

ΦΥΛΟ 3

Δ1.	1. Τι σημαίνει γεωμετρικά ότι ένας αριθμός α είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό β; 2. Να γράψετε χρησιμοποιώντας μαθηματικά σύμβολα τις παρακάτω εκφράσεις: • Ο x είναι θετικός αριθμός • Ο x είναι αρνητικός αριθμός 3. Έστω δύο πραγματικοί αριθμοί x, y με $x \neq y$ και $\alpha = x^2 + y^2$, $\beta = 2xy$ • Ποιος από τους δύο αριθμούς α, β είναι μεγαλύτερος; • Πότε ένας αριθμός α είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό β; $\alpha > \beta \Leftrightarrow$
Δ2.	1. Αν $\alpha > 0$ και $\beta > 0$, τότε $\alpha + \beta$ Το αντίστροφο ισχύει; 2. Αν $\alpha < 0$ και $\beta < 0$, τότε $\alpha + \beta$ Το αντίστροφο ισχύει; 3. α, β είναι αριθμοί $\Leftrightarrow \alpha\beta > 0$ 4. α, β είναι αριθμοί $\Leftrightarrow \frac{\alpha}{\beta} > 0$ 5. α, β είναι αριθμοί $\Leftrightarrow \alpha\beta < 0$ 6. α, β είναι αριθμοί $\Leftrightarrow \frac{\alpha}{\beta} < 0$
Δ3.	1. $\alpha^2 \dots 0$ 2. $\alpha^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow \alpha \dots\dots\dots$ και $\beta \dots\dots\dots$ 3. $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha \dots\dots\dots$ και $\beta \dots\dots\dots$ 4. $\alpha^2 + \beta^2 \leq 0 \Leftrightarrow \alpha \dots\dots\dots$ και $\beta \dots\dots\dots$
Δ4.	1. Αν $\alpha > \beta$ και $\beta > \gamma$, τότε 2. Ισχύει η ισοδυναμία $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma > \beta + \gamma$; Διατυπώστε την με λόγια. 3. Διατυπώστε με λόγια την ισοδυναμία $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma > \beta\gamma$. Μπορείτε να βρείτε ένα παράδειγμα για το οποίο δεν ισχύει ο παραπάνω ισχυρισμός. Τι πρέπει να συμβαίνει ώστε να ισχύει ο παραπάνω ισχυρισμός. 4. Α) Διατυπώστε με λόγια την ιδιότητα $\left. \begin{matrix} \alpha > \beta \\ \gamma > \delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha + \gamma > \beta + \delta$ Ισχύει το αντίστροφο; Β) Ισχύει η ιδιότητα $\left. \begin{matrix} \alpha > \beta \\ \gamma > \delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha - \gamma > \beta - \delta$; 5. Α) Ελέγξτε αν ισχύει πάντα η ιδιότητα $\left. \begin{matrix} \alpha > \beta \\ \gamma > \delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha\gamma > \beta\delta$, χρησιμοποιώντας τα παραδείγματα: • $\alpha = -1, \quad \beta = -4, \quad \gamma = 3, \quad \delta = -2$ • $\alpha = 3, \quad \beta = -5, \quad \gamma = 2, \quad \delta = -4$ • $\alpha = 5, \quad \beta = 4, \quad \gamma = 3, \quad \delta = 1$ • $\alpha = -3, \quad \beta = -6, \quad \gamma = -2, \quad \delta = -3$ Τι πρέπει να συμβαίνει με τους αριθμούς α, β, γ, δ, ώστε να ισχύει η παραπάνω ιδιότητα.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha > \beta \\ \gamma > \delta \\ \alpha, \beta, \gamma, \delta \text{ θετικοί} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\delta} ; \text{ (Δηλαδή μπορούμε να διαιρούμε κατά μέλη ανισότητες με θετικούς όρους;.....)}$$

6. Α) Ποια από τις παρακάτω ισοδυναμίες ισχύουν;

$\bullet \quad 3 > 2 \Leftrightarrow 3^2 > 2^2 \quad \bullet \quad -3 > -4 \Leftrightarrow (-3)^2 > (-4)^2 \quad \bullet \quad 3 > -4 \Leftrightarrow 3^2 > (-4)^2$

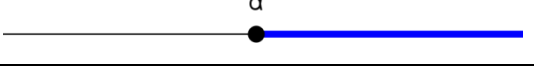
Β) Αν n είναι θετικός ακέραιος αριθμός, σε ποια περίπτωση ισχύει η ισοδυναμία $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^n > \beta^n$;

7. Α) Να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα $<$, $>$.

$\bullet \quad 3 > 2 \Rightarrow \frac{1}{3} \dots \frac{1}{2} \quad \bullet \quad -3 > -4 \Rightarrow -\frac{1}{3} \dots -\frac{1}{4} \quad \bullet \quad 4 > -2 \Rightarrow \frac{1}{4} \dots -\frac{1}{2}$
 $\bullet \quad 5 < 7 \Rightarrow \frac{1}{5} \dots \frac{1}{7} \quad \bullet \quad -5 < -2 \Rightarrow -\frac{1}{5} \dots -\frac{1}{2} \quad \bullet \quad -3 < 5 \Rightarrow -\frac{1}{3} \dots \frac{1}{5}$

Β) Αν, τότε $\alpha < \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$. Να αποδείξετε τον παραπάνω ισχυρισμό.

Δ5. Α) Για κάθε διάστημα πραγματικών αριθμών στον άξονα να συμπληρώσετε την αντίστοιχη ανισότητα και τον κατάλληλο συμβολισμό.

Διάστημα	Ανισότητα	Συμβολισμός
	$\alpha \leq x \leq \beta$	$[\alpha, \beta]$
	$\alpha \leq x < \beta$	$[\alpha, \beta)$
		
		(α, β)
	$x \geq \alpha$	$[\alpha, +\infty)$
		
		$(-\infty, \alpha]$
	$x < \alpha$	

Β) Να βρείτε τα σύνολα: $A \cap B$, $A \cup B$, A' , B' , $A' \cap B'$, $A' \cup B'$, $(A \cap B)'$, $(A \cup B)'$ και όπου μπορείτε να τα γράψετε σε μορφή διαστήματος στις παρακάτω περιπτώσεις:

i) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 7\}$ και $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

ii) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 8\}$ και $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0 \text{ ή } x > 3\}$