

ΦΥΛΛΟ 6

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Δραστηριότητα 1^η

Ένας ποδηλάτης πήγε από μια πόλη Α σε μια πόλη Β και επέστρεψε από τον ίδιο δρόμο. Στη μετάβαση οδηγούσε με ταχύτητα 25km/h και ξεκουράστηκε ενδιάμεσα 1 ώρα. Στην επιστροφή οδηγούσε με μέση ταχύτητα 20km/h και δεν έκανε καμία στάση. Αν ο συνολικός χρόνος του ταξιδιού ήταν 10 ώρες, να υπολογιστεί το μήκος της διαδρομής ΑΒ.

Δραστηριότητα 2^η

Α. Δίνονται οι παρακάτω εξισώσεις.

$$3x + 4 = 2x + 9$$

$$4x + 4 = 2x + 16$$

$$x + 4 = 2x + 1$$

$$5x + 4 = 2x + 25$$

$$2x + 4 = 2x + 4$$

- Τι κοινό έχουν οι εξισώσεις αυτές;
- Μπορείτε να γράψετε μια γενική εξίσωση που να τις περιγράφει όλες;

Β. Να λύσετε ταυτόχρονα τις εξισώσεις:

$5x + 4 = 2x + 25$	$2x + 4 = 2x + 4$	$\lambda x + 4 = 2x + \lambda^2$

Γ. Να λύσετε την εξίσωση $ax + b = 0$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Παραμετρικές εξισώσεις

1. Για τις διάφορες τιμές των λ, μ να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\lambda x - 3\lambda = \lambda^2 - 3x$

θ) $\lambda^2(\lambda x - \lambda + 2) - \lambda(x + 1) = 0$

β) $\lambda x + 1 = \lambda^2 - x$

ι) $2\lambda^2 x - \lambda^2(\lambda^2 x - 1) = -2\lambda(\lambda x - 1)$

γ) $\lambda^2 x - 4\lambda = 16x - \lambda^2$

ια) $\lambda^3(x - 1) - 6\lambda(x + \lambda) = 3\lambda(x - 3\lambda)$

δ) $4 - \lambda(\lambda - 2x) = -\lambda^2 x$

ιβ) $(\lambda^2 x - 2)(\lambda - 2) + \lambda x - (\lambda - 1)^2 = 2$

ε) $\lambda^2(x + 1) = -(-1 - \lambda x)$

ιγ) $\lambda^2(x - 1) + 2 = \lambda(x + 1)$

στ) $\lambda(\lambda x + 6) = \lambda^2 - 9(-1 - x)$

ιδ) $\mu^2(x + 3) + x + 1 = \mu(\mu^2 + 2x + 3)$

ζ) $\lambda(2x + 1) - 4(1 + \lambda x) = \lambda^2(x - 1) + \lambda$

η) $2(\lambda^2 + 2x) - \lambda(4 + \lambda x) = 0$

ιε) $\frac{\lambda x - 1}{6} - \frac{\lambda - 2}{4} = x - \lambda + 1$

ιστ) $\frac{3x - 2}{\mu^2 - 2\mu} + \frac{x - 1}{\mu - 2} + \frac{2}{\mu} = 0$

2. Να λύσετε ως προς x την εξίσωση :
- α) $\kappa\lambda(x-1)+2x(\lambda-1)=\kappa(x+3)+2(\lambda+3)$ γ) $\alpha^2x+\beta=\beta^2x+\alpha$
- β) $\alpha^2x-\alpha^2=\alpha\beta x-\beta^2$ δ) $\frac{x}{\alpha^2}-\frac{x}{\beta^2}=\alpha+\beta$
3. Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x+4)-5\lambda(x+\lambda)=-25$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ , η παραπάνω εξίσωση είναι : α) ταυτότητα β) αδύνατη.
4. Δίνεται η εξίσωση $\lambda(x+2\lambda)-3(\lambda^2-x-3)=0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ , η παραπάνω εξίσωση έχει : α) λύση το -3 , β) μοναδική λύση το -3 .
5. Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x-1)=4(x-\lambda+1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
- α) Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει μοναδική λύση και ποια είναι αυτή ;
- β) Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η εξίσωση να είναι αόριστη ή αδύνατη. Πότε είναι ταυτότητα και πότε αδύνατη ;
- γ) Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει μοναδική λύση τη $x=3$;
6. Αν η εξίσωση $(\lambda+\mu-3)x=2\lambda+\mu-4$ είναι αόριστη, να βρείτε τις τιμές των λ και μ .
7. Δίνεται η εξίσωση $\lambda(x-5)=-2(\mu-x-2)$. Να βρείτε για ποιες τιμές των λ και μ , η εξίσωση αυτή είναι : α) ταυτότητα, β) αδύνατη.
8. Να βρείτε για ποιες τιμές των λ και μ η εξίσωση $\lambda(x-5)=\mu x-10$:
- α) αληθεύει για κάθε τιμή του x β) έχει μοναδική λύση γ) είναι αδύνατη
- δ) έχει το πολύ μία λύση ε) έχει τουλάχιστον μία λύση
9. Αν η εξίσωση $(\lambda^2+\mu^2-2\lambda+4\mu+5)x=\lambda+\mu+2$ είναι αδύνατη, να βρείτε τα λ και μ .
10. Δίνονται οι εξισώσεις $(2\lambda+6)x=\mu^2-4$ (1) και $(\lambda+3)x=2\lambda+\mu+4$ (2). Να βρείτε τις τιμές των λ και μ ώστε η (1) να είναι ταυτότητα και η (2) να είναι αδύνατη.
11. Δίνονται οι εξισώσεις $(\lambda-1)x=\mu+1$ (1) και $(\mu+1)x=\lambda-1$ (2). Να αποδείξετε ότι :
- α) Αν η (1) είναι αδύνατη, τότε η (2) έχει μοναδική λύση (ποια είναι η λύση αυτή;).
- β) Αν η (2) είναι ταυτότητα, τότε και η (1) είναι ταυτότητα.

Εξισώσεις με απόλυτες τιμές

12. Να λύσετε τις εξισώσεις:
- α) $|2x+1|=1$ ε) $||x+2|+5|=8$
- β) $|2x+5|=-5$ στ) $||x+2|-2|=5$
- γ) $|x+2|=0$ ζ) $|5-|5-x||=2$
- δ) $-2|x-2|-2=2$ η) $10-|10-|x||=0$

13. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{|1-2x|+2}{5} + 1 - |1-2x| = \frac{2|1-2x|}{3} - |2x-1|$$

$$\beta) \frac{|x-2|-1}{3} = \frac{|2-x|+1}{5}$$

$$\gamma) \frac{|x-3|+6}{2} - \frac{|3-x|+20}{4} = \frac{|x-3|-10}{5}$$

$$\delta) \frac{|x-4|-2}{4} - \frac{|3x-12|-8}{10} = \frac{|8-2x|-12}{5}$$

14. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) 2|x-3| = |x+2| \quad \beta) |x-2|-2|x+1|=0 \quad \gamma) \frac{|x+1|}{2} = \frac{|x-2|}{3}$$

15. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) |x-2| = 2(x+4)$$

$$\theta) ||x-2|-x| = 3$$

$$\beta) 2|x-4| = x-10$$

$$\iota) ||x+3|-2| = |x-5|$$

$$\gamma) |x+5| = 2x-1$$

$$\iota\alpha) |2x-6| = 2x-6$$

$$\delta) 3|x+2|-x=4$$

$$\iota\beta) |5x-20| = 20-5x$$

$$\epsilon) \frac{x}{2} - |x-2| = 4$$

$$\iota\gamma) \frac{|x+2|}{x+2} = 1$$

$$\sigma\tau) 8 - |x-1| = 2x$$

$$\iota\delta) \frac{|x-3|}{3-x} - 1 = 0$$

$$\zeta) |x-|x|| = 10-x$$

$$\eta) ||x|+x|-|x-|x|| = -2x+8$$

16. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) |x^2-3x| + |x^2-9| = 0 \quad \beta) |x^3-x| + |x^2+x| = 0$$

17. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) |2x+1|-3|x-4| = x-3$$

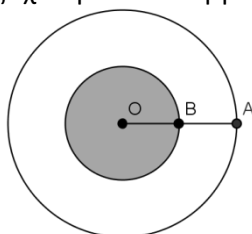
$$\gamma) |x-1| + |2-x| = 2x+1$$

$$\beta) -2|x+3| + 5|x-2| = 3x+4$$

$$\delta) |3-x| + 2|x+1| = 4$$

Προβλήματα

18. Στο παρακάτω σχήμα οι δύο κύκλοι έχουν κέντρο O και ισχύει $OA = 4\text{cm}$. Να βρείτε την ακτίνα OB, αν ο λευκός δακτύλιος έχει τριπλάσιο εμβαδόν από τον γκρι κύκλο.



19. Ένας χημικός έχει 300g διαλύματος υδροχλωρικού οξέος περιεκτικότητας 20%. Θέλει να αφαιρέσει μια ποσότητα από το διάλυμα και να την αντικαταστήσει με διάλυμα υδροχλωρικού οξέος περιεκτικότητας 80% έτσι, ώστε να προκύψει διάλυμα περιεκτικότητας 25%. Πόση ποσότητα πρέπει να αφαιρέσει και στην συνέχεια να την αντικαταστήσει με το διάλυμα περιεκτικότητας 80% ;
20. Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την πόλη Α και κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο προς την πόλη Β με μέση ταχύτητα 16 km/h. Μια ώρα αργότερα μια φίλη του ξεκινά με το ποδήλατό της από την πόλη Β και με μέση ταχύτητα 12 km/h κινείται προς την πόλη Α για να τον συναντήσει. Αν η απόσταση των δύο πόλεων είναι 44 km, σε πόσες ώρες από την εκκίνηση του ποδηλάτη θα συναντηθούν ;
21. Μια βρύση γεμίζει μια άδεια δεξαμενή σε 4 ώρες, ενώ μια άλλη βρύση γεμίζει την ίδια δεξαμενή σε 12 ώρες. Σε πόσες ώρες θα γεμίσουν τη δεξαμενή και οι δύο βρύσες μαζί ;
22. Ένας έμπορος διαθέτει 15000 €. Παρατήρησε ότι αν καταθέσει ένα μέρος των χρημάτων του σε μια τράπεζα με επιτόκιο 5% και τα υπόλοιπα σε μια άλλη τράπεζα με επιτόκιο 8%, τότε ο τόκος που θα πάρει σε ένα χρόνο είναι ίσος με εκείνον που θα έπαιρνε αν κατέθετε τα χρήματά του σε μια τρίτη τράπεζα για το ίδιο χρονικό διάστημα με επιτόκιο 7,5%. Ποιο ποσό πρέπει να καταθέσει ο έμπορος σε καθεμία από τις δύο πρώτες τράπεζες, ώστε να συμβαίνει αυτό ;