

Ερωτήσεις θεωρίας στο 1ο κεφάλαιο

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- Δίνεται η ημιτελής πρόταση:
«Έστω συνάρτηση f συνεχής και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\Delta = (\alpha, \beta)$ ».
Ποια από τις παρακάτω προτάσεις αποτελεί το συμπέρασμα της παραπάνω πρότασης;
Α. $\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = f(\alpha)$ και $\lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x) = f(\beta)$
Β. Η f έχει μέγιστο και ελάχιστο στο (α, β) .
Γ. Το σύνολο τιμών της f είναι το (A, B) , όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$.
Δ. Υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0) = 0$.
- Από τις παρακάτω προτάσεις μόνο μία είναι αληθής. Ποια είναι η πρόταση αυτή;
Α. Αν η f είναι ορισμένη στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και παίρνει μέγιστη και ελάχιστη τιμή, τότε η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$.
Β. Αν η f είναι συνεχής και γνησίως μονότονη στο διάστημα $\Delta = (\alpha, \beta)$ και $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$, $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$, τότε το σύνολο τιμών της f στο Δ είναι το (A, B) ή το (B, A) .
Γ. Αν η f είναι σταθερή στο διάστημα Δ , τότε το $f(\Delta)$ είναι διάστημα.
Δ. Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ με $f(\alpha)f(\beta) > 0$, τότε η f δεν έχει ρίζα στο (α, β) .
- Έστω f συνεχής συνάρτηση στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ με $f(\alpha) \neq f(\beta)$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις αποτελεί το συμπέρασμα του θεωρήματος ενδιάμεσων τιμών;
Α. Υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0) = 0$.
Β. Υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f'(x_0) = 0$.
Γ. Για κάθε αριθμό η μεταξύ των $f(\alpha)$ και $f(\beta)$ υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_0 \in (\alpha, \beta)$, ώστε $f(x_0) = \eta$.
Δ. Η f παίρνει μέγιστη και ελάχιστη τιμή στο $[\alpha, \beta]$.
- Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι ψευδής; Υπάρχει μόνο μία. **Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.**
Α. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.
Β. Αν $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = f(x_0)$, τότε η f είναι συνεχής στο x_0 .
Γ. Η f είναι συνεχής στο x_0 και η g είναι συνεχής στο x_0 , τότε και η $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0 .
Δ. Αν η f είναι συνεχής στο x_0 , τότε και η $|f|$ είναι συνεχής στο x_0 .

5. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις Α – Δ αποτελεί συμπέρασμα του υποθετικού συλλογισμού: «Αν η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1 – 1, τότε αναγκαστικά:»
- Α. Η f είναι γνησίως μονότονη
- Β. Ισχύει η ισοδυναμία $x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
- Γ. Κάθε ευθεία παράλληλη προς τον x' τέμνει τη C_f σε ένα τουλάχιστον σημείο.
- Δ. $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2$
6. Από τις παρακάτω προτάσεις μία μόνο είναι λανθασμένη. Ποια είναι η πρόταση αυτή;
- Α. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{x} = 1$ και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma \upsilon \nu x - 1}{x} = 0$
- Β. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2v+1}} = -\infty$ ($v \in \mathbb{N}$), $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2v}} = +\infty$ ($v \in \mathbb{N}^*$)
- Γ. Αν ο v είναι περιττός, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^v = -\infty$
- Δ. Αν $\alpha > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = 0$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = +\infty$
- Ε. Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow 0} (\log_{\alpha} x) = -\infty$.
7. Έστω f μια συνάρτηση που είναι ορισμένη σε σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη και **να αιτιολογήσετε την απάντησή σας**:
- Α. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .
- Β. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [-f(x)] = +\infty$.
- Γ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$.
- Δ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$.
- Ε. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[k]{f(x)} = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, όπου $f(x) \geq 0$ κοντά στο x_0 .
8. Έστω οι συναρτήσεις f και g ορισμένες σε σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή ή Λανθασμένη καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις. Για τις προτάσεις που θα χαρακτηρίσετε ως Λανθασμένες, **να αιτιολογήσετε την απάντησή σας**.
- Α. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$
- Β. Αν $f(x) < g(x)$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$
- Γ. Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)|$ και είναι ίσο με $\ell > 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\ell$
- Δ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$.

9. Έστω f μια τυχαία συνάρτηση ορισμένη στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι ψευδής; **Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.**
- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \ell$
- B. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ή $-\infty$
- Γ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = \ell$
- Δ. Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right|$
10. Έστω $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ μια συνάρτηση $1-1$ και f^{-1} η αντίστροφη της f . Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;
- A. Η f^{-1} έχει πεδίο ορισμού το σύνολο τιμών της f .
- B. Για κάθε $x_1, x_2 \in A$ με $x_1 = x_2$ είναι $f(x_1) = f(x_2)$
- Γ. $(f \circ f^{-1})(y) = y$ για κάθε $y \in f(A)$ και $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ για κάθε $x \in A$.
- Δ. Οι C_f και $C_{f^{-1}}$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία που διχοτομεί τις γωνίες $x'Oy$ και xOy' .
11. Έστω $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ μια συνάρτηση που είναι $1-1$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη; **Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.**
- A. Κάθε ευθεία παράλληλη προς τον άξονα $x'x$ τέμνει τη C_f το πολύ σε ένα σημείο.
- B. Για κάθε y από το σύνολο τιμών της f , η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .
- Γ. Η συνάρτηση f αντιστρέφεται (ορίζεται η f^{-1}).
- Δ. Αν το A είναι διάστημα τότε η f είναι γνησίως μονότονη.
12. Έστω f γνησίως αύξουσα συνάρτηση σ' ένα διάστημα Δ . Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι ψευδής; **Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.**
- A. Η f είναι $1-1$.
- B. Για κάθε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 > x_2$ ισχύει ότι $f(x_1) > f(x_2)$.
- Γ. Αν η f είναι συνεχής, τότε $f(\Delta)$ διάστημα.
- Δ. Αν $\Delta = (\alpha, \beta)$, τότε $f(\Delta) = (A, B)$, όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$, $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$.
13. Έστω f τυχαία συνάρτηση η οποία είναι συνεχής στο $\Delta = [\alpha, \beta]$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι ψευδής για κάθε τέτοια συνάρτηση;
- A. Η f έχει μέγιστο και ελάχιστο.
- B. Αν η f είναι σταθερή, τότε το $f(\Delta)$ είναι διάστημα.
- Γ. $\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = f(\alpha)$ και $\lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x) = f(\beta)$.
- Δ. Αν $f(\alpha)f(\beta) = 0$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο $[\alpha, \beta]$.
- E. Η f διατηρεί πρόσημο στο $[\alpha, \beta]$.

14. Δίνεται ο ισχυρισμός: «Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ». Με ποια από τις παρακάτω προτάσεις πρέπει να συμπληρωθούν οι υποθέσεις του ισχυρισμού, ώστε αυτός να είναι αληθής πρόταση;
- A. $f(x_0) = 0$
- B. Η f είναι γνησίως μονότονη.
- Γ. $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .
- Δ. $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 .
15. Έστω f τυχαία συνάρτηση η οποία είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις πρέπει να ισχύει επιπλέον, ώστε να εφαρμόζεται το θεώρημα του Bolzano;
- A. Η f είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) .
- B. $f(\alpha) = f(\beta)$
- Γ. $f(\alpha)f(\beta) > 0$
- Δ. Οι αριθμοί $f(\alpha), f(\beta)$ είναι ετερόσημοι.

Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

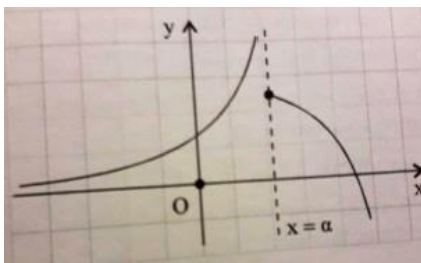
Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

16. Θεωρούμε τη συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$. Το σύνολο τιμών της είναι το σύνολο $f(A) = \dots\dots\dots$
17. Δίνονται οι συναρτήσεις και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$. Η σύνθεση $g \circ f$ της συνάρτησης f με την g ορίζεται όταν το σύνολο $f(A) \cap B$ είναι $\dots\dots\dots$
18. Δίνεται η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι 1-1. Ισχύει ότι:
 $f(f^{-1}(x)) = \dots\dots\dots$ για κάθε $\dots\dots\dots$ και $f^{-1}(f(x)) = \dots\dots\dots$ για κάθε $\dots\dots\dots$
19. Μια η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:
Αν $\dots\dots\dots$, τότε $\dots\dots\dots$
20. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $\dots\dots\dots$ που διχοτομεί τις γωνίες $\dots\dots\dots$ και $\dots\dots\dots$
21. Αν $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - \ell] = \dots\dots\dots$
22. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) \dots\dots\dots$ κοντά στο x_0 .
23. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \dots\dots\dots$
24. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) \dots\dots\dots$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.
25. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \dots\dots\dots$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$
26. Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = +\infty$, όταν $\alpha \in \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_\alpha x = \dots\dots\dots$, όταν $0 < \alpha < 1$.

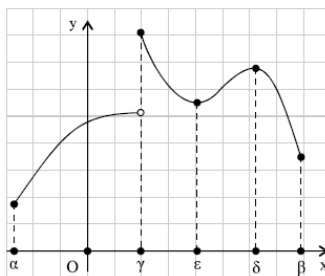
27. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο , τότε η $g \circ f$ είναι συνεχής στο
28. Μια συνάρτηση f θα λέμε ότι είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, όταν είναι συνεχής σε κάθε σημείο του και επιπλέον και
29. Η εικόνα $f(\Delta)$ του διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης είναι
30. Δίνεται συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο (α, β)
- α) Αν $f(\alpha)f(\beta) < 0$, τότε υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0) = 0$.
- β) Η συνάρτηση f παίρνει και τιμή.

Ερωτήσεις σε διάγραμμα

31. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: A \rightarrow \mathbb{R}$. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις που ακολουθούν.



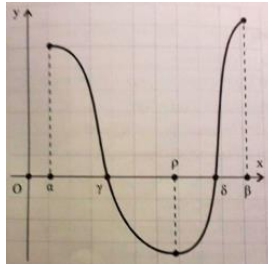
- α) Η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = \dots\dots\dots$
- β) Το σύνολο τιμών της συνάρτησης f είναι το $f(\mathbb{R}) = \dots\dots\dots$
- γ) Η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\Delta_1 = \dots\dots\dots$
- δ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \dots\dots\dots$
32. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[\alpha, \beta]$



- A. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:
- α) Το $f(\delta)$ είναι τοπικό ακρότατο και συγκεκριμένα τοπικό
 β) Η f δεν είναι συνεχής μόνο στο σημείο
- B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λανθασμένες.
- α) Το $f(\gamma)$ είναι τοπικό μέγιστο της f .
 β) Η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο μόνο στις θέσεις $x = \gamma$, $x = \epsilon$, $x = \delta$.

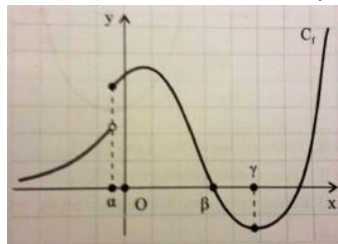
- γ) Στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ ισχύουν για την f οι προϋποθέσεις του Θ.Μ.Τ.
- δ) Η f έχει ελάχιστο στο $[\alpha, \beta]$.
- ε) Στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ ισχύουν οι προϋποθέσεις του Θεωρήματος Ενδιάμεσων Τιμών.
- στ) Στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ ισχύει το συμπέρασμα του Θ.Ε.Τ.
- ζ) Το σύνολο τιμών της f είναι το διάστημα $[f(\alpha), f(\gamma)]$.

33. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[\alpha, \beta]$ κανένα μέρος της C_f δεν είναι ευθύγραμμο τμήμα. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστές ή Λανθασμένες.



- α) Η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο (α, β) .
- β) Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[\alpha, \rho]$.
- γ) Υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f'(x_0) = 0$.
- δ) Η f έχει μέγιστο και ελάχιστο.
- ε) Η f έχει μόνο ένα τοπικό ακρότατο, το $f(\rho)$.
- στ) Στο διάστημα $[\alpha, \rho]$ ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano.
- ζ) Στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ εφαρμόζεται το Θ.Μ.Τ.

34. Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λανθασμένες.

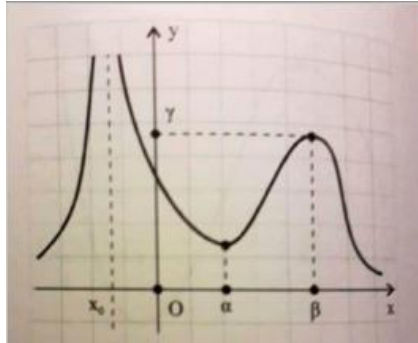


- α) Η f δεν είναι συνεχής στο $x_0 = \alpha$.
- β) Η f είναι παραγωγίσιμη.
- γ) Η f έχει δύο ακριβώς τοπικά ακρότατα.
- δ) Στο διάστημα $[\alpha, \gamma]$ ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano.
- ε) Υπάρχει διάστημα $[\kappa, \lambda]$ στο οποίο ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle.

στ) Υπάρχει σημείο x_0 , ώστε $f'(x_0) = 0$.

ζ) Το όριο $\lim_{x \rightarrow \beta} \frac{1}{f(x)}$ δεν υπάρχει.

35. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



A. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

α) $D_f = \dots\dots\dots$

β) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \dots\dots\dots$

γ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

δ) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \dots\dots\dots$

B. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές ή Λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

β) Η f έχει σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$.

γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$

δ) Το $f(\beta) = \gamma$ είναι τοπικό μέγιστο.

ε) Η f έχει μέγιστο.

στ) Στο διάστημα $[\beta, +\infty)$ η f είναι 1-1.

ζ) Η f έχει σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$.

η) Ισχύει ότι $f'(a) = f'(\beta)$.

θ) Η εξίσωση $f(x) = \eta$ με $f(a) < \eta < f(\beta)$ έχει τρεις ακριβώς ρίζες.

ι) Η f έχει ακριβώς δύο τοπικά ακρότατα.

Ερωτήσεις τύπου Σωστό – Λάθος με αιτιολόγηση (Αντιπαραδείγματα)

Να χαρακτηρίσετε ως Σωστούς ή Λανθασμένους τους παρακάτω ισχυρισμούς και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

36. $\left| \frac{\eta \mu x}{x} \right| < 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$

37. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\eta \mu^2 x \leq x^2$ και η ισότητα ισχύει μόνο για $x = 0$.

38. Αν για οποιαδήποτε συνάρτηση f , ισχύουν τα παρακάτω:

- $h(x) < f(x) < g(x)$ κοντά στο X_0
- $\lim_{x \rightarrow X_0} h(x) = \lim_{x \rightarrow X_0} g(x) = \ell$

Τότε $\lim_{x \rightarrow X_0} f(x) = \ell$

39. Κάθε συνάρτηση που είναι 1-1 σ' ένα διάστημα Δ είναι γνησίως μονότονη στο Δ .

40. Αν $\lim_{x \rightarrow X_0} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow X_0} g(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow X_0} [f(x) + g(x)] = 0$.

41. Αν $\lim_{x \rightarrow X_0} f(x) = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow X_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$

42. Αν μια συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι αντιστρέψιμη, τότε οι συναρτήσεις $f \circ f^{-1}$ και $f^{-1} \circ f$ θα είναι ίσες.

43. Έστω οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει $f(x) \cdot g(x) = 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Τότε $f(x) = 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ή $g(x) = 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

44. Αν η συνάρτηση f έχει όριο στο X_0 και ισχύει $f(x) > 0$ (ή $f(x) < 0$) για x κοντά στο X_0 τότε $\lim_{x \rightarrow X_0} f(x) > 0$ (ή $\lim_{x \rightarrow X_0} f(x) < 0$).

45. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν (πεπερασμένο) όριο στο X_0 και ισχύει $f(x) < g(x)$ για x κοντά στο X_0 τότε $\lim_{x \rightarrow X_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow X_0} g(x)$.

46. Για κάθε δύο συναρτήσεις f, g , θα ορίζεται πάντα η σύνθεση $f \circ g$.

47. Οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(x^v)$ και $g(x) = v \ln x$, με $v \in \mathbb{N}^*$, είναι ίσες.

48. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο X_0 και η g είναι συνεχής στο X_0 , τότε και η $g \circ f$ είναι συνεχής στο X_0 .

49. Έστω $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ μια συνάρτηση που είναι 1 – 1. Αν το A είναι διάστημα τότε η f είναι γνησίως μονότονη.

50. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι 1 – 1 σ' ένα διάστημα Δ , τότε και η συνάρτηση $f + g$ είναι 1 – 1 στο Δ .

51. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι γνησίως αύξουσες (ή γνησίως φθίνουσες) σ' ένα διάστημα Δ , τότε και η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι γνησίως αύξουσα (ή γνησίως φθίνουσα) στο Δ .

52. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα (ή γνησίως φθίνουσα) στα διαστήματα Δ_1 και Δ_2 , τότε η f θα είναι γνησίως αύξουσα (ή γνησίως φθίνουσα) και στο $\Delta_1 \cup \Delta_2$.

53. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$.

54. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ή $-\infty$.

55. Έστω f γνησίως αύξουσα συνάρτηση σ' ένα διάστημα Δ . Αν $\Delta = (\alpha, \beta)$, τότε $f(\Delta) = (A, B)$, όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$, $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$.

56. Αν f γνησίως αύξουσα συνάρτηση στο $\mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

57. Αν f γνησίως φθίνουσα συνάρτηση στο $\mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

58. Έστω η συνεχής συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in A$ με $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$. Τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f(\xi) = 0$.

59. Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα.

60. Αν η f είναι μια συνάρτηση ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σ' αυτό, τότε η f διατηρεί σταθερό πρόσημο στο Δ .

61. Έστω η συνεχής συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) \neq 0$ για κάθε $x \in A$. Τότε η f διατηρεί σταθερό πρόσημο στο A .

