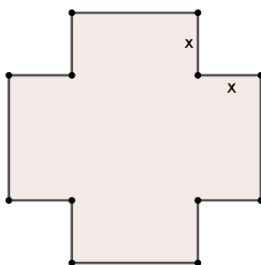


ΦΥΛΛΟ 12B

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ - ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

- Ένας κατασκευαστής θέλει να κατασκευάσει ένα κουτί ορθογώνιο, με βάση τετράγωνο και ανοικτό στο πάνω μέρος, του οποίου η συνολική επιφάνεια θα είναι 108cm^2 . Ποιες πρέπει να είναι οι διαστάσεις του κουτιού ώστε αυτό να έχει τη μέγιστη χωρητικότητα;
- Οι πορείες δύο σκαφών Σ1 και Σ2, που κινούνται με την ίδια ταχύτητα 20 km/h , τέμνονται στο σημείο Λ. Στη $1\mu.\mu.$ το ένα σκάφος κινείται ανατολικά και απέχει 60 km από το Λ, ενώ το άλλο σκάφος κινείται βόρεια και απέχει 100 km από το Λ.
 - Να εκφράσετε την απόσταση d των δύο σκαφών ως συνάρτηση του χρόνου t , όπου t είναι ο χρόνος που παρήλθε από τη $1\mu.\mu.$
 - Ποια ώρα τα σκάφη απέχουν μεταξύ τους την ελάχιστη απόσταση;
 - Όταν τα σκάφη απέχουν μεταξύ τους 28 km , έχουν διέλθει από το σημείο Λ ή όχι; Πόσο απέχουν τότε τα σκάφη από το Λ;

- Από τις τέσσερις γωνίες ενός τετράγωνης λαμαρίνας πλευράς 6dm κόβουμε τέσσερα ίσα τετράγωνα ώστε με αναδίπλωση να προκύψει ένα κουτί. Πόσο πρέπει να είναι η πλευρά των τετραγώνων που θα κόψουμε ώστε το κουτί που θα προκύψει να έχει το μέγιστο όγκο;



- Μια εταιρία θέλει να τυπώσει ένα διαφημιστικό φυλλάδιο σε ένα φύλλο χαρτιού με εμβαδόν 800cm^2 . Τα περιθώρια αριστερά και δεξιά είναι 4cm ενώ πάνω και κάτω είναι 2cm . Ποιες διαστάσεις πρέπει να έχει το φύλλο ώστε για τη γραφή του κειμένου να προσφέρεται ο μέγιστος δυνατός χώρος;
- Το ύψος σε m που βρίσκεται ένα τηλεκατευθυνόμενο μοντέλο αεροπλάνου, μετά από χρόνο πτήσης t (σε sec) δίνεται από τη συνάρτηση $f(t) = -3t^2 + 30t$, όπου $0 \leq t \leq 10$.
 - Σε ποιο ύψος βρίσκεται το αεροπλάνο τη χρονική στιγμή $t = 0$;
 - Να βρείτε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το αεροπλάνο ανεβαίνει, καθώς και το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το αεροπλάνο κατεβαίνει.
 - Ποια χρονική στιγμή το αεροπλάνο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος και ποιο είναι το ύψος αυτό;
- Να βρείτε το σημείο της ευθείας (ϵ) με εξίσωση $y = 2x - 5$, το οποίο απέχει από την αρχή των αξόνων τη μικρότερη δυνατή απόσταση.
- Δίνεται η παραβολή $y^2 = 8x$ και το σημείο $A(4, 2)$.

- α) Να βρείτε σημείο M της παραβολής, ώστε η απόσταση AM να είναι ελάχιστη.
β) Να αποδείξετε ότι η AM είναι κάθετη στην εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο M .
8. Σε έναν κύκλο ακτίνας $\rho = 2\text{cm}$ εγγράφουμε ένα ορθογώνιο. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου γίνεται μέγιστο όταν αυτό είναι τετράγωνο.
9. Η αξία ενός φωτοτυπικού μηχανήματος μειώνεται με το χρόνο t σύμφωνα με τη συνάρτηση $f(t) = 6000e^{-\frac{t}{6}-1}$. Ο ρυθμός μεταβολής του κέρδους $K(t)$ από την πώληση των φωτοαντιγράφων είναι $K'(t) = 1000e^{-\frac{t}{3}}$. Να βρείτε τη χρονική στιγμή κατά την οποία πρέπει να πουληθεί το φωτοτυπικό μηχάνημα ώστε το συνολικό κέρδος από τα φωτοαντίγραφα και την αξία του φωτοτυπικού να γίνεται μέγιστο.