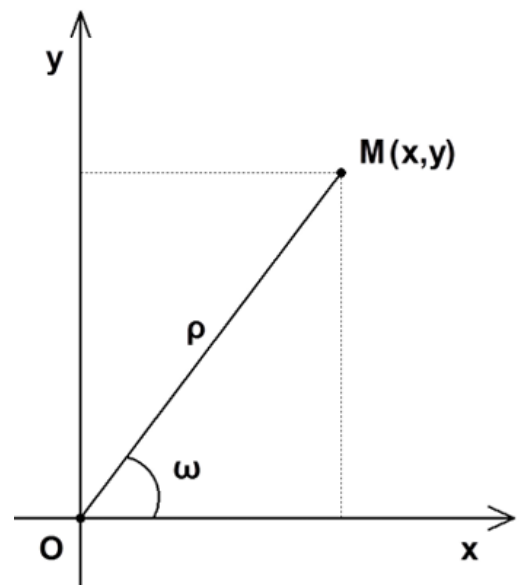
– Διαγράφουμε τους .....των όρων της.

#### ΘΕΜΑ Β

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων  $Oxy$  τοποθετούμε τη γωνία  $\omega$  έτσι ώστε , όπου  $M$  ένα σημείο με συντεταγμένες  $(x,y)$  και  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

B1) Να εκφράσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\eta\mu\omega$ ,  $\sigma\upsilon\nu\omega$  και  $\epsilon\phi\omega$  της γωνίας  $\omega$  συναρτήσει των συντεταγμένων  $(x,y)$  του σημείου  $M$  και του  $\rho$ .

B2) Να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$



## ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

Δίνονται οι παραστάσεις:  $A = \frac{2x^3}{x^4+x^2}$  και  $B = \frac{x^3-x}{x^3+x}$

A1) Να βρείτε τις τιμές της μεταβλητής  $x$  για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις  $A$  και  $B$ .

A2) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις  $A$  και  $B$ .

A3) Να δείξετε ότι  $A^2 + B^2 = 1$

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα  $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \\ (x+1)^2 - y = (x-1)^2 + 2 \end{cases}$

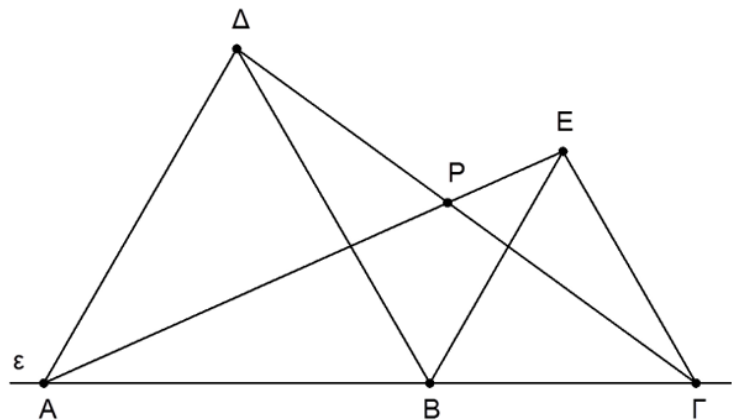
B1) Να κάνετε τις πράξεις και να αποδείξετε ότι το σύστημα γίνεται  $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

B2) Να λύσετε το σύστημα.

B3) Αν οι ευθείες  $\epsilon_1: 2x+4y$ ,  $\epsilon_2: 4x-y=2$  και  $\epsilon_3: 4x+3y=\lambda$  διέρχονται από το ίδιο σημείο τότε να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ .

### ΘΕΜΑ Γ

Σε μια ευθεία  $\epsilon$  παίρνουμε τα διαδοχικά σημεία  $A, B, \Gamma$  έτσι ώστε  $AB \neq B\Gamma$  και κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα  $\Delta AB$  και  $E B \Gamma$  προς το ίδιο μέρος της ευθείας  $\epsilon$  όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Στη συνέχεια φέρνουμε τα ευθύγραμμα τμήματα  $AE$  και  $\Delta \Gamma$  τα οποία τέμνονται στο σημείο  $P$ .



Γ1) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ABE$  και  $\Delta B \Gamma$  είναι ίσα.

Γ2) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ABE$  και  $AP \Gamma$  είναι όμοια.

Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.

Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

A2) Στο διπλανό πίνακα να αντιστοιχίσετε το γράμμα της πρώτης στήλης με έναν αριθμό της δεύτερης στήλης, ώστε να προκύπτει ταυτότητα. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα συμπληρωμένο.

ΣΤΗΛΗ 1	ΣΤΗΛΗ 2
(Α) $(\alpha - \beta)^2$	(1) $\alpha^2 - \beta^2$
(Β) $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$	(2) $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
(Γ) $(\alpha + \beta)^3$	(3) $\alpha^3 + \beta^3$
(Δ) $(\alpha - \beta)^3$	(4) $\alpha^3 - \beta^3$
	(5) $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
	(6) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

A	B	Γ	Δ

ΘΕΜΑ Β

B1) Πότε δύο τρίγωνα είναι ίσα;

B2) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας με συμπληρωμένα τα κενά.

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και ..... γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

β) Αν δυο τρίγωνα έχουν μια πλευρά ίση και ..... στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

γ) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις ..... ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

## ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

Δίνονται οι ρητές αλγεβρικές παραστάσεις  $A = \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$  και  $B = \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$

A1) Να βρείτε τις τιμές της μεταβλητής  $x$  για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις  $A$  και  $B$ .

A2) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις  $A$  και  $B$ .

A3) Να αποδείξετε ότι  $(A + B)^2 - (A - B)^2 = 4$

### ΘΕΜΑ Β

Ένας φίλαθλος για να παρακολουθήσει τους αγώνες μιας ομάδας έχει τις εξής επιλογές:

1η επιλογή: Να πληρώνει 25 ευρώ για κάθε αγώνα που παρακολουθεί.

2η επιλογή: Να πληρώσει 130 ευρώ ως αρχική συνδρομή και για κάθε αγώνα που παρακολουθεί να πληρώνει 12 ευρώ.

B1) α) Αν  $x$  είναι το πλήθος των αγώνων που θα παρακολουθήσει ο φίλαθλος και  $y$  είναι το ποσό που θα πληρώσει, να αποδείξετε ότι οι γραμμικές εξισώσεις που συνδέουν τα  $x$  και  $y$  είναι:

•  $25x - y = 0$  για την 1η επιλογή

•  $12x - y = -130$  για την 2η επιλογή

β) Ποια επιλογή συμφέρει τον φίλαθλο αν παρακολουθήσει 8 αγώνες και ποια αν παρακολουθήσει 15 αγώνες;

B2) Πόσους αγώνες πρέπει να παρακολουθήσει ο φίλαθλος ώστε τα χρήματα που θα πληρώσει να είναι τα ίδια και στις δύο επιλογές και πόσα είναι τα χρήματα αυτά;

### ΘΕΜΑ Γ

Για την οξεία γωνία  $\omega$  ισχύει  $\varepsilon\varphi\omega = \frac{4}{3}$

Γ1) Να αποδείξετε ότι  $3\eta\mu\omega = 4\sigma\upsilon\nu\omega$ .

Γ2) Να βρείτε το  $\eta\mu\omega$  και το  $\sigma\upsilon\nu\omega$ .

Γ3) Να βρείτε τους αριθμούς  $\eta\mu(180^\circ - \omega)$ ,  $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)$  και  $\varepsilon\varphi(180^\circ - \omega)$

**Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.**

**Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.**

Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2016-2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΧΧ ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

### ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

#### ΘΕΜΑ Α

A1) Τι λέγεται μονώνυμο;

A2) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας με συμπληρωμένα τα κενά.

Σε ένα μονώνυμο:

α) Ο αριθμητικός παράγοντας λέγεται .....του μονωνύμου.

β) Το γινόμενο όλων των μεταβλητών του με τους αντίστοιχους εκθέτες τους λέγεται  
..... του μονωνύμου.

γ) Ο εκθέτης μιας μεταβλητής λέγεται .....του μονωνύμου ως προς τη μεταβλητή αυτή.

#### ΘΕΜΑ Β

B1) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\omega$  ισχύει  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

B2) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας με συμπληρωμένα τα κενά.

Για δύο παραπληρωματικές γωνίες  $\omega$  και  $(180^\circ - \omega)$  ισχύουν:

α)  $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

β)  $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

γ)  $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

## ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

Δίνεται η παράσταση  $A = (x + 1)^2 + (x - 3)^2 + (x + 3)(x - 3)$

A1) Να κάνετε τις πράξεις και να δείξετε ότι  $A = 3x^2 - 4x + 1$

A2) Να λύσετε την εξίσωση  $A=0$

### ΘΕΜΑ Β

Ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου με μήκος  $x$  και πλάτος  $y$  έχει εμβαδόν  $E$  τετραγωνικά μέτρα και περίμετρο  $\Pi=80$  μέτρα.

B1) Να αποδείξετε ότι η γραμμική εξίσωση που συνδέει τα  $x, y$  είναι  $x + y = 40$  και να εκφράσετε το εμβαδόν  $E$  του οικοπέδου ως συνάρτηση του μήκους  $x$ .

B2) Να αποδείξετε ότι αν  $E=400$  τότε το οικόπεδο έχει σχήμα τετραγώνου.

B3) Να αποδείξετε ότι ισχύει  $E \leq 400$

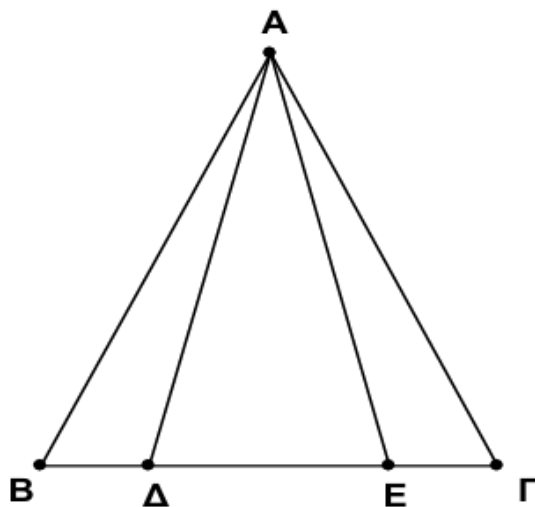
### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με βάση  $AB=AG$ . Στη βάση  $B\Gamma$  παίρνουμε σημεία  $\Delta$  και  $E$  έτσι ώστε  $B\Delta=EG$  όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Γ1) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $AG\epsilon$  και να αποδείξετε ότι είναι ίσα.

Γ2) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.

Γ3) Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις των  $\Delta$  και  $E$  από τις  $AB$  και  $AG$  αντίστοιχα, είναι ίσες.



Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:**

**ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

A1) α) Να γράψετε τη γενική μορφή εξίσωσης 2<sup>ου</sup> βαθμού με έναν άγνωστο καθώς και τον τύπο της διακρίνουσας της εξίσωσης.

β) Σε περίπτωση που η εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού έχει δυο άνισες λύσεις, τότε από ποιόν τύπο δίνονται αυτές;

A2) Στο διπλανό πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της πρώτης στήλης με έναν αριθμό της δεύτερης στήλης, ώστε να προκύπτει το σωστό συμπέρασμα. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα συμπληρωμένο.

A	B	Γ

ΣΤΗΛΗ 1	ΣΤΗΛΗ 2
(A) $\Delta > 0$	(1) Η εξίσωση έχει μια διπλή λύση.
(B) $\Delta = 0$	(2) Η εξίσωση δεν έχει λύση.
(Δ) $\Delta < 0$	(3) Η εξίσωση έχει δυο άνισες λύσεις.

**ΘΕΜΑ Β**

B1) Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια;

B2) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας με συμπληρωμένα τα κενά.

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο ..... ίσες μία προς μία τότε είναι όμοια.

β) Ο λόγος των εμβαδών δυο όμοιων σχημάτων είναι ίσος με το .....

του λόγου ομοιότητάς τους.

## ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

A1) Να αποδείξετε ότι  $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$

A2) Με βάση το παραπάνω να υπολογίσετε τους αριθμούς:

α)  $x = \left(2017 + \frac{1}{2017}\right)^2 - \left(2017 - \frac{1}{2017}\right)^2$

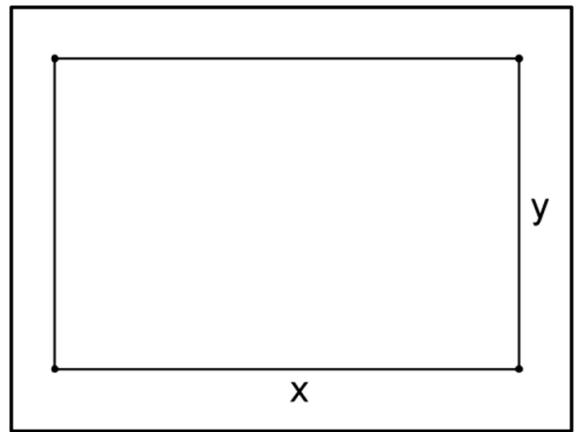
β)  $y = 1.000.001^2 - 999.999^2$

### ΘΕΜΑ Β

Ένα ορθογώνιο με διαστάσεις  $x$ ,  $y$  έχει περίμετρο  $\Pi$  και εμβαδόν  $E=4$ .

B1) Να εκφράσετε το  $y$  συναρτήσει του  $x$  και στη συνέχεια να βρείτε ότι  $\Pi = 2x + \frac{8}{x}$ ,  $x > 0$

B2) Αν είναι  $\Pi=8$  να αποδείξετε ότι το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.



### ΘΕΜΑ Γ

Για την οξεία γωνία  $\omega$  ισχύει  $\text{συν}\omega = 2\sqrt{2}\eta\mu\omega$

Γ1) Να αποδείξετε ότι  $\epsilon\varphi\omega = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$$\text{συν}\omega = 2\sqrt{2}\eta\mu\omega \Leftrightarrow \frac{\text{συν}\omega}{\eta\mu\omega} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\text{η}\mu\omega} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\eta\mu\omega} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$$

Γ2) Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu\omega = \frac{1}{3}$  και  $\text{συν}\omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}$  \*

$$= \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Γ3) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = \text{συν}^4\omega - \eta\mu^4\omega =$

$$= (\text{συν}^2\omega)^2 - (\eta\mu^2\omega)^2 = (\text{συν}^2\omega - \eta\mu^2\omega)(\text{συν}^2\omega + \eta\mu^2\omega) = (\text{συν}^2\omega - \eta\mu^2\omega) \cdot 1 = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4 \cdot 2}{9} - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$$

Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.

\*  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{2 + 16} = \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 9} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} = 3\sqrt{2}$

$$\epsilon\varphi\omega = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \begin{matrix} x=4 \\ y=\sqrt{2} \end{matrix}$$

$$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{συν}\omega = \frac{x}{\rho} = \frac{4}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A. Να συμπληρώσετε τις επόμενες ταυτότητες:

α.  $(a + \beta)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

β.  $(a - \beta)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

γ.  $(a + \beta) \cdot (a - \beta) = a^2 - b^2$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(a + \beta)^3 = a^3 + 3a^2\beta + 3a\beta^2 + \beta^3$$

$$(a + \beta)^3 = (a + \beta)^2(a + \beta) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + \beta) = a^3 + 2a^2\beta + a\beta^2 + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2\beta + 3a\beta^2 + b^3$$

ΘΕΜΑ Β

A. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά , ώστε να προκύψουν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Αν δύο τρίγωνα έχουν:

α. Δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

β. Μία πλευρά ίση και τις προσείκτες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

γ. Τις πλευρές μία προς μία ίσες, τότε είναι ίσα.

B. Ποια τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των γωνιών τους και ποια τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των πλευρών τους (να γίνει ένα σχήμα για κάθε είδος)

Ισοσκελές :

ορθογώνιο

Ισοπλευρο :

οξυγώνιο :

Σκαλινό :

Αμβλυγώνιο :

ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

ΘΕΜΑ Α

$a=1 \quad b=-3 \quad \gamma=-4$

A. Να λύσετε την εξίσωση  $x^2 - 3x - 4 = 0$  και κατόπιν να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο =  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{array} \right.$

$$x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1)$$

B. Να απλοποιήσετε το κλάσμα  $\frac{x^2-3x-4}{x^2-1} = \frac{(x-4)\cancel{(x+1)}}{(x-1)\cancel{(x+1)}} = \frac{x-4}{x-1}$

Γ. Να υπολογίσετε την παράσταση:  $K = \left( \frac{x^2-3x-4}{x^2-1} + \frac{2x+1}{x-1} \right) + 2011 = \left( \frac{x-4}{x-1} + \frac{2x+1}{x-1} \right) + 2011 = \left( \frac{x-4+2x+1}{x-1} \right) + 2011 = \frac{3x-3}{x-1} + 2011 = \frac{3\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}} + 2011 = 3 + 2011 = 2014$

ΘΕΜΑ 2ο

A. Να αποδείξετε την ισότητα:  $(a+2)^2 + (a-4)(a+4) = a^2 + 4a + 4 + a^2 - 16 = 2a^2 + 4a - 12$

$$(a+2)^2 + (a-4) \cdot (a+4) = 2a^2 + 4a - 12$$

B. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$3ax - 6a^2x + 9ax^2 = 3a(x - 2a + 3x)$$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα πολυώνυμα:  $A(x) = x^2 + 2x$  και  $B(x) = 2x + 4$

A. Να βρείτε το πολυώνυμο:  $P(x) = [A(x) - B(x)] \cdot B(x) = [x^2 + 2x - 2x - 4] \cdot (2x + 4) = (x^2 - 4)(2x + 4) = 2x^3 + 4x^2 - 8x - 16$

B. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:  $K = \frac{\sqrt{P(2)}}{3} + 2014 = \frac{\sqrt{(2^2-4)(2 \cdot 2+4)}}{3} + 2014 = \frac{\sqrt{(4-4)(4+4)}}{3} + 2014 = \frac{\sqrt{0}}{3} + 2014 = 0 + 2014 = 2014$

Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.

Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A. Δίνεται η εξίσωση  $ax^2+bx+c=0$  με  $a \neq 0$ . Να γράψετε τον τύπο της διακρίνουσας  $\Delta = b^2 - 4ac$

B. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα (α-δ) της στήλης A με ένα μόνο αριθμό (1-5) της στήλης B, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. Αν $\Delta > 0$	1. Η εξίσωση έχει μία τουλάχιστον λύση
β. Αν $\Delta < 0$	2. Η εξίσωση έχει άπειρες λύσεις
γ. Αν $\Delta \geq 0$	3. Η εξίσωση έχει μία λύση διπλή
δ. Αν $\Delta = 0$	4. Η εξίσωση δεν έχει λύσεις
	5. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις

Γ. Να γράψετε τις παρακάτω εξισώσεις στη μορφή  $ax^2+bx+c=0$ , και να βρείτε τους συντελεστές α, β, γ στην κάθε μία εξίσωση

1.  $x^2+2x+1=0$                       α= 1   β= 2   γ= 1  
 $x(x+2) = -1$
2.  $2x^2 = -4x$                         α= 2   β= 4   γ= 0  
 $2x^2+4x=0$

ΘΕΜΑ Β

A. Να γράψετε τα τρία (3) κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.  $\Sigma$  ελ 188/189

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α. Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια, τότε είναι ίσα  $\wedge$
- β. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντα όμοια  $\Sigma$
- γ. Δύο ορθογώνια τρίγωνα με ίσες γωνίες είναι ίσα  $\wedge$

## ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

A. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$x^2 - 1 = \dots (x-1)(x+1) \dots$$

$$x^2 + x = \dots x(x+1) \dots$$

$$x^2 - 2x + 1 = \dots (x-1)^2 \dots$$

B. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η εξίσωση: Άρα ορίζεται για  $x \neq 0, x \neq -1, \text{ και } x \neq 1$

$$\begin{aligned} x^2 - 1 \neq 0 &\Rightarrow (x-1)(x+1) \neq 0 \Rightarrow x-1 \neq 0 \text{ και } x+1 \neq 0 \\ &\Rightarrow x \neq 1 \text{ και } x \neq -1 \\ x^2 + x \neq 0 &\Rightarrow x(x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \text{ και } x+1 \neq 0 \\ &\Rightarrow x \neq -1 \\ x^2 - 2x + 1 \neq 0 &\Rightarrow (x-1)^2 \neq 0 \Rightarrow x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{(x-1)(x+1)} + \frac{4}{x(x+1)} = \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x^2-1} + \frac{4}{x^2+x} = \frac{1}{x^2-2x+1}$$

Γ. Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.  $E_{\text{λη}}(\cdot) = x(x-1)^2(x+1)$

### ΘΕΜΑ Β

$$\Rightarrow -x + 4x^2 - 8x + 4 = x \Rightarrow 4x^2 - 10x + 4 = 0 \Rightarrow 2(2x^2 - 5x + 2) = 0$$

Δίνονται οι εξισώσεις:  $ax - y = 8$  ( $\epsilon_1$ ) και  $3x + 4y = 12$  ( $\epsilon_2$ )

A. Αν το σημείο  $A(1, -6)$  ανήκει στην ( $\epsilon_1$ ), να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός  $a$ .

$$a \cdot 1 - (-6) = 8 \Rightarrow a + 6 = 8 \Rightarrow a = 8 - 6 \Rightarrow a = 2$$

B. Για  $a = 2$

i. Τί παριστάνουν οι ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ); **ευθείες**

ii. Να βρείτε τα σημεία τομής των ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ).

iii. Να βρείτε τα σημεία τομής της ( $\epsilon_1$ ) με τους άξονες  $x'$  και  $y'$ .

### ΘΕΜΑ Γ

$$\begin{aligned} \epsilon_1: 2x - y = 8 &\left\{ \begin{array}{l} \text{στ } x': \text{ βάψω } y=0 \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow x=4 \Rightarrow (4,0) \\ \text{στ } y': \text{ βάψω } x=0 \Rightarrow -y=8 \Rightarrow y=-8 \Rightarrow (0,-8) \end{array} \right. \end{aligned}$$

Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ) του παρακάτω σχήματος.

Στις προεκτάσεις των  $AB$  και  $A\Gamma$  προς το  $A$  παίρνουμε τμήματα  $AD$  και

$AE$  αντίστοιχα έτσι ώστε  $AD=AE$ . Να αποδείξετε ότι:

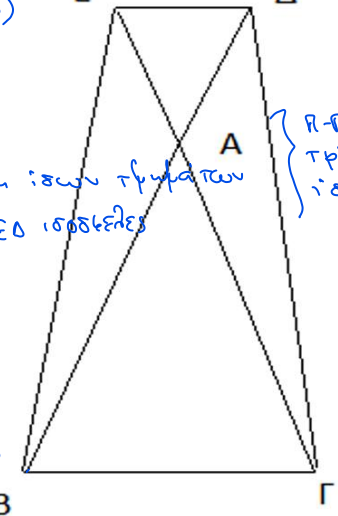
A.  $EB=DE$

B.  $\widehat{EB\Gamma} = \widehat{B\Gamma A}$  είναι ίσες ως άθροισμα ίσων γωνιών

$$\widehat{EB\Gamma} = \widehat{EBD} + \widehat{DB\Gamma} \stackrel{\text{από A}}{=} \widehat{DAE} + \widehat{E\Gamma A} = \widehat{B\Gamma A}$$

Γ.  $\widehat{GEB} = \widehat{B\Gamma A}$  αφού  $\widehat{E} = \widehat{A}$  και  $\widehat{DEA} = \widehat{A\Gamma E}$  αφού  $AE\Delta$  ισοσκελές

$\widehat{GEB} = \widehat{B\Gamma A}$  ως διαφορά ίσων τριγώνων



Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.

Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ  
 ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ  
 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ  
 ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Β. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β.

Στήλη Α: Η εξίσωση	Στήλη Β: Έχει Διακρίνουσα
α) $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$	1) $\Delta = \beta^2$
β) $ax^2 + bx = 0, a \neq 0$	2) $\Delta = -4a\gamma$
γ) $ax^2 + \gamma = 0, a \neq 0$	3) $\Delta = \beta^2 + 4a\gamma$
	4) $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η εξίσωση  $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$  έχει μια τουλάχιστον λύση αν η διακρίνουσά της είναι θετική ή μηδέν ( $\Delta \geq 0$ ).  $\Sigma$

β. Αν  $\rho_1, \rho_2$  είναι οι λύσεις της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ , τότε το τριώνυμο  $ax^2 + bx + \gamma$ , παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο:  $ax^2 + bx + \gamma = (x - \rho_1)(x - \rho_2)$ .  $\Lambda$

ΘΕΜΑ Β

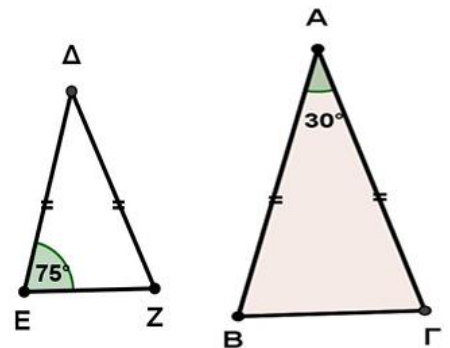
Α. Πότε δύο πολύγωνα λέγονται όμοια; *όταν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες*

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία.  $\Sigma$

β. Τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος είναι όμοια.  $\Sigma$

γ. Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.  $\Lambda$



Γ. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

α. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι *...ίσα...*

β. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι *...όμοια...*

## ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\alpha = x + 3 + 3x^2 - 2x - 2x^2 - 2 = x^2 - x + 1$$

$$\beta = (x - 4)(x + 4) - x(x - 6) = x^2 - 16 - x^2 + 6x = -16 + 6x$$

$$\gamma = (x - 1)^2 - 1 = x^2 - 2x + 1 - 1 = x^2 - 2x$$

A. α. Να κάνετε τις πράξεις και τις αναγωγές ομοίων όρων στις παραστάσεις α και β.

β. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση γ.  $x^2 - 2x = x(x - 2)$

B. Χρησιμοποιώντας τις τελικές μορφές των παραστάσεων α, β και γ που βρήκατε στο (A) ερώτημα

να λύσετε την εξίσωση:  $2\alpha + \beta = \gamma - 19 \Rightarrow 2(x^2 - x + 1) + (-16 + 6x) = x^2 - 2x - 19 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16$   
 $\Rightarrow 2x^2 - 2x + 2 - 16 + 6x - x^2 + 2x + 19 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0 = 36 - 20 = 16$   
 $\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm 4}{2}$   
 $\Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 5$

### ΘΕΜΑ Β

A. α. Να βρείτε την τιμή του α, έτσι ώστε τα μονώνυμα:  $(\alpha + 2)x^2y^2$  και  $5x^2y^2$  να είναι ίσα.  $0\alpha + 2 = 5 \Rightarrow \alpha = 5 - 2 \Rightarrow \alpha = 3$

β. Να βρείτε την τιμή του β, έτσι ώστε ο βαθμός του μονωνύμου:  $7xy^3\omega^{4+\beta}$  ως προς όλες τις μεταβλητές του να είναι **10**.  $1+3+4+\beta = 10 \Rightarrow 8+\beta = 10 \Rightarrow \beta = 10-8 \Rightarrow \beta = 2$

B. Να λύσετε με όποια αλγεβρική μέθοδο θέλετε το παρακάτω γραμμικό σύστημα (όπου α και β οι τιμές που βρήκατε στο ερώτημα A)

$$\begin{cases} \frac{x+a}{2} - 2y = -1 \\ \beta x + 3y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{2} - 2y = -1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3-4y = -2 \\ 2x+3y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4y-5 \\ 2(4y-5)+3y = 12 \end{cases}$$

$x = 4 \cdot 2 - 5 = 3$   
 $y = 2$   
 Άρα το ζεύγος  $(x, y) = (3, 2)$  είναι λύση

### ΘΕΜΑ Γ

Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΓ είναι ορθογώνια με  $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ ,  $\hat{A}'B = 37^\circ$   $AZ \perp B\Gamma$  και  $\Delta\Gamma = \Gamma Z$ .

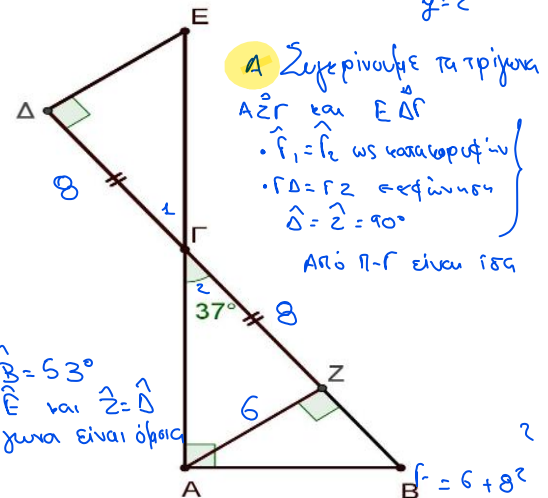
A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AZΓ και EΔΓ είναι ίσα και στη συνέχεια να συμπληρώσετε τις ισότητες :  $\Delta E = \dots$  και  $E\Gamma = \dots$

B. Αφού υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{E}$  και  $\hat{B}$ , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AZB και ΓΔE είναι όμοια.

Γ. Αν  $AZ = 6\text{cm}$  και  $\Delta\Gamma = 8\text{cm}$ , να συμπληρώσετε τους λόγους

$$\frac{AZ}{\Gamma Z} = \frac{BZ}{AZ} = \frac{AB}{\Delta\Gamma} \text{ και να υπολογίσετε το μήκος του BZ.}$$

$$\frac{AZ}{\Gamma Z} = \frac{BZ}{AZ} \Rightarrow \frac{AZ^2}{\Gamma Z} = BZ \Rightarrow \frac{6^2}{8} = BZ \Rightarrow BZ = \frac{36}{8}$$



Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.

Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ  
 ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ  
 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ  
 ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
 ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A. Να μεταφέρετε στην κόλλα αναφοράς και να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες, ώστε να είναι αληθείς:

(i)  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$  (ii)  $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$  (iii)  $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$  (iv)  $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα (ii) του ερωτήματος (A)  $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \alpha\beta - \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

Γ. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β, ώστε να προκύψουν αληθείς ισότητες.

ΣΤΗΛΗ Α

ΣΤΗΛΗ Β

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| 1. $\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu$           | α. $\frac{\alpha^\nu}{\beta^\nu}$ |
| 2. $(\alpha \cdot \beta)^\nu$              | β. $\alpha^\nu \cdot \beta^\nu$   |
| 3. $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\nu$ | γ. $\alpha^{\mu+\nu}$             |
| 4. $(\alpha^\mu)^\nu$                      | δ. $\alpha^{\mu\nu}$              |

ΘΕΜΑ Β

A. Να μεταφέρετε στην κόλλα αναφοράς και να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες με τον σωστό αριθμό:

(i)  $\eta\mu 0^\circ = \dots 0 \dots$  (ii)  $\eta\mu 90^\circ = \dots 1 \dots$  (iii)  $\sigma\upsilon\nu 180^\circ = \dots -1 \dots$  (iv)  $\epsilon\varphi 45^\circ = \dots \frac{\sqrt{2}}{2} \dots$  (v)  $\epsilon\varphi 60^\circ = \dots \sqrt{3} \dots$

B. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β, ώστε να προκύψουν αληθείς ισότητες.

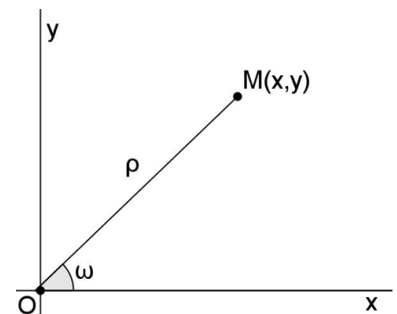
ΣΤΗΛΗ Α

ΣΤΗΛΗ Β

- |  |                               |
|--|-------------------------------|
| 1. $\frac{\eta\mu 50^\circ}{\sigma\upsilon\nu 50^\circ} =$ | α. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$      |
| 2. $\eta\mu 130^\circ =$                                   | β. δεν ορίζεται               |
| 3. $\sigma\upsilon\nu 150^\circ =$                         | γ. $\eta\mu 50^\circ$         |
| 4. $\epsilon\varphi 90^\circ =$                            | δ. $\epsilon\varphi 50^\circ$ |
| 5. $\eta\mu^2 30^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ =$   | ε. 1                          |

Γ. Να χρησιμοποιήσετε το διπλανό σχήμα για να αποδείξετε ότι  $\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

$$\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{\frac{y}{\rho}}{\frac{x}{\rho}} = \frac{y/\cancel{\rho}}{x/\cancel{\rho}} = \frac{y}{x} = \epsilon\varphi\omega$$





Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ  
 ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΧΧΧΧΧΧΧΧΧΧ  
 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ  
 ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A. Τι ονομάζουμε ταυτότητα; Ταυτότητα λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.

B. Να γράψετε τα αναπτύγματα στις παρακάτω παραστάσεις, ώστε οι ισότητες που θα προκύψουν να είναι ταυτότητες.

i)  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

ii)  $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

iii)  $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο όμοιο με αυτά Σ

β. Το πηλίκο μονωνύμων είναι πάντα μονώνυμο Λ

γ. Ο αριθμός 5 είναι μονώνυμο Σ

δ. Τα αντίθετα μονώνυμα έχουν ίδιο κύριο μέρος Σ

ΘΕΜΑ Β

A. Να αναφέρετε τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Δύο τρίγωνα που έχουν τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες είναι πάντα ίσα. Λ

β. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν ίσες υποτεινουσες και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση, είναι ίσα. Σ

γ. Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν δύο γωνίες του ενός είναι ίσες με δύο γωνίες του άλλου μία προς μία και μία πλευρά του ενός ίση με μία πλευρά του άλλου. Λ

δ. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες. Λ

Π-Γ-Π: Αν δύο τρίγωνα έχουν 2 πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα  
 Γ-Π-Γ: Αν 2 τρίγωνα έχουν 1 πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα  
 Π-Π-Π: Αν 2 τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

$P(x) = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2x + (2x)^2 + 3^2 - x^2 - 2x^2 + 2x + 6 =$   
 $= 9 - 12x + 4x^2 + 9 - x^2 - 2x^2 + 2x + 6 = x^2 - 10x + 24$

**ΘΕΜΑ Α**

Δίνεται το πολυώνυμο:  $P(x) = (3 - 2x)^2 + (3 - x)(3 + x) - 2x(x - 1) + 6$

A. Κάνοντας όλες τις πράξεις και τις αναγωγές ομοίων όρων να δείξετε ότι :  $P(x) = x^2 - 10x + 24$

B. Να λύσετε την εξίσωση  $x^2 - 10x + 24 = 0$  και να παραγοντοποιηθεί το τριώνυμο:  $x^2 - 10x + 24$

**ΘΕΜΑ Β**

$\alpha=1 \quad \beta=-10 \quad \gamma=24 \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24 = 100 - 96 = 4$   
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{10+2}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ \frac{10-2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$   
 $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x-p)(x-p)$   
 $x^2 - 10x + 24 = 1 \cdot (x-6)(x-4)$

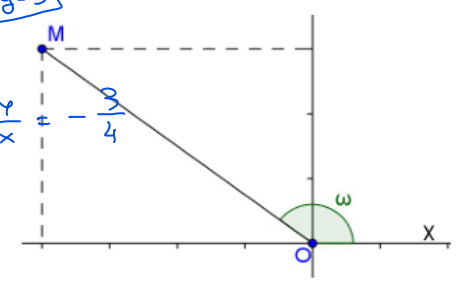
A. Χρησιμοποιώντας μια από τις αλγεβρικές μεθόδους, να αποδείξετε ότι η λύση του συστήματος:

$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 4x + 5y = -1 \end{cases}$  είναι το ζεύγος  $(-4, 3)$ .

$x + 2y = 2 \Rightarrow x = 2 - 2y$   
 $4(2 - 2y) + 5y = -1 \Rightarrow 8 - 8y + 5y = -1 \Rightarrow -3y = -9 \Rightarrow y = 3$   
 $x = 2 - 2 \cdot 3 = -4$

B. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας

$\hat{\omega} = x\hat{O}M$ , όπου M είναι το σημείο με συντεταγμένες  $M(-4, 3)$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.  
 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$   
 $\eta\phi\omega = \frac{y}{\rho} = \frac{3}{5}$      $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho} = \frac{-4}{5}$      $\epsilon\phi\omega = \frac{y}{x} = -\frac{3}{4}$



Γ. Να υπολογίσετε την  $\epsilon\phi(180^\circ - \omega)$  και το  $\eta\mu(180^\circ - \omega)$ , όπου  $\omega$  η γωνία του ερωτήματος (B).  
 $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\phi\omega = -(-\frac{3}{4}) = \frac{3}{4}$   
 $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \eta\mu\omega = \frac{3}{5}$

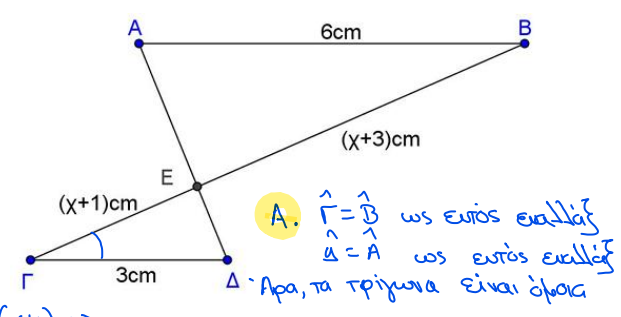
**ΘΕΜΑ Γ**

Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB \parallel \Gamma\Delta$ ,  $\Gamma\Delta = 3\text{cm}$  και  $AB = 6\text{cm}$ .

A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ABE$  και  $\Gamma\Delta E$  είναι όμοια .

B. Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών και να βρεθεί ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων.

Γ. Να υπολογισθεί το  $x$  αν  $\Gamma E = (x + 1)\text{cm}$  και  $EB = (x + 3)\text{cm}$ .



$\beta. \frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{AE}{\Gamma E} = \frac{EB}{\Gamma E} = \frac{6}{3} = 2$      $\gamma. \frac{EB}{\Gamma E} = 2 \Leftrightarrow \frac{x+3}{x+1} \cdot 2 \Rightarrow x+3 = 2(x+1) \Rightarrow x+3 = 2x+2 \Rightarrow 3-2 = 2x-x \Rightarrow x=1$

A.  $\hat{\Gamma} = \hat{B}$  ως επὶς εὐθείας  
 $\hat{\Delta} = \hat{A}$  ως επὶς εὐθείας  
 Άρα, τα τρίγωνα είναι όμοια

Να απαντήσετε στη κόλλα σας σέ ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.