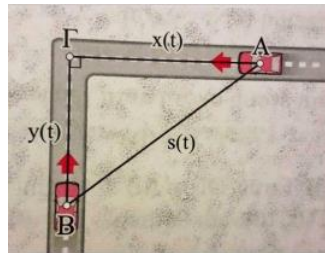


## Φύλλο 9

- Το ύψος  $x$  της στάθμης του νερού σε ένα κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης 2 cm, ανεβαίνει με ρυθμό  $\rho = \frac{2}{\pi}$  cm/sec.  
 α) Να γράψετε μια σχέση που να συνδέει τον όγκο  $V$  του νερού με το ύψος της στάθμης του  $x$ .  
 β) Να βρείτε το ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται ο όγκος του νερού.
- Ένα ανεστραμμένο κωνικό δοχείο ύψους 8 cm και με ακτίνα βάσης 4cm είναι γεμάτο με νερό. Στον πυθμένα του δοχείου, που είναι η κορυφή του κώνου, ανοίγουμε μια οπή από την οποία ρέει το νερό με ρυθμό  $12 \text{ cm}^3/\text{min}$ . Να βρεθεί:  
 α) Η σχέση που συνδέει τον όγκο του νερού με το ύψος  $h$  της στάθμης του νερού κάθε χρονική στιγμή  $t$ .  
 β) Ο ρυθμός με τον οποίο κατεβαίνει η στάθμη του νερού τη χρονική στιγμή κατά την οποία το ύψος της είναι 6 cm.
- Δύο αυτοκίνητα A και B κινούνται κατά μήκος δύο κάθετων οδών ΑΓ και ΒΓ με ταχύτητες 50 km/h και 100 km/h αντίστοιχα. Να βρεθεί:



- Η συνάρτηση της απόστασης των δύο αυτοκινήτων σε σχέση με τις αποστάσεις των οχημάτων από το σημείο Γ.
  - Η απόσταση των οχημάτων τη χρονική στιγμή κατά την οποία το πρώτο όχημα απέχει από τη διασταύρωση 800 m και το δεύτερο 600 m.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης AB ως προς το χρόνο, την παραπάνω χρονική στιγμή.
- Μια λάμπα ανάβει σε φανοστάτη ύψους 15 m. Από το ίδιο ύψος σε απόσταση 10 m από το φανοστάτη αφήνουμε μια μπάλα να πέσει. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα της σκιάς της μπάλας πάνω στο έδαφος μετά από 0,5 sec.
  - Η Ελένη πετάει το χαρταετό της σε ύψος 100 m και ο αέρας τον παρασύρει οριζόντια μακριά από αυτήν με ταχύτητα 7m/sec. Πόσο γρήγορα θα πρέπει να ξετυλίγει τον σπάγγο η Ελένη τη στιγμή που ο χαρταετός απέχει 150m από αυτήν.
  - Έστω ότι μαγνητοσκοπείτε έναν αγώνα αυτοκινήτων σε απόσταση 40 m από το δρόμο και παρακολουθείτε ένα αμάξι που κινείται με ταχύτητα 288 km/h (80 m/sec). Πόσο γρήγορα θα πρέπει να περιστρέψετε την κάμερα τη στιγμή που το αμάξι αυτό βρίσκεται ακριβώς μπροστά σας; Το ίδιο ερώτημα για μισό δευτερόλεπτο αργότερα.
  - Ένα σωματίδιο κινείται πάνω στην παραβολή  $y = x^2$  στο πρώτο τεταρτημόριο έτσι ώστε η τετμημένη της θέσης του να αυξάνεται με σταθερό ρυθμό 10 m/sec. Να προσδιορίσετε το ρυθμό μεταβολής της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία που συνδέει το σωματίδιο με την αρχή των αξόνων όταν η τετμημένη της θέσης του είναι 3 m.

8. Ένα περιπολικό κινείται νότια πλησιάζοντας μια διασταύρωση στην οποία ένα αυτοκίνητο έχει ήδη στρίψει και κινείται ανατολικά. Τη στιγμή που το περιπολικό βρίσκεται 1 km βόρεια της διασταύρωσης και το αυτοκίνητο 1,3 km ανατολικά, η απόσταση που τα χωρίζει αυξάνεται με ρυθμό 30km/h. Αν η ταχύτητα του περιπολικού τη στιγμή της μέτρησης είναι 100km/h και το όριο ταχύτητας στην περιοχή είναι 110 km/h, να προσδιορίσετε κατά πόσον ο οδηγός του αυτοκινήτου ελέγχεται για παραβατική συμπεριφορά.
9. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x-1)$ ,  $x > 1$  και σημείο M κινείται στην καμπύλη  $C_f$  και A είναι η προβολή του στον άξονα  $x'x$ . Η εφαπτομένη της καμπύλης τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο B. Να αποδείξετε ότι τη χρονική στιγμή  $t_0$  όπου το σημείο M βρίσκεται στη θέση  $(e+1, 1)$ , τα σημεία A και B κινούνται στον άξονα  $x'x$  με αντίθετες ταχύτητες.
10. Σημείο M κινείται στην καμπύλη  $y = \sqrt{x}$  και η τετμημένη του αυξάνεται με ρυθμό 1μον/sec. Η εφαπτομένη της καμπύλης στο σημείο M τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο N.
- α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου N στη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , καθώς το σημείο M κινείται στην καμπύλη.
- β) Τη χρονική στιγμή  $t_0$  που το σημείο M βρίσκεται στη θέση (4, 2), να υπολογίσετε:
- Το ρυθμό μεταβολής της τεταγμένης του σημείου M.
  - Το ρυθμό μεταβολής της επιφάνειας του τριγώνου MNO.
  - Το ρυθμό μεταβολής της γωνίας  $\hat{MNO}$ .
11. Σώμα (Σ) κινείται σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο, από την κορυφή του B προς τη βάση του A και η απόστασή του από την κορυφή B δίνεται από τον τύπο  $S(t) = 2t + 3t^2$  ( $t$  είναι ο χρόνος σε sec).
- α) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος (Σ) τη χρονική στιγμή  $t = 5$  sec.
- β) Αν το σώμα (Σ) φτάνει στη βάση A με ταχύτητα 62 m/sec, να υπολογίσετε:
- Τη χρονική διάρκεια της κίνησης.
  - Το ύψος OB του κεκλιμένου επιπέδου
  - Το ρυθμό μεταβολής της οριζόντιας και της κατακόρυφης μετατόπισης του σώματος στο μισό του ολικού χρόνου της κίνησης.