

ΦΥΛΛΟ 4

Δ1.	1) Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός αριθμού α; 2) Να βρείτε το α αν: • α = 2 → α = • α = -3 → α = • α = 0 → α = 3) Να διατυπώσετε ένα γενικό κανόνα για την απόλυτη τιμή ενός αριθμού α. $ α = \begin{cases} & \text{αν } α..... \\ & \text{αν } α..... \\ & \text{αν } α..... \end{cases}$												
Δ2.	Να συμπληρώσετε τα κενά με ένα από τα σύμβολα <, ≤, >, ≥, = 1) α0 2) α α, α -α 3) α ^2α^2 4) α ^2 α^2 5) α -α 6) α-β β-α												
Δ3.	1) Να βρείτε το αβ ^2 = 2) Να βρείτε το (α β)^2 = 3) Τι συμπεραίνετε για τους αριθμούς αβ και α β ;												
Δ4	1) Να συμπληρώσετε την ισότητα $\left \frac{α}{β}\right =$ 2) Να αποδείξετε την παραπάνω ισότητα.												
Δ5.	1) Να υπολογίσετε το α+β ^2 = 2) Να υπολογίσετε το (α + β)^2 = 3) Να συγκρίνετε τους αριθμούς α+β και α + β 												
Δ6.	1) Να βρείτε αριθμούς για τους οποίους: α) x =3 x = β) x =0 x = γ) x =-3 x = 2) Να συμπληρώσετε την ισοδυναμία: Αν θ > 0, τότε x =θ ⇔												
Δ7.	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Αξονας</th><th style="padding: 5px;">d(α, β)</th><th style="padding: 5px;">α - β</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 10px;"> </td><td style="height: 40px;"></td><td style="height: 40px;"></td></tr> <tr> <td style="padding: 10px;"> </td><td style="height: 40px;"></td><td style="height: 40px;"></td></tr> <tr> <td style="padding: 10px;"> </td><td style="height: 40px;"></td><td style="height: 40px;"></td></tr> </tbody> </table>	Αξονας	d(α, β)	α - β									
Αξονας	d(α, β)	α - β											

	Αν $\alpha > \beta$, τότε $d(\alpha, \beta) = \dots\dots\dots$ Αν $\alpha < \beta$, τότε $d(\alpha, \beta) = \dots\dots\dots$ Αν $\alpha = \beta$, τότε $d(\alpha, \beta) = \dots\dots\dots$ Γενικά $d(\alpha, \beta) = \dots\dots\dots$
Δ8.	1) Να συμπληρώσετε τις ισότητες: α) $x - 3 = d(\dots\dots\dots)$, β) $x + 3 = d(\dots\dots\dots)$, γ) $x = d(\dots\dots\dots)$ 2) Με τη βοήθεια του άξονα να βρείτε αριθμούς x για τους οποίους ισχύει: α) $x < 2$  β) $x - 3 < 2$  γ) $x + 3 < 2$  3) Με τη βοήθεια του άξονα να βρείτε αριθμούς x για τους οποίους ισχύει: α) $x > 2$  β) $x - 3 > 2$  γ) $x + 3 > 2$ 

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις :
 α) $A = |x^2 - 4x + 4|$ β) $B = |x^2 + 1| - |-x^2 - 4|$ γ) $\Gamma = |x^2 + 4x + 4| - |6x - x^2 - 9|$
- Αν $\alpha < 3 < \beta$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :
 α) $A = |3 - \alpha| + |3 - \beta| - |\alpha - \beta|$ γ) $\Gamma = |\alpha - 4| - |\beta - 2|$
 β) $B = |\alpha - 3| + |\beta| + |\alpha - \beta|$ δ) $\Delta = |\alpha - \beta| - |5 - \alpha| - |1 - \beta|$
- Να βρείτε την τιμή της παράστασης :
 $A = |2x - y - 2| - |2y - x - 2| + |x - y| - 2|x - 2|$, με $x < 2 < y$

4. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις :

$$\begin{array}{lll} \alpha) A = |x-3| & \gamma) \Gamma = 2x - |x-1| & \epsilon) E = x+1 - |2x-6| \\ \beta) B = |x+2| + x & \delta) \Delta = x - |4-x| & \sigma\tau) Z = 3 - |2-x| \end{array}$$

5. Δίνεται η παράσταση $A = |x-3| + 3x - 1$.

- α) Να γραφεί η παράσταση A χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.
β) Για ποιες τιμές του x είναι $A = 0$;

6. Δίνεται η παράσταση $A = |x-2| - |4-2x| + x$.

- α) Να αποδείξετε ότι $A = x - |x-2|$.
β) Να γράψετε την παράσταση A χωρίς απόλυτες τιμές.
γ) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του x, ώστε $A = 0$.

7. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

$$\alpha) B = \frac{|6\alpha - 3\beta|}{|\beta - 2\alpha|} \quad \beta) K = |x-2| - \frac{|x^2 + x - 6|}{|x+3|} \quad \gamma) \Lambda = \frac{|2x^3 + 5x|}{2|x|^2 + 5} \cdot |x|$$

8. Να αποδείξετε ότι :

$$\alpha) |a+1|^2 - 4a = |a-1|^2 \quad \beta) \left(1 + \frac{|x|}{x}\right)(x - |x|) = 0, \quad x \neq 0$$

9. Αν ισχύει $|2\alpha + \beta| = |2\alpha| + |\beta|$, όπου $\alpha, \beta \neq 0$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β είναι ομόσημοι.

10. Να αποδείξετε ότι :

$$\begin{array}{lll} \alpha) a^2 + b^2 \geq 2|ab| & \beta) \left|\frac{2x}{x^2 + 1}\right| \leq 1 & \gamma) \frac{4x^2 + 9}{12} \geq |x| \\ \delta) |x|^3 + 1 \geq x^2 + |x| & \epsilon) \left|a + \frac{1}{a}\right| \geq 2, \quad a \neq 0 & \sigma\tau) \left|\frac{a}{\beta}\right| + \left|\frac{\beta}{a}\right| \geq 2, \quad a, \beta \neq 0 \end{array}$$

11. Αν $x = \frac{\alpha}{|\alpha| + |\beta|}$, $y = \frac{\beta}{|\alpha| + |\beta|}$ με $\alpha\beta \neq 0$, να αποδείξετε ότι $\frac{1}{|x|} + \frac{1}{|y|} \geq 4$.

12. Αν $\alpha = \frac{\beta}{1+|\beta|}$, να αποδείξετε ότι : α) $|\alpha| < 1$ β) $\beta = \frac{\alpha}{1-|\alpha|}$