

Κεφάλαιο 2

Βασικές Έννοιες Αλγορίθμων

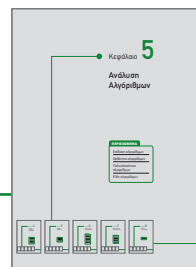
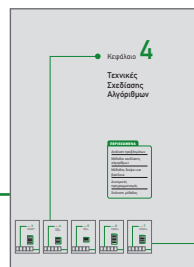
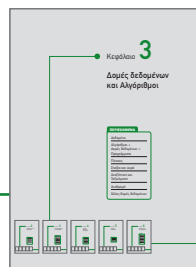
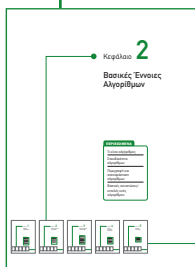
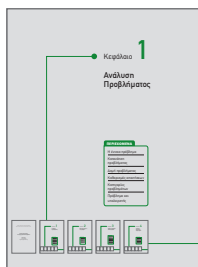
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Τι είναι αλγόριθμος

Σπουδαιότητα
αλγορίθμων

Περιγραφή και
αναπαράσταση
αλγορίθμων

Βασικές συνιστώσες/
εντολές ενός
αλγορίθμου



Εισαγωγή

Αρχικά εξηγείται ο όρος αλγόριθμος και παραθέτονται τα σπουδαιότερα κριτήρια που πρέπει να πληροί κάθε αλγόριθμος. Στη συνέχεια, η σπουδαιότητα των αλγορίθμων συνδυάζεται με την εξέλιξη της επιστήμης της Πληροφορικής. Η περιγραφή και αναπαράσταση των αλγορίθμων δίνεται αναλυτικά με χρήση των μεθόδων αναπαράστασης ελεύθερου κειμένου, διαγραμμάτων ροής, φυσικής γλώσσας και κωδικοποίησης με πρόγραμμα. Τα προγράμματα παρουσιάζονται με τη μορφή ψευδογλώσσας, που ορίζεται και τυποποιείται σε ένα σύνολο εντολών και προγραμματιστικών ακολουθιακών ενοτήτων. Στη συνέχεια, δίνονται παραδείγματα όπου εξετάζονται οι διάφορες συνιστώσες ενός αλγορίθμου, δηλαδή οι απαραίτητες εντολές που στηρίζουν το 'κτίσιμο' ενός αλγορίθμου. Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται η δομή ακολουθίας, η δομή της επιλογής, οι επαναληπτικές διαδικασίες, οι διαδικασίες πολλαπλών επιλογών και οι εμφωλιασμένες διαδικασίες. Για κάθε τύπο συνιστώσας δίνονται αναλυτικά παραδείγματα σε φυσική γλώσσα, σε ακολουθία διαδοχικών βημάτων και σε μορφή διαγραμμάτων ροής. Στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζεται η ανάπτυξη και η αλγοριθμική προσέγγιση για την επίλυση ενός συνθετότερου προβλήματος, του προβλήματος του 'πολλαπλασιασμού αλά ρωσικά', όπου γίνεται χρήση και συνδυασμός αλγοριθμικών συνιστωσών.

Διδακτικοί στόχοι

Στόχοι του κεφαλαίου αυτού είναι οι μαθητές:

- να διατυπώνουν την έννοια του αλγορίθμου,
- να αιτιολογούν τη σπουδαιότητα των αλγορίθμων,
- να τεκμηριώνουν την αναγκαιότητα της αλγοριθμικής προσέγγισης κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων,
- να εφαρμόζουν τυποποιημένη επίλυση με αλγοριθμικές διαδικασίες,
- να μπορούν να σχεδιάζουν αλγορίθμους με χρήση συγκεκριμένων τεχνικών.

Προερωτήσεις

- Γνωρίζεις τι είναι αλγοριθμική προσέγγιση;
- Ξέρεις ότι ήδη έχεις χρησιμοποιήσει πολλούς αλγορίθμους;
- Γνωρίζεις αν ο πολλαπλασιασμός δύο αριθμών μπορεί να γίνει με άλλο τρόπο;
- Τι θα κάνεις για να βρεις το άθροισμα $3+6+9+\dots+999$;

2.1 | Τι είναι αλγόριθμος

Η θεωρία των αλγορίθμων έχει μεγάλη παράδοση και η ηλικία μερικών αλγορίθμων αριθμεί χιλιάδες χρόνια, όπως για παράδειγμα ο αλγόριθμος του Ευκλείδη για την εύρεση του μέγιστου κοινού διαιρέτη δύο αριθμών ή το λεγόμενο κόσκινο του Ερατοσθένη για την εύρεση των πρώτων αριθμών από 1 ως n . Σήμερα το πεδίο της Θεωρίας Αλγορίθμων είναι ένα ιδιαίτερα ευρύ και πλούσιο πεδίο. Πληθώρα συγγραμμάτων έχει εμφανισθεί στη βιβλιογραφία, ενώ συνεχίζεται η περαιτέρω εμβάθυνση σε νέα σύγχρονα προβλήματα. Οι περισσότεροι από τους αλγορίθμους που συνήθως εξετάζονται στα σχετικά βιβλία έχουν προταθεί τα τελευταία 25 χρόνια, όση περίπου είναι και η ηλικία της Πληροφορικής ως μίας νέας αυθύπαρκτης επιστήμης.

Ο όρος αλγόριθμος, λοιπόν, χρησιμοποιείται για να δηλώσει μεθόδους που εφαρμόζονται για την επίλυση προβλημάτων. Ωστόσο, ένας πιο αυστηρός ορισμός της έννοιας αυτής είναι ο εξής.

ΟΡΙΣΜΟΣ

Αλγόριθμος είναι μια πεπερασμένη σειρά ενεργειών, αυστηρά καθορισμένων και εκτελέσιμων σε πεπερασμένο χρόνο, που στοχεύουν στην επίλυση ενός προβλήματος.

Κάθε αλγόριθμος απαραίτητα ικανοποιεί τα επόμενα κριτήρια.

Είσοδος (input). Καμία, μία ή περισσότερες τιμές δεδομένων πρέπει να δίνονται ως εισοδοί στον αλγόριθμο. Η περίπτωση που δεν δίνονται τιμές δεδομένων εμφανίζεται, όταν ο αλγόριθμος δημιουργεί και επεξεργάζεται κάποιες πρωτογενείς τιμές με τη βοήθεια συναρτήσεων παραγωγής τυχαίων αριθμών ή με τη βοήθεια άλλων απλών εντολών.

Έξοδος (output). Ο αλγόριθμος πρέπει να δημιουργεί τουλάχιστον μία τιμή δεδομένων ως αποτέλεσμα προς το χρήστη ή προς έναν άλλο αλγόριθμο.

Καθοριστικότητα (definiteness). Κάθε εντολή πρέπει να καθορίζεται χωρίς καμία αμφιβολία για τον τρόπο εκτέλεσής της. Λόγου χάριν, μία εντολή διαίρεσης πρέπει να θεωρεί και την περίπτωση όπου ο διαιρέτης λαμβάνει μηδενική τιμή.

Περατότητα (finiteness). Ο αλγόριθμος να τελειώνει μετά από πεπερασμένα βήματα εκτέλεσης των εντολών του. Μία διαδικασία που δεν τελειώνει μετά από ένα συγκεκριμένο αριθμό βημάτων δεν αποτελεί αλγόριθμο, αλλά λέγεται απλά υπολογιστική διαδικασία (computational procedure).

Αποτελεσματικότητα (effectiveness). Κάθε μεμονωμένη εντολή του αλγορίθμου να είναι απλή. Αυτό σημαίνει ότι μία εντολή δεν αρκεί να έχει ορισθεί, αλλά πρέπει να είναι και εκτελέσιμη.

Η έννοια του αλγορίθμου δεν συνδέεται αποκλειστικά και μόνο με προβλήματα της Πληροφορικής. Ας θεωρήσουμε, για παράδειγμα, ότι θέλου-

Ιστορικό σημείωμα

Η λέξη *αλγόριθμος* (algorithm) προέρχεται από μια μελέτη του Πέρση μαθηματικού Abu Ja'far Mohammed ibn Musa al Khwarizmi, που έζησε περί το 825 μ.Χ. Πέντε αιώνες αργότερα η μελέτη αυτή μεταφράστηκε στα λατινικά και άρχισε με τη φράση "Algoritmi dixit..." (ο αλγόριθμος λέει...). Η μελέτη του al Khwarizmi υπήρξε η πρώτη πλήρης πραγματεία άλγεβρας (όρος που και αυτός προέρχεται από το αραβικό al-jabr=αποκατάσταση), γιατί ένας από τους σκοπούς της άλγεβρας είναι και η αποκατάσταση της ισότητας μέσα σε μια εξίσωση. Ο όρος αλγόριθμος επέζησε επί χίλια χρόνια ως σπάνιος όρος, που σήμαινε κάτι σαν "συστηματική διαδικασία αριθμητικών χειρισμών". Τη σημερινή του αξία απόκτησε από την αρχή του 20ού αιώνα με την ανάπτυξη της ομώνυμης θεωρίας και φυσικά με την επικαιρότητα των ηλεκτρονικών υπολογιστών.

με να γευματίσουμε και επομένως πρέπει να εκτελέσουμε τις επόμενες ενέργειες:

να συγκεντρώσουμε τα υλικά,
να προετοιμάσουμε τα σκεύη μαγειρικής,
να παρασκευάσουμε το φαγητό,
να ετοιμάσουμε τη σαλάτα,
να στρώσουμε το τραπέζι,
να γευματίσουμε,
να καθαρίσουμε το τραπέζι, και
να πλύνουμε τα πιάτα και τα κουζινικά.

Είναι ευνόητο ότι η προηγούμενη αλληλουχία των ενεργειών οδηγεί στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Βέβαια, αυτή η αλληλουχία δεν είναι η μοναδική για την επίτευξη του σκοπού, αφού, για παράδειγμα, μπορούμε πρώτα να ετοιμάσουμε τη σαλάτα και μετά να παρασκευάσουμε το φαγητό, ενώ ακόμη μπορούμε πρώτα να πλύνουμε τα πιάτα και μετά να καθαρίσουμε το τραπέζι. Ωστόσο, το παράδειγμα θέλει να δείξει ότι η θεώρηση μίας σύνθετης εργασίας με διακριτά βήματα που εκτελούνται διαδοχικά είναι ένας πολύ χρήσιμος και πρακτικός τρόπος σκέψης για την επίλυση πολλών (αν όχι όλων των) προβλημάτων.

2.2 | Σπουδαιότητα αλγορίθμων

Η έννοια του αλγορίθμου είναι θεμελιώδης για την επιστήμη της Πληροφορικής. Η μελέτη των αλγορίθμων είναι πολύ ενδιαφέρουσα, γιατί είναι η πρώτη ύλη για τη μελέτη και εμβάθυνση, αν όχι σε όλες, τουλάχιστον σε πάρα πολλές γνωστικές περιοχές της επιστήμης αυτής.

Η Πληροφορική, λοιπόν, μπορεί να ορισθεί ως η επιστήμη που μελετά τους αλγορίθμους από τις ακόλουθες σκοπιές:

Υλικού (hardware). Η ταχύτητα εκτέλεσης ενός αλγορίθμου επηρεάζεται από τις διάφορες τεχνολογίες υλικού, δηλαδή από τον τρόπο που είναι δομημένα σε μία ενιαία αρχιτεκτονική τα διάφορα συστατικά του υπολογιστή (δηλαδή ανάλογα με το αν ο υπολογιστής έχει κρυφή μνήμη και πόση, ανάλογα με την ταχύτητα της κύριας και δευτερεύουσας μνήμης κ.ο.κ.).

Γλωσσών Προγραμματισμού (programming languages). Το είδος της γλώσσας προγραμματισμού που χρησιμοποιείται (δηλαδή, χαμηλότερου ή υψηλότερου επιπέδου) αλλάζει τη δομή και τον αριθμό των εντολών ενός αλγορίθμου. Γενικά μία γλώσσα που είναι χαμηλότερου επιπέδου (όπως η assembly ή η γλώσσα C) είναι ταχύτερη από μία άλλη γλώσσα που είναι υψηλότερου επιπέδου (όπως η Basic ή Pascal). Ακόμη, σημειώνεται ότι διαφορές συναντώνται μεταξύ των γλωσσών σε σχέση με το πότε εμφανίσθηκαν. Για παράδειγμα, παλαιότερα μερικές γλώσσες προγραμματισμού δεν υποστήριζαν την αναδρομή (έννοια που θα εξετάσουμε σε βάθος αργότερα).

Θεωρητική (theoretical). Το ερώτημα που συχνά τίθεται είναι αν πράγματι υπάρχει ή όχι κάποιος αποδοτικός αλγόριθμος για την επίλυση ενός προβλήματος. Η εξέταση αυτού του ερωτήματος είναι

δύσκολο να σχολιασθεί στα πλαίσια του βιβλίου αυτού, επειδή απαιτεί μεγάλη θεωρητική κατάρτιση. Ωστόσο η προσέγγιση αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική, γιατί προσδιορίζει τα όρια της λύσης που θα βρεθεί σε σχέση με ένα συγκεκριμένο πρόβλημα.

Αναλυτική (analytical). Μελετώνται οι υπολογιστικοί πόροι (computer resources) που απαιτούνται από έναν αλγόριθμο, όπως για παράδειγμα το μέγεθος της κύριας και της δευτερεύουσας μνήμης, ο χρόνος για λειτουργίες CPU και για λειτουργίες εισόδου/εξόδου κ.λπ. Το αντικείμενο αυτό θα εξηγηθεί πληρέστερα στο Κεφάλαιο 5.

2.3 | Περιγραφή και αναπαράσταση αλγορίθμων

Στη βιβλιογραφία συναντώνται διάφοροι τρόποι αναπαράστασης ενός αλγορίθμου:

με **ελεύθερο κείμενο** (free text), που αποτελεί τον πιο ανεπεξέργαστο και αδόμητο τρόπο παρουσίασης αλγορίθμου. Έτσι εγκυμονεί τον κίνδυνο ότι μπορεί εύκολα να οδηγήσει σε μη εκτελέσιμη παρουσίαση παραβιάζοντας το τελευταίο χαρακτηριστικό των αλγορίθμων, δηλαδή την αποτελεσματικότητα.

με **διαγραμματικές τεχνικές** (diagramming techniques), που συνιστούν ένα γραφικό τρόπο παρουσίασης του αλγορίθμου. Από τις διάφορες διαγραμματικές τεχνικές που έχουν επινοηθεί, η πιο παλιά και η πιο γνωστή ίσως, είναι το διάγραμμα ροής (flow chart). Ωστόσο η χρήση διαγραμμάτων ροής για την παρουσίαση αλγορίθμων δεν αποτελεί την καλύτερη λύση, γι' αυτό και εμφανίζονται όλο και σπανιότερα στη βιβλιογραφία και στην πράξη.

με **φυσική γλώσσα** (natural language) κατά βήματα. Στην περίπτωση αυτή χρειάζεται προσοχή, γιατί μπορεί να παραβιασθεί το τρίτο βασικό χαρακτηριστικό ενός αλγορίθμου, όπως προσδιορίστηκε προηγουμένως, δηλαδή το κριτήριο του καθορισμού.

με **κωδικοποίηση** (coding), δηλαδή με ένα πρόγραμμα γραμμένο είτε σε μία ψευδογλώσσα είτε σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού που όταν εκτελεσθεί θα δώσει τα ίδια αποτελέσματα με τον αλγόριθμο.

Όλοι οι αλγόριθμοι του βιβλίου αυτού είναι κωδικοποιημένοι σε μία υποθετική δομημένη *ψευδογλώσσα*, ωστόσο οι περισσότεροι από αυτούς μπορούν εύκολα σχετικά να προγραμματισθούν σε οποιαδήποτε γλώσσα προγραμματισμού.

2.4 | Βασικές συνιστώσες/εντολές ενός αλγορίθμου

Στη συνέχεια δίνονται παραδείγματα αλγορίθμων όπου εξετάζονται οι διάφορες συνιστώσες ενός αλγορίθμου, δηλαδή οι απαραίτητες εντολές ξεκινώντας από τις απλούστερες και προχωρώντας προς τις συνθετότερες. Πιο συγκεκριμένα θα εξετασθούν περιπτώσεις σειριακών εντολών,

αναθέσεων τιμών, επιλογής με βάση κριτήρια, διαδικασιών επανάληψης, ενεργειών πολλαπλών επιλογών καθώς και συνδυασμό εμφωλευμένων περιπτώσεων. Για κάθε περίπτωση παρουσιάζονται σχετικά παραδείγματα με την εκφώνηση (σε φυσική γλώσσα), την παρουσίαση των βημάτων που πρέπει να ακολουθηθούν καθώς και το αντίστοιχο διάγραμμα ροής.

ΣΥΜΒΟΛΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΡΟΗΣ

Ένα διάγραμμα ροής αποτελείται από ένα σύνολο γεωμετρικών σχημάτων, όπου το καθένα δηλώνει μία συγκεκριμένη ενέργεια ή λειτουργία. Τα γεωμετρικά σχήματα ενώνονται μεταξύ τους με βέλη, που δηλώνουν τη σειρά εκτέλεσης των ενεργειών αυτών. Τα κυριότερα χρησιμοποιούμενα γεωμετρικά σχήματα είναι τα εξής:

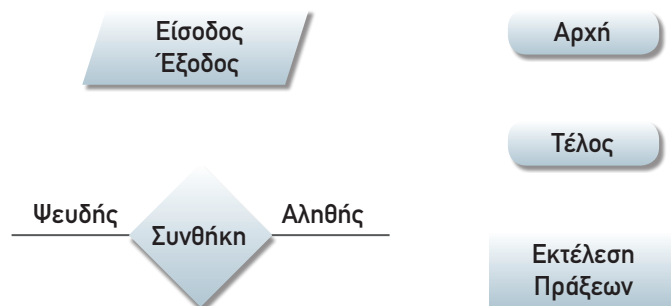
έλλειψη, που δηλώνει την αρχή και το τέλος του κάθε αλγορίθμου,

ρόμβος, που δηλώνει μία ερώτηση με δύο ή περισσότερες εξόδους για απάντηση,

ορθογώνιο, που δηλώνει την εκτέλεση μίας ή περισσότερων πράξεων, και

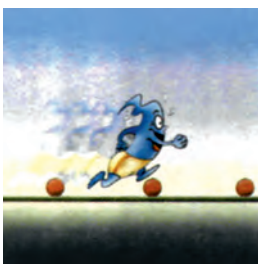
πλάγιο παραλληλόγραμμο, που δηλώνει είσοδο ή έξοδο στοιχείων. Πολλές φορές το σχήμα αυτό μπορεί να διαφοροποιείται προκειμένου να προσδιορίζεται και το είδος της συσκευής απ' όπου γίνεται η είσοδος ή η έξοδος.

Το επόμενο σχήμα αποτυπώνει όλα αυτά τα σύμβολα.



Μερικά από τα χρησιμοποιούμενα γεωμετρικά σύμβολα στα διαγράμματα ροής.

2.4.1 Δομή ακολουθίας



Η ακολουθιακή δομή εντολών (σειριακών βημάτων) χρησιμοποιείται πρακτικά για την αντιμετώπιση απλών προβλημάτων, όπου είναι δεδομένη η σειρά εκτέλεσης ενός συνόλου ενεργειών. Ένα απλό παράδειγμα από την καθημερινή ζωή είναι η ακολουθία οδηγιών μίας συνταγής μαγειρικής με στόχο την κατασκευή ενός φαγητού. Τα βήματα και οι ποσότητες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι συγκεκριμένα και οι οδηγίες απόλυτα καθορισμένες και σαφείς. Το παράδειγμα που ακολουθεί παρουσιάζει ένα απλό πρόβλημα που επιλύεται με σειριακή εκτέλεση εντολών.

Διαδίκτυο

<http://www.nist.gov/dads/>

Κόμβος με ευρετήριο
όρων για αλγόριθμους,
Δομές Δεδομένων και
Προβλήματα (Algorithms,
Data Structures, and
Problems Terms and
Definitions for the CRC
Dictionary of Computer
Science, Engineering and
Technology)

Ερωτήσεις - Θέματα για συζήτηση

1. Να δοθεί ο ορισμός του όρου αλγόριθμος.
2. Ποια είναι τα κριτήρια που πρέπει να ικανοποιεί κάθε αλγόριθμος;
3. Υπό ποία πρίσματα η Πληροφορική επιστήμη μελετά τους αλγορίθμους;
4. Ποια η διαφορά της θεωρητικής από την αναλυτική προσέγγιση στην επίλυση ενός προβλήματος με χρήση αλγορίθμου;
5. Περιγράψτε τους τρόπους περιγραφής και αναπαράστασης των αλγορίθμων.
6. Ποιοι είναι οι βασικοί τύποι συνιστωσών/εντολών ενός αλγορίθμου;
7. Να περιγραφεί η δομή της ακολουθίας και να δοθεί σε διάγραμμα ροής ένα παράδειγμα αυτής της αλγοριθμικής προσέγγισης.
8. Να περιγραφεί η δομή της επιλογής και να δοθεί με ακολουθία βημάτων ένα παράδειγμα αυτής της αλγοριθμικής προσέγγισης.
9. Να περιγραφεί η δομή των επαναληπτικών διαδικασιών και να δοθεί με ακολουθία βημάτων και με διάγραμμα ροής ένα παράδειγμα αυτής της αλγοριθμικής προσέγγισης.
10. Να περιγραφεί η δομή των διαδικασιών πολλαπλών επιλογών και να δοθεί με ακολουθία βημάτων και με διάγραμμα ροής ένα παράδειγμα αυτής της αλγοριθμικής προσέγγισης.
11. Να περιγραφεί η δομή των εμφωλευμένων διαδικασιών και να δοθεί με ακολουθία βημάτων και με διάγραμμα ροής ένα παράδειγμα αυτής της αλγοριθμικής προσέγγισης.
12. Να περιγραφεί με ακολουθία βημάτων το πρόβλημα του 'πολλαπλασιασμού αλά ρωσικά'.
13. Ποια η πρακτική σημασία του αλγορίθμου του 'πολλαπλασιασμού αλά ρωσικά'; Πότε γίνεται χρήση αυτού του τρόπου πολλαπλασιασμού δύο ακεραίων;

Βιβλιογραφία

1. Ν. Ιωαννίδης, Κ. Μαρινάκης, Σπ. Μπακογιάννης, *Δομημένη Σχεδίαση Προγράμματος*, Εκδόσεις Έλιξ, Αθήνα 1991.
2. Χρήστος Κοίλιας, *Δομές Δεδομένων και Οργανώσεις Αρχείων*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 1993, Αθήνα.
3. Ιωάννης Μανωλόπουλος, *Δομές Δεδομένων - μία Προσέγγιση με Pascal*, Εκδόσεις Art of Text, Θεσσαλονίκη, 1998.
4. Σκανδάλης κ.ά., *Στοιχεία Θεωρίας Αλγορίθμων*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Κρήτη, 1990.
5. D. Brunskill and J. Turner, *Understanding Algorithms and Data Structures*, McGraw-Hill, 1996.
6. D. E. Knuth, *The Art of Computer Programming: Fundamental Algorithms*, Vol.1, 3rd edition, Addison Wesley, 1997.
7. M.A. Weiss, *Data Structures and Algorithm Analysis*, 2nd edition, Benjamin/Cummings, 1995.