

Φύλλο 16

1. Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

$$\alpha) f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1}$$

$$\beta) f(x) = xe^{\frac{x^2}{2}}$$

$$\gamma) f(x) = \frac{1+2\ln x}{x}$$

$$\delta) f(x) = e^x (x^2 - 2x + 2)$$

$$\epsilon) f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$$

$$\sigma\tau) f(x) = e^x - \ln(x+1)$$

$$\zeta) f(x) = x + \ln(x^2 + 1)$$

2. α) Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

β) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $x^3 - 3x + 2 = \alpha$ για τις διάφορες τιμές του α .

3. α) Να μελετήσετε και να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} - 2\ln x$

β) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $x^2 - 1 - \lambda x = x \ln x$.

4. α) Να μελετήσετε και να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^3}{x-2}$

β) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $x^3 = \lambda x - 2\lambda$, για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$

5. α) Να μελετήσετε και να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{1 + \sin x}{\eta\mu x}$,

$$x \in (0, \pi)$$

β) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $1 - \lambda \eta\mu x + \sin x = 0$, $x \in (0, \pi)$, για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

γ) Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f για $x \in (0, \pi) \cup (\pi, 2\pi)$

6. α) Να μελετήσετε και να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \begin{cases} x \ln x, & x > 0 \\ xe^{\frac{x^2}{2}}, & x \leq 0 \end{cases}$

β) Να ελέγξετε αν η f είναι παραγωγίσιμη.

γ) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση f έχει αντίστροφη.

δ) Να βρείτε πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \lambda$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

7. α) Να μελετήσετε και να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}, & x \leq 0 \\ \frac{5e^x}{2e^x + 3}, & x > 0 \end{cases}$$

β) Να ελέγξετε αν η f είναι παραγωγίσιμη.

γ) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση f έχει αντίστροφη.

δ) Να βρείτε πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \lambda$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.