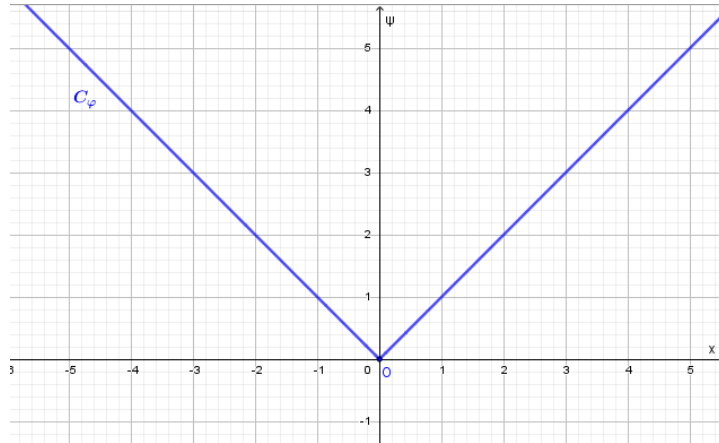


ΕΝΟΤΗΤΑ 2.2 - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

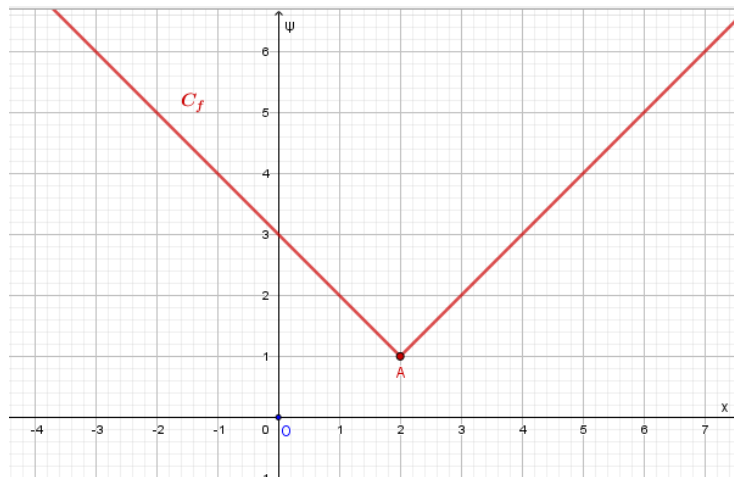
ΘΕΜΑ 14972 (2°)

Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ με γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Επιπλέον οι συναρτήσεις $g(x) = |x - 2|$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = |x - 2| + 1$, $x \in \mathbb{R}$.



α) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις g, f και να εξηγήσετε πώς προκύπτουν μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της φ . (Μονάδες 13)

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f , η οποία δίνεται παρακάτω,



να βρείτε:

ii. Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια αύξουσα και γνήσια φθίνουσα.

(Μονάδες 6)

ii. Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 14983 (2ο)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{3}x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ η οποία προκύπτει από μία οριζόντια μετατόπιση της $g(x)$ κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και μετά κατά μία μονάδα προς τα πάνω.

α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση όσον αφορά τον τύπο της $f(x)$.

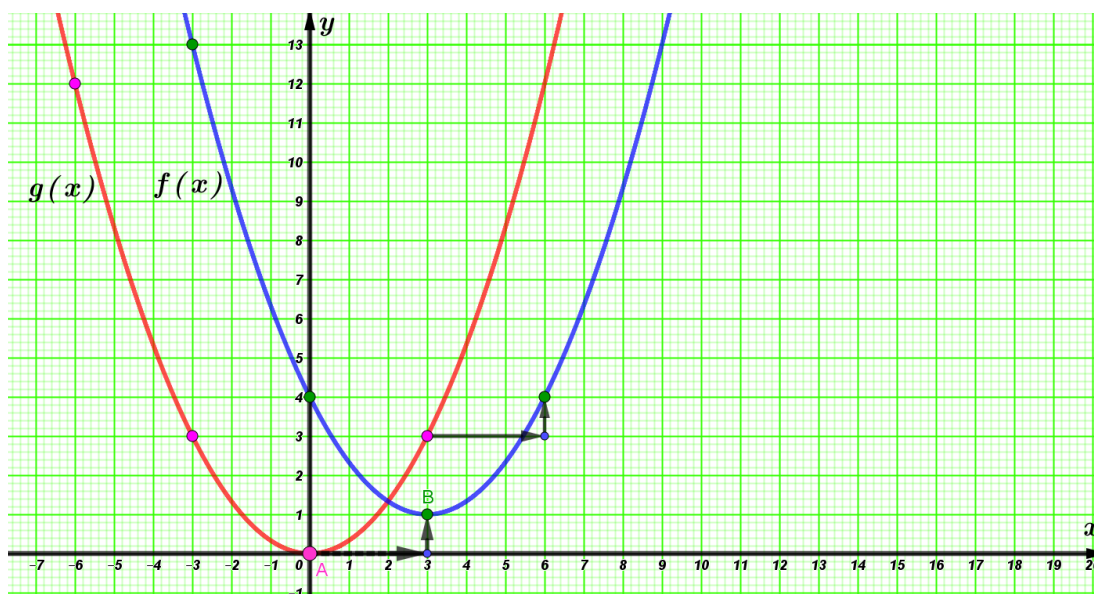
(I) $f(x) = g(x + 3) + 1$. (II) $f(x) = g(x + 3) - 1$. (III) $f(x) = g(x - 3) + 1$.

(IV) $f(x) = g(x - 3) - 1$. (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$ και την θέση ελαχίστου.

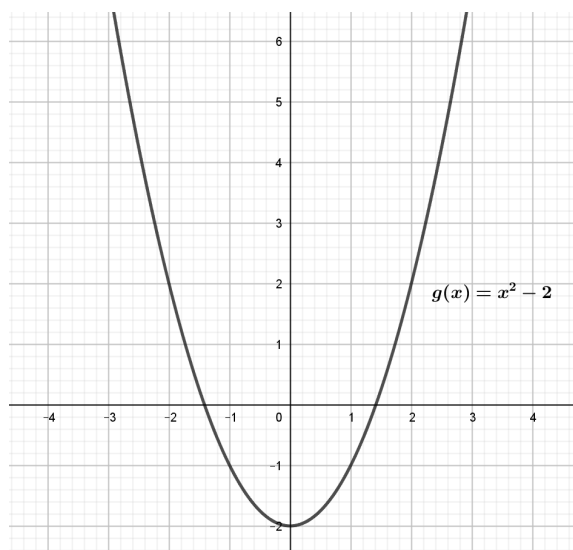
(Μονάδες 8)

γ) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 15811 (2°)

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2 - 2$, $x \in \Gamma$.



δ) Με βάση τη γραφική της παράσταση,

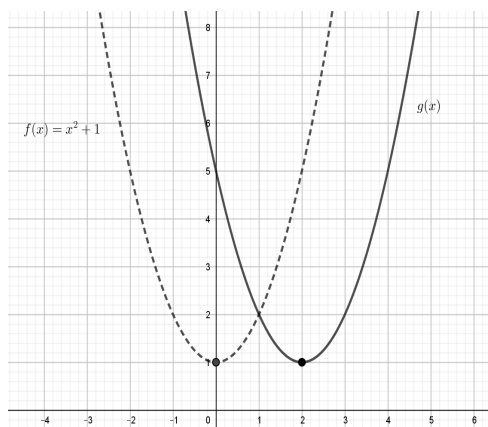
i. να αιτιολογήσετε γιατί η g είναι άρτια. (Μονάδες 9)

ii. να βρείτε το ελάχιστο της g και τη θέση αυτού. (Μονάδες 7)

ε) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της $f(x) = x^2$ μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική παράσταση της g που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 20671 (2°)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 1$ και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $g(x)$ με $x \in \Gamma$.



- α) i. Είναι η f άρτια ή περιττή συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)
- ii. Έχει η f μέγιστη τιμή ή ελάχιστη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

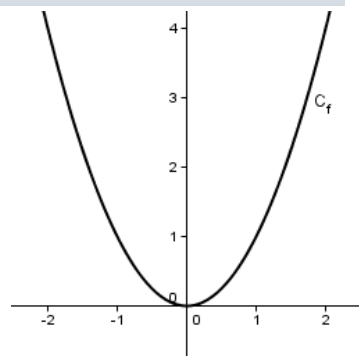
- β) i. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f προέκυψε η γραφική παράσταση της g ; (Μονάδες 7)
- ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g . (Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 21673 (2°)

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης $f(x) = x^2$, $x \in \Gamma$.

- α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $\phi(x)$ της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την C_f αν την μετατοπίσουμε μια μονάδα, προς τα πάνω.

(Μονάδες 8)



- β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $\phi(x)$. (Μονάδες 8)
- γ) Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της $\phi(x)$.

(Μονάδες 9)

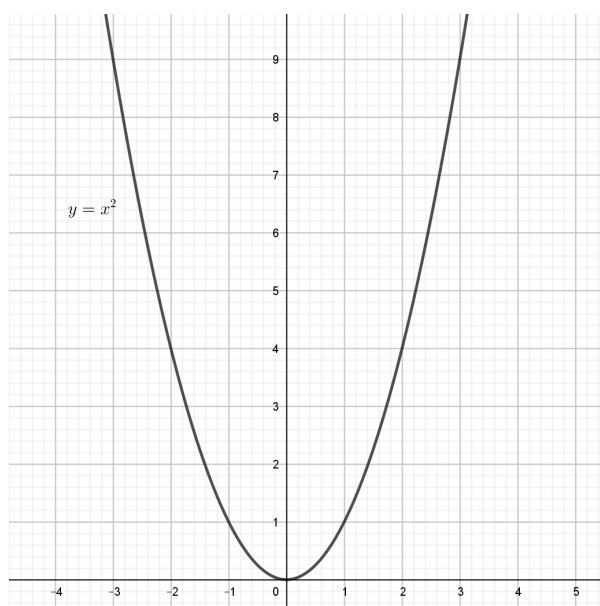
ΘΕΜΑ 32674 (2°)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να δείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x-2)^2 + 1$. (Μονάδες 10)

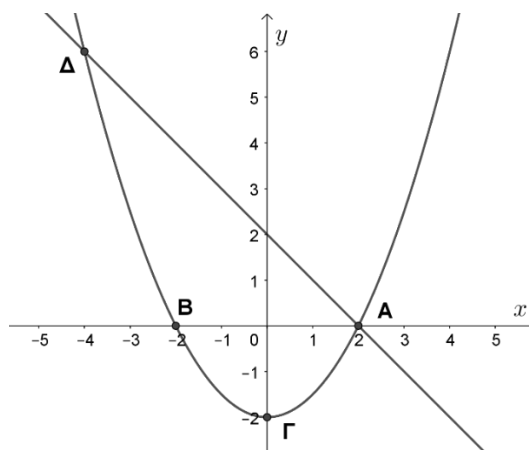
- β) Να αναφέρετε με ποιες μετατοπίσεις της $y(x) = x^2$ προκύπτει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , την οποία και να χαράξετε στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί.

(Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 14294 (4°)

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και της ευθείας $g(x) = -x + 2$.



- α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία A, B, Γ , να βρείτε τις τιμές των α, β, γ . (Μονάδες 8)
- β) Αν $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 0$ και $\gamma = -2$, να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής. (Μονάδες 8)
- γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 14973 (4°)

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = 3x^2, x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = 3x^2 - 6x + 8, x \in \mathbb{R}$.

- α) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση φ είναι άρτια ή περιττή και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση. (Μονάδες 4)
- β) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 3(x - 1)^2 + 5, x \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 4)
- γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , να βρείτε:
- Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια μονότονη και τον άξονα συμμετρίας της συνάρτησης f . (Μονάδες 6)
 - Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι; (Μονάδες 4)
 - Το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας με εξίσωση $y = \lambda, \lambda \in \mathbb{R}$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ . (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 20713 (4°)

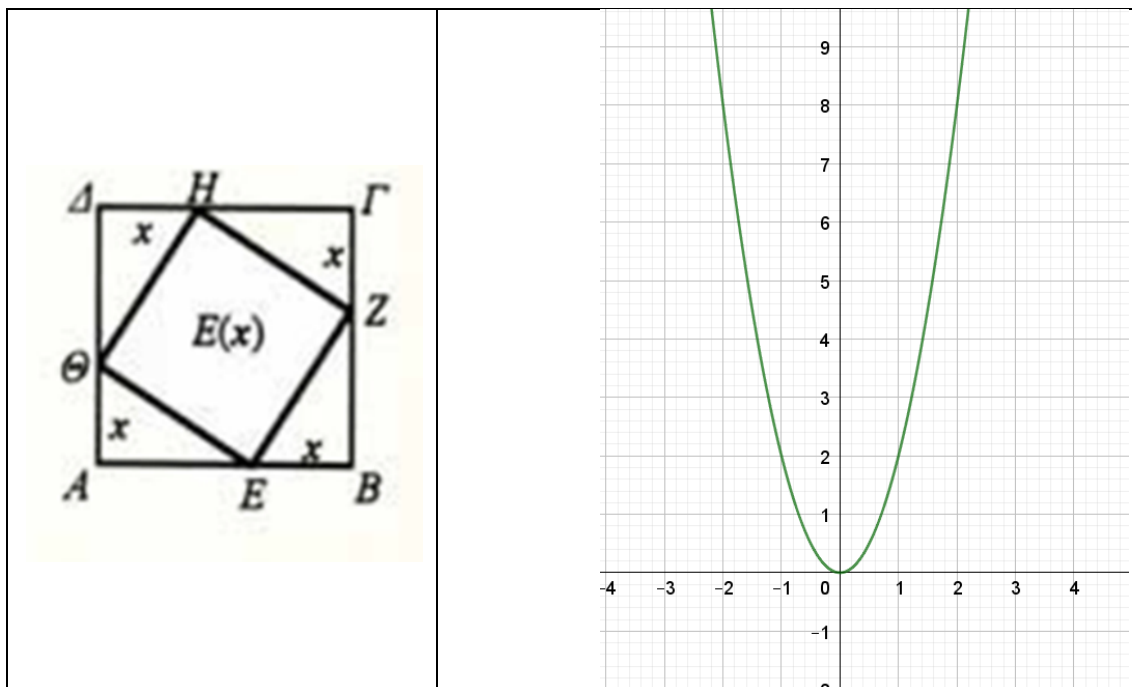
Στο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος με πλευρά 2 cm , παίρνουμε τα εσωτερικά σημεία E, Z, H, Θ των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$, αντίστοιχα, ώστε $EB = Z\Gamma = H\Delta = \Theta A = x$ και σχηματίζεται το τετράγωνο $EZH\Theta$.

α) Να εκφράσετε την πλευρά EZ ως συνάρτηση του x και να βρείτε τις δυνατές τιμές του x . (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραγώνου $EZH\Theta$ συναρτήσει της πλευράς x δίνεται από τη συνάρτηση $E(x) = 2(x-1)^2 + 2$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος. (Μονάδες 6)

γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2x^2$. Μετατοπίζοντας την κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $E(x)$ και με βάση αυτή, να βρείτε το x έτσι ώστε το εμβαδόν $E(x)$ του $EZH\Theta$ να γίνεται ελάχιστο. (Μονάδες 8)

δ) Τι συμπέρασμα προκύπτει για τα σημεία E, Z, H, Θ στην περίπτωση που το εμβαδόν του $EZH\Theta$ γίνεται ελάχιστο. (Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 20715 (4^ο)

Με συρματοπλέγμα μήκους 20 m θέλουμε να περιφράξουμε οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις x και y , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να εκφράσετε την πλευρά y ως συνάρτηση της πλευράς x και να βρείτε τις δυνατές τιμές της πλευράς x .

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x δίνεται από τη συνάρτηση $E(x) = -(x-5)^2 + 25$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος.

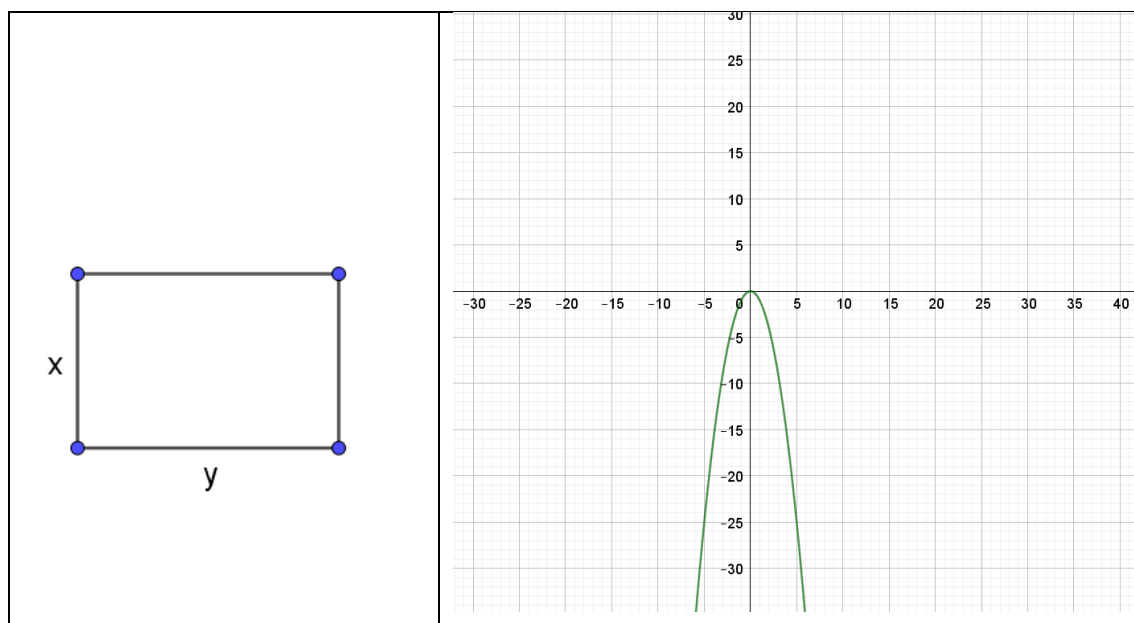
(Μονάδες 7)

γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = -x^2$. Μετατοπίζοντάς τη κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $E(x)$ και με βάση αυτή, να βρείτε το x έτσι ώστε το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου να γίνεται μέγιστο.

(Μονάδες 7)

δ) Για την τιμή του x που βρήκατε στο ερώτημα γ), να βρείτε την πλευρά y και να προσδιορίσετε το είδος του ορθογωνίου.

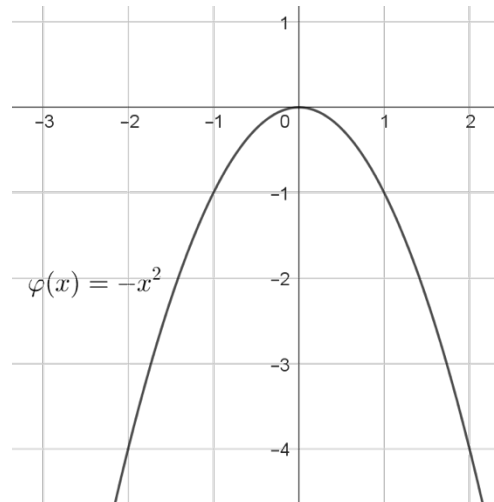
(Μονάδες 4)



ΘΕΜΑ 32677 (4^ο)

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = -x^2, x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = -x^2 + 2x + 1, x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x - 1)^2 + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f . (Μονάδες 10)



β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f να βρείτε:

- i. Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη. (Μονάδες 5)
- ii. Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του. (Μονάδες 5)
- iii. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa, \kappa < 2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)