

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ 2023-2024 – ΕΝΟΤΗΤΑ 2.1
ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ – ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ - ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ

ΘΕΜΑ 14971 (2^ο)

Δίνονται τα σημεία του επιπέδου $A(1,1), B(3,3)$.

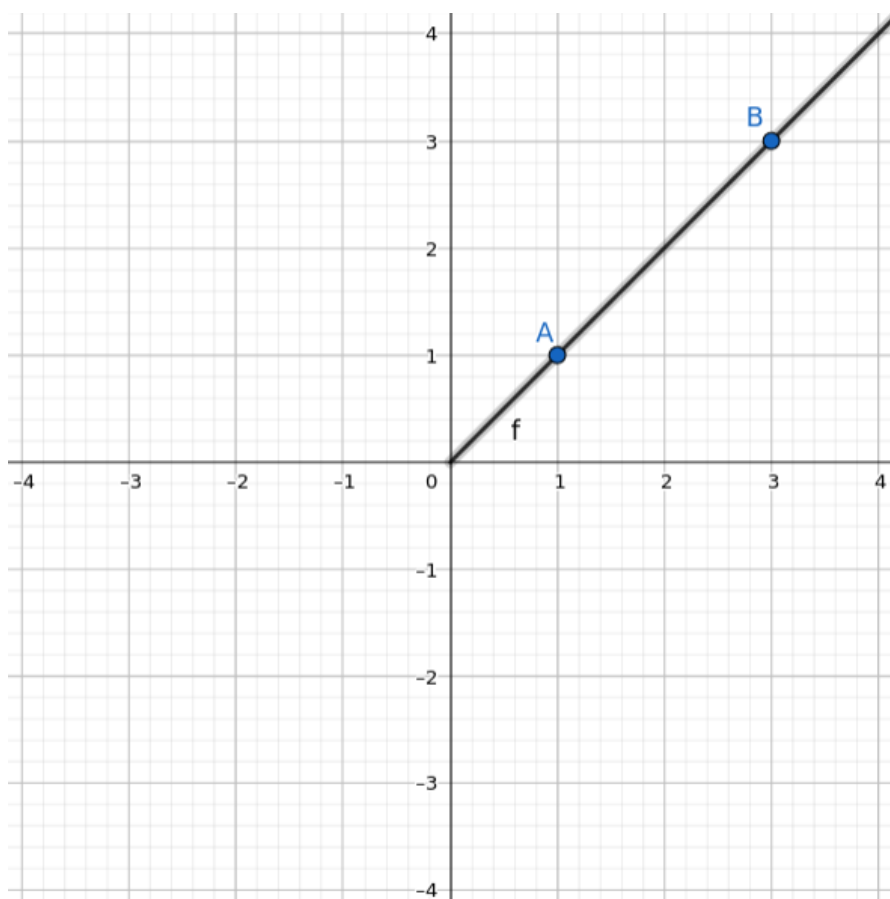
α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις επόμενες ιδιότητες θα μπορούσε και ποιες δε θα μπορούσε να έχει μία συνάρτηση f , που ορίζεται σε όλους τους πραγματικούς αριθμούς και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα A και B .

i) είναι σταθερή συνάρτηση

ii) είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση

(Μονάδες 12)

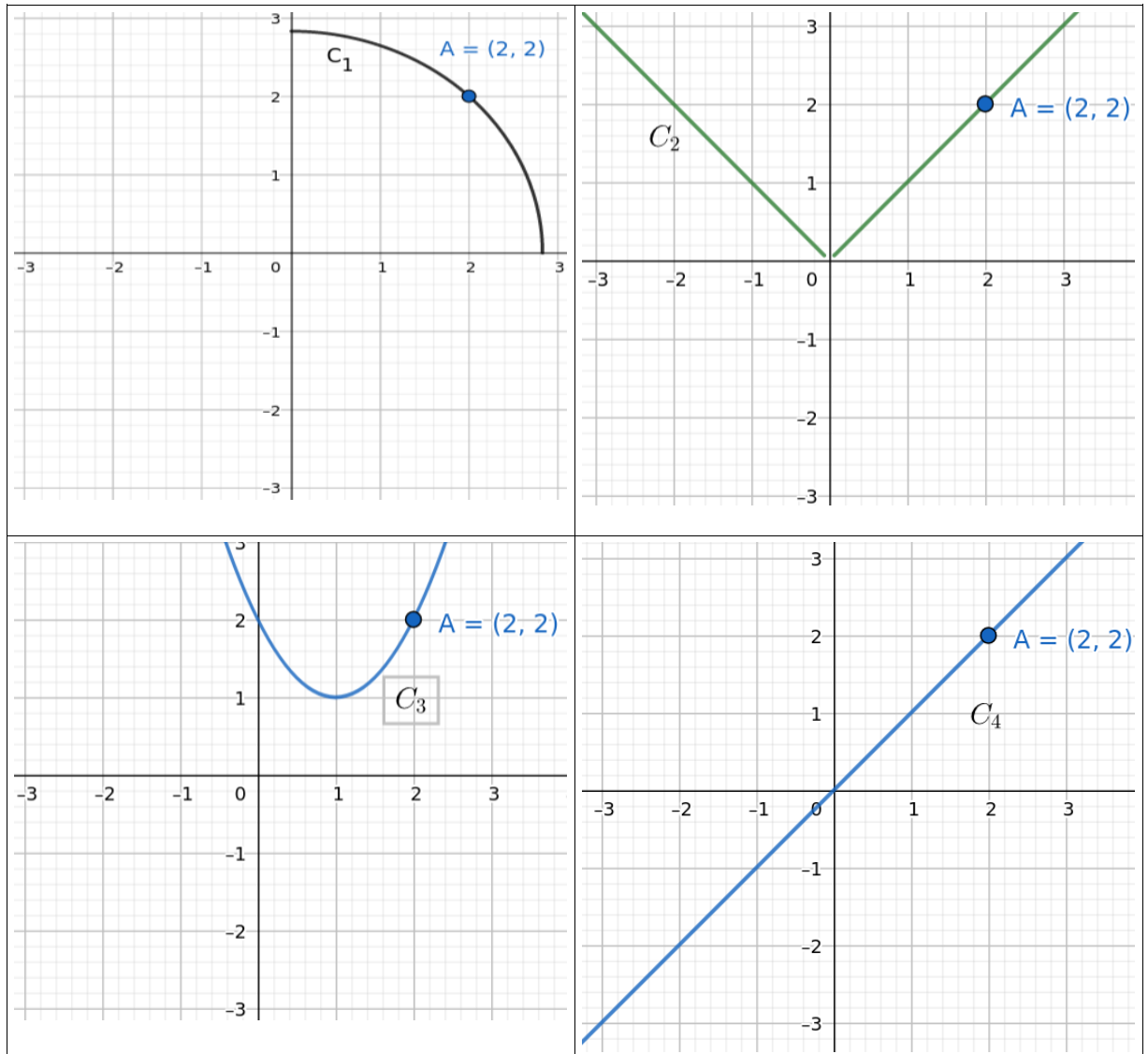
β) Να συμπληρώσετε την παρακάτω γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f , η οποία διέρχεται από τα A, B και είναι περιττή.



(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 14976 (2°)

Δίνονται τα παρακάτω σχήματα:



α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις C_1, C_2, C_3, C_4 αναπαριστούν

άρτιες ή περιττές συναρτήσεις, ποιες όχι και γιατί. Δίνεται ότι τουλάχιστον μία είναι άρτια και τουλάχιστον μία είναι περιττή. (Μονάδες 12)

β) Για τις συναρτήσεις C_2, C_4 να βρείτε την τεταγμένη του σημείου τους $B(-2, k)$, αιτιολογώντας την τιμή που βρήκατε από την ιδιότητα συμμετρίας καθεμίας συνάρτησης. (Μονάδες 13)

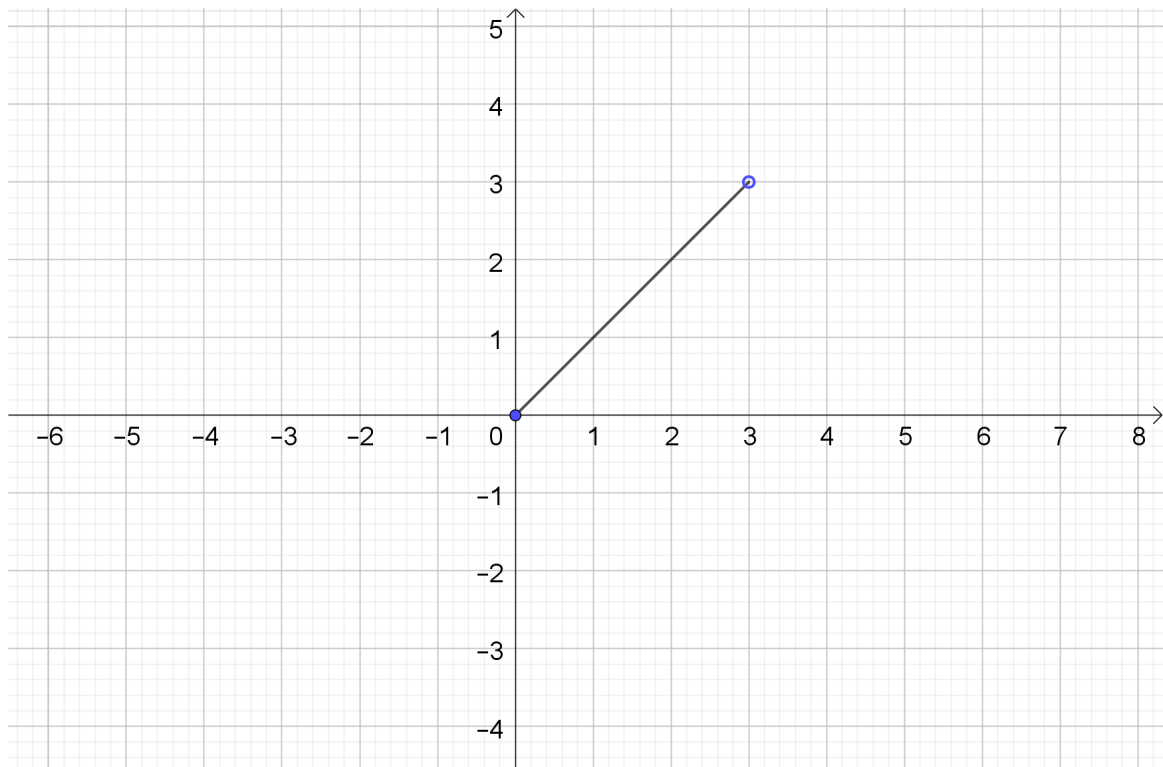
ΘΕΜΑ 15017 (2°)

Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 3)$ είναι άρτια και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(2, 2)$.

α) Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το $f(-2)$. (Μονάδες 8)

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 3)$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 10)



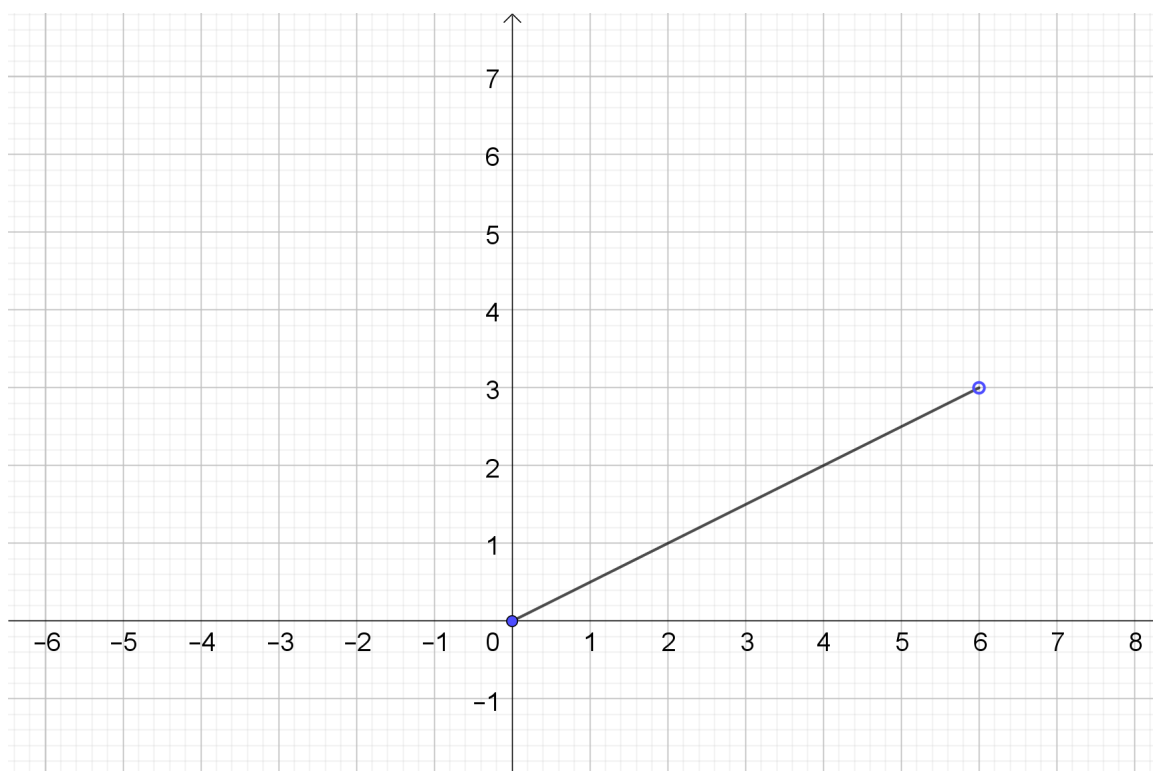
ΘΕΜΑ 15018 (2°)

Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 6)$ είναι περιττή και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(4, 2)$.

α) Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το $f(-4)$. (Μονάδες 8)

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 6)$ Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 15019 (2°)**

Δίνεται μία συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι $f(-1) = 2$ και $f(1) = 0$.

Να αιτιολογήσετε (αλγεβρικά ή γραφικά)

α) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι άρτια. (Μονάδες 8)

β) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι περιττή. (Μονάδες 8)

γ) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 9)

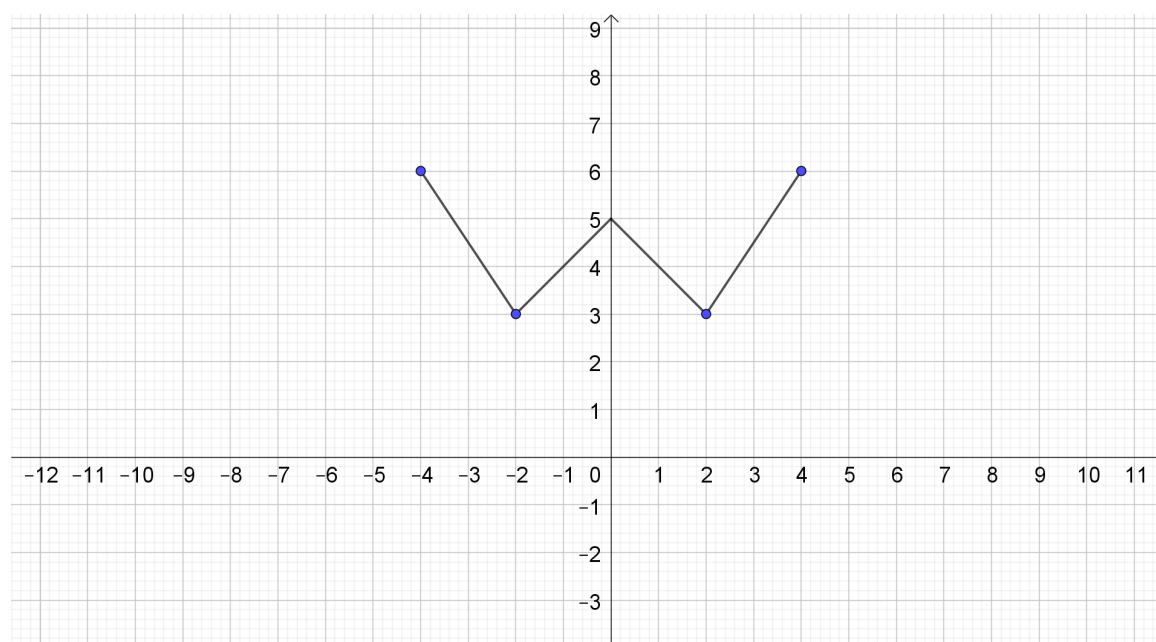
ΘΕΜΑ 15024 (2°)

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[-4, 4]$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

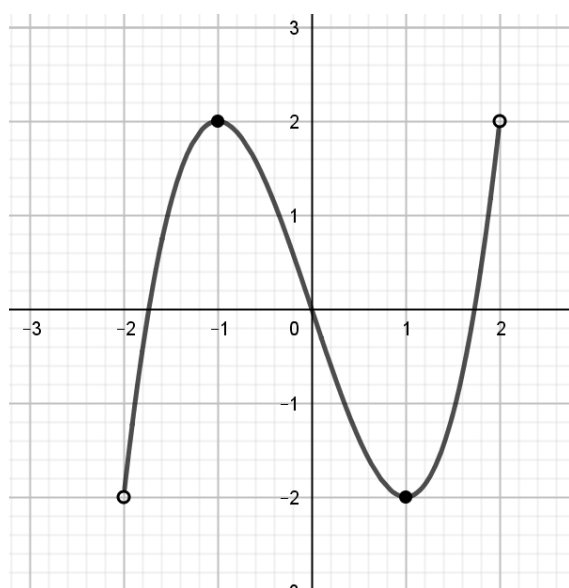
α) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f . (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f καθώς και για ποιες τιμές του x τις παρουσιάζει. (Μονάδες 9)

**ΘΕΜΑ 15112 (2°)**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(-2, 2)$.



α) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

β) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 15114 (2°)

Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως αύξουσα στο Γ με σύνολο τιμών το Γ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.

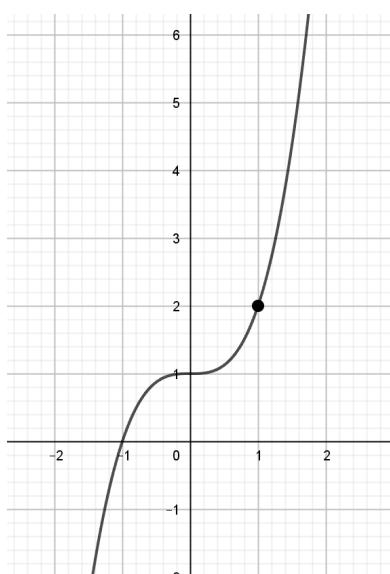
α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2,9)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

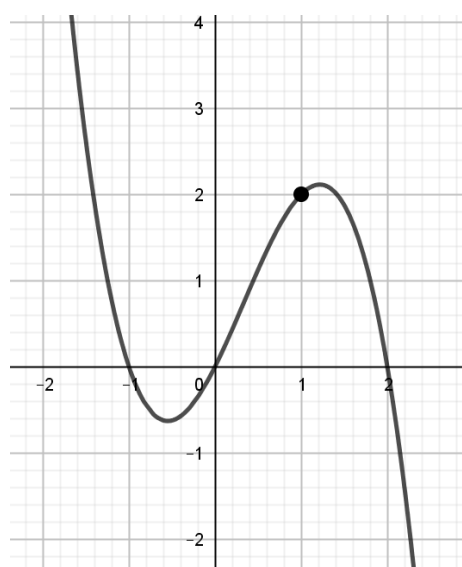
β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

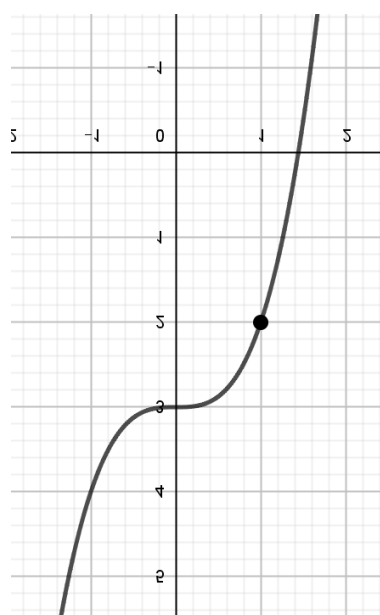
i.



ii.

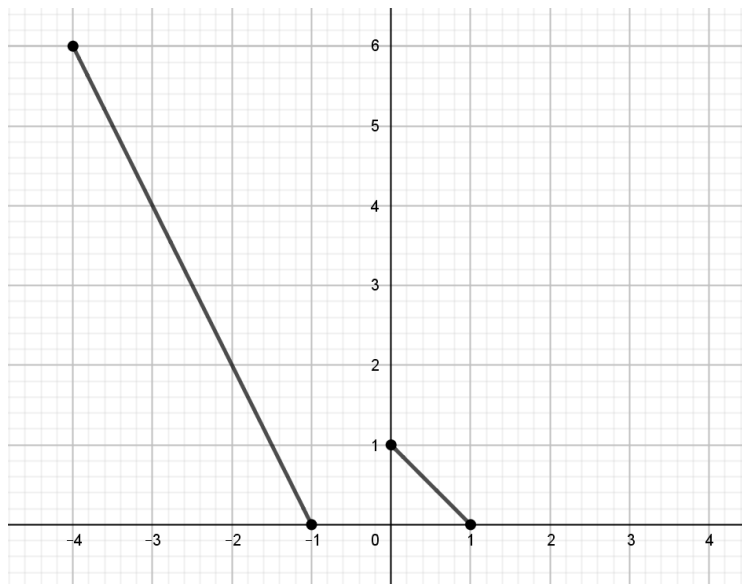


iii.



ΘΕΜΑ 15116 (2^ο)

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-4, 4]$.

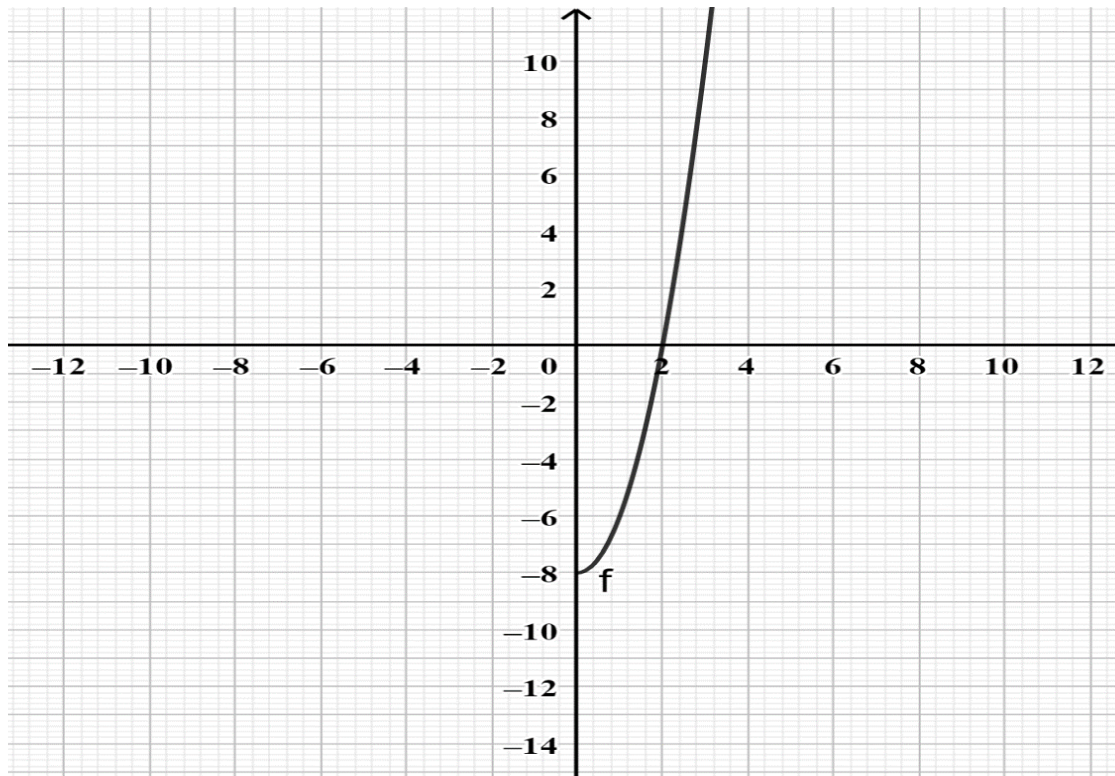


α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της f . (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε:

i) τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

ii) τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών. (Μονάδες 9)



Στο παραπάνω σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Να μεταφέρεται το σχήμα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση με το κομμάτι της καμπύλης που λείπει. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

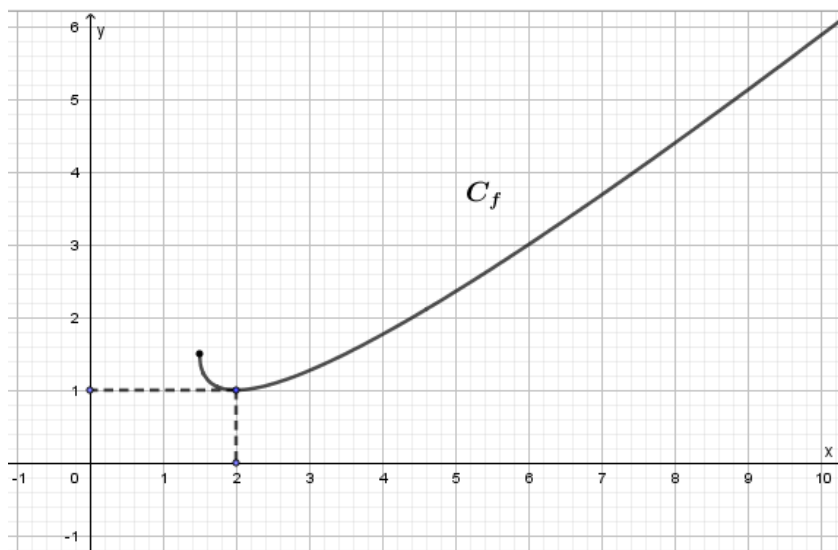
β) Να βρείτε:

i) Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f . (Μονάδες 8)

ii) Το είδος του ακροτάτου και τη θέση που το παρουσιάζει. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 15437 (2°)

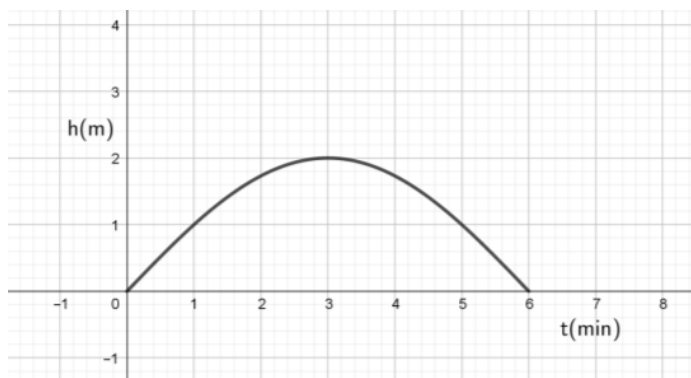
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - \sqrt{2x-3}$, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
(Μονάδες 7)
- β) Να προσδιορίσετε το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης, καθώς και τη θέση αυτού.
(Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι:
- i) γνησίως φθίνουσα (Μονάδες 5)
 - ii) γνησίως αύξουσα (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 15645 (2°)

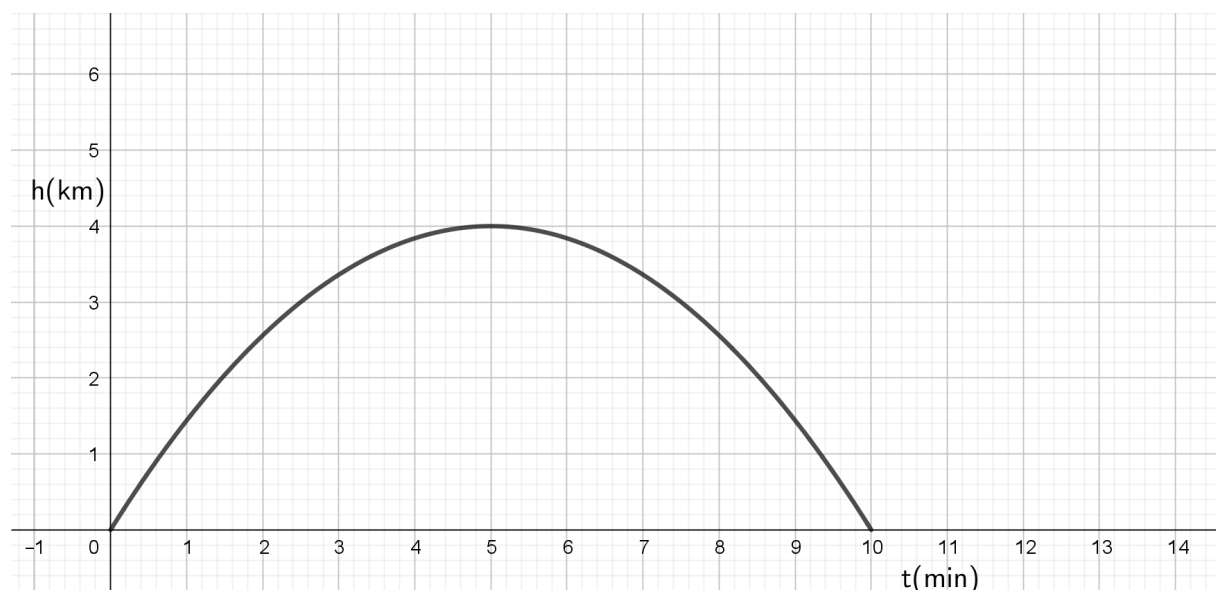
Αντικείμενο κινείται κατακόρυφα. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά το ύψος h του αντικειμένου από το έδαφος για κάθε χρονική στιγμή t . Να βρείτε:



- α) Ποιες χρονικές στιγμές το αντικείμενο απέχει $1m$ από το έδαφος. (Μονάδες 5)
- β) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του αντικειμένου από το έδαφος και ποια χρονική στιγμή την επιτυγχάνει. (Μονάδες 10)
- γ) Ποιο χρονικό διάστημα το αντικείμενο απομακρύνεται από το έδαφος.
(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 15787 (2°)

Προκειμένου να ελεγχθεί μηχανισμός εκτόξευσης πυραύλων δημιουργήσαμε το παρακάτω σχήμα στο οποίο φαίνεται η απόσταση του πυραύλου από το έδαφος σε συνάρτηση με τον χρόνο.



α) Να βρείτε:

- Τον συνολικό χρόνο κίνησης του πυραύλου. (Μονάδες 5)
- Το μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό.

(Μονάδες 6)

β) Σε επανάληψη του ελέγχου η εκτόξευση πραγματοποιείται από ύψος 1 km .

- Να μεταφέρεται στην κόλλα σας την αποτύπωση της πρώτης εκτόξευσης και να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την δεύτερη. (Μονάδες 7)
- Το νέο μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 16129 (2°)

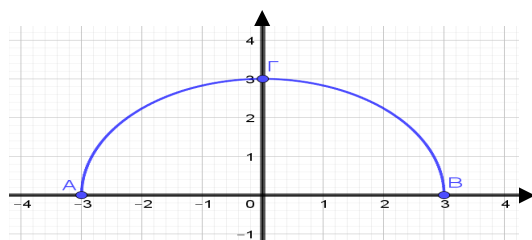
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 6)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή. (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της f και τις θέσεις των ακροτάτων.

(Μονάδες 10)



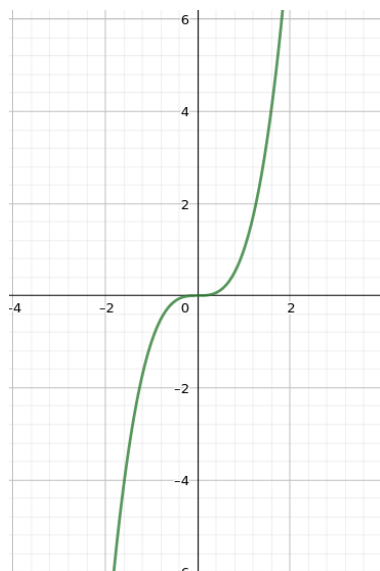
ΘΕΜΑ 21164 (2°)

Δίνεται το σημείο $A(-2,8)$ το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση μίας περιττής και γνησίως μονότονης συνάρτησης f .

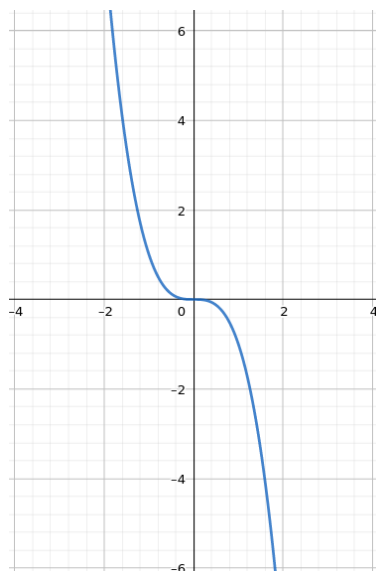
α) Να βρείτε τις συντεταγμένες ενός ακόμα σημείου, το οποίο να ανήκει στη γραφική παράσταση της f . (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 9)

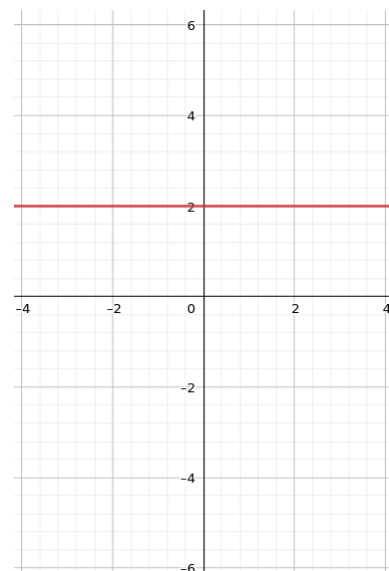
γ) Αν μία από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχεί στη συνάρτηση f να αιτιολογήσετε ποια μπορεί να είναι: (Μονάδες 8)



Γραφική παράσταση (α)



Γραφική παράσταση (β)



Γραφική παράσταση (γ)

ΘΕΜΑ 15022 (4°)

Θεωρούμε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-3,3]$. Η συνάρτηση f είναι άρτια, γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-3,0]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0,3]$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(-1) < f(2)$. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι $f(3) \geq f(x) \geq f(0)$ για κάθε $x \in [-3,3]$. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει ελάχιστο και μέγιστο και να βρείτε τις θέσεις μεγίστου και ελαχίστου. (Μονάδες 6)

δ) Παρακάτω δίνονται 4 τύποι, από τους οποίους ένας μόνο μπορεί να είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να επιλέξετε το σωστό τύπο αιτιολογώντας την απάντησή σας.

α. $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ β. $f(x) = -\sqrt{9-x^2}$ γ. $f(x) = \sqrt{x^2-9}$ δ. $f(x) = -\sqrt{x^2-9}$

(Μονάδες 6)