

Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

Πρώτοι

Ένας αριθμός, μεγαλύτερος από το 1, που έχει μόνο **δύο διαιρέτες** (το 1 και τον εαυτό του) λέγεται **πρώτος**.

Παράδειγμα

- Ο αριθμός **2**, έχει για διαιρέτες μόνο το **1** και το **2**.
- Ο αριθμός **7**, έχει για διαιρέτες μόνο το **1** και το **7**.

Σύνθετοι

Ένας αριθμός που έχει τουλάχιστον **τρεις διαιρέτες** λέγεται **σύνθετος**.

Παράδειγμα

- Ο αριθμός **6**, έχει για διαιρέτες το **1**, το **2** και το **3**.
- Ο αριθμός **8**, έχει για διαιρέτες το **1**, το **2** και το **4**.

Προσοχή! Ο αριθμός 1 δεν είναι ούτε πρώτος ούτε σύνθετος (έχει μόνο έναν διαιρέτη, τον εαυτό του).

Προσοχή! Ο αριθμός 2 έχει διαιρέτες μόνο το 1 και το 2 και είναι ο μοναδικός άρτιος (ζυγός) αριθμός που είναι πρώτος.

Οι πρώτοι αριθμοί μέχρι το 100

Μπορούμε να βρούμε τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 100 με το «κόσκινο του Ερατοσθένη». Το «κόσκινο» που επινόησε ξεχωρίζει τους αριθμούς που έχουν μόνο δύο διαιρέτες από τους υπόλοιπους. Να πώς λειτουργεί:

- Διαγράφουμε τον αριθμό 1.
- Διαγράφουμε τα πολλαπλάσια του 2 εκτός από το 2.
- Διαγράφουμε τα πολλαπλάσια του 3 εκτός από το 3.
- Διαγράφουμε τα πολλαπλάσια του 5 εκτός από το 5.
- Διαγράφουμε τα πολλαπλάσια του 7 εκτός από το 7.
- Κυκλώνουμε τους 25 αριθμούς που απέμειναν. Είναι οι πρώτοι αριθμοί μέχρι το 100.

Κόσκινο του Ερατοσθένη									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Παράδειγμα επίλυσης προβλήματος

Η Φαίη έχει 89 γραμματόσημα και η Νικολέτα έχει 121 γραμματόσημα.

- α) Μπορεί η Φαίη να τοποθετήσει τα γραμματόσημα στις σελίδες ενός άλμπουμ, ώστε σε κάθε σελίδα να υπάρχει ο ίδιος αριθμός γραμματοσήμων (που να είναι μεγαλύτερος από το 1);
- β) Μπορεί η Νικολέτα να κάνει το ίδιο;

Λύση

α) Πρέπει να εξετάσουμε αν ο αριθμός 89 είναι πρώτος. Όταν έχουμε έναν αριθμό μικρότερο του 100, τότε για να δούμε αν είναι πρώτος, πρέπει να εξετάσουμε αν διαιρείται με τους αριθμούς 2, 3, 5 και 7, όπως έκανε και ο Ερατοσθένης στο <<κόσκινό>> του.

Βλέπουμε λοιπόν ότι ο αριθμός 89:

- δε διαιρείται με το 2, διότι δεν τελειώνει σε 0,2,4,6 ή 8,
- δε διαιρείται με το 3, διότι $8+9 = 17$, που δε διαιρείται με το 3,
- δε διαιρείται με το 5, διότι δεν τελειώνει σε 0 ή 5,
- δε διαιρείται με το 7, διότι η διαίρεση $89:7$ δίνει πηλίκο 12 και υπόλοιπο 5. Άρα ο αριθμός 89 είναι πρώτος.

Απάντηση: Η Φαίη δε μπορεί να χωρίσει τα 89 γραμματόσημα σε σελίδες που η καθεμία να περιέχει το ίδιο αριθμό γραμματοσήμων.

β) Πρέπει πάλι να εξετάσουμε αν ο αριθμός 121 είναι πρώτος. Όταν έχουμε έναν αριθμό μεγαλύτερο του 100, δεν αρκεί να εξετάσουμε αν διαιρείται με το 2, 3, 5 ή 7, για να δούμε αν είναι πρώτος ή όχι. Πρέπει επιπλέον να δοκιμάσουμε αν διαιρείται και με κάποιον από τους υπόλοιπους πρώτους αριθμούς μέχρι το 100, δηλαδή τους 11, 13, 17 κ.λπ.

Βλέπουμε λοιπόν ότι ο αριθμός 121:

- δε διαιρείται με το 2, διότι δεν τελειώνει σε 0, 2, 4, 6 ή 8,
- δε διαιρείται με το 3, διότι $1+2+1 = 4$, που δε διαιρείται με το 3,
- δε διαιρείται με το 5, διότι δεν τελειώνει σε 0 ή 5,
- δε διαιρείται με 7, διότι η διαίρεση $121:7$ δίνει πηλίκο 17 και υπολ. 2
- διαιρείται όμως με το 11, διότι $121:11 = 11$

Άρα ο αριθμός 121 δεν είναι πρώτος, είναι σύνθετος.

Απάντηση: Η Νικολέτα μπορεί να χωρίσει τα 121 γραμματόσημα σε 11 σελίδες, που η καθεμία θα έχει 11 γραμματόσημα.