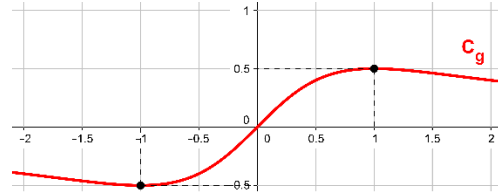
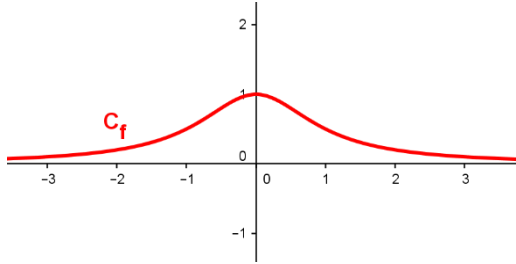


ΦΥΛΛΟ 6

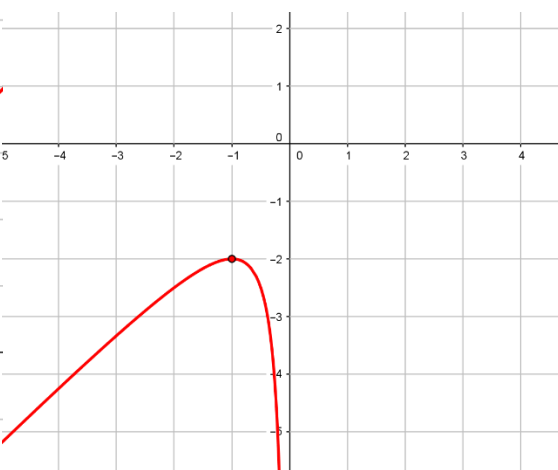
1. Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad g(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \text{ και } h(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}.$$



- i) Με τη βοήθεια των παραπάνω γραφικών παραστάσεων, να βρείτε τα ακρότατα των f, g, h και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.
ii) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά τα προηγούμενα συμπεράσματα
2. Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$f(x) = x + \frac{1}{x}, \quad x > 0 \text{ και } g(x) = x + \frac{1}{x}, \quad x < 0$$



- i) Με τη βοήθεια των παραπάνω γραφικών παραστάσεων, να βρείτε τα ακρότατα των f, g και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.
ii) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά τα προηγούμενα συμπεράσματα.
3. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες και ποιες περιττές.

i) $f(x) = x^2 - \frac{1}{|x|}$

v) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 - 4x}$

ii) $f(x) = 3x^5 + x^3 - x|x|$

vi) $f(x) = x^2 - 2x$

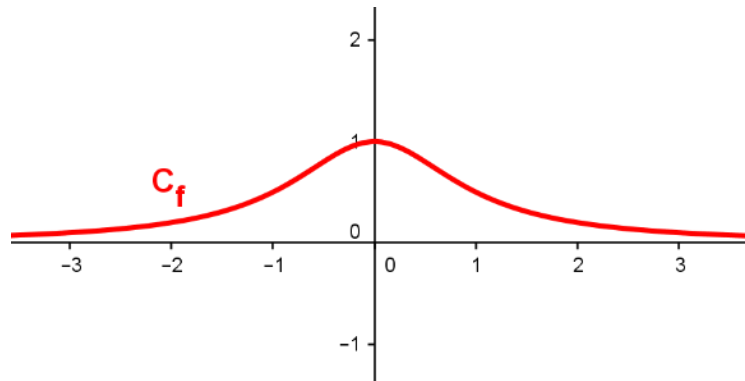
iii) $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1} - \frac{x^3}{|x| + 2}$

vii) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x}$

iv) $f(x) = \frac{1}{x + 1}$

viii) $f(x) = \sqrt{x - 1}$

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x^5 - \frac{2}{x}$.
- Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία στο διάστημα $\Delta = (0, +\infty)$.
 - Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.
 - Να συγκρίνεται τις τιμές $f(13)$ και $f(15)$.
 - Να βρείτε την τιμή $f(1)$ και στη συνέχεια, να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 1$ στο διάστημα $(0, +\infty)$.
5. Να παραστήσετε γραφικά τις παρακάτω συναρτήσεις μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση μιας βασικής συνάρτησης. Ποια είναι κάθε φορά η βασική συνάρτηση από την οποία ξεκινάτε και ποιες μετατοπίσεις κάνετε;
- $f(x) = x^2 - 1$
 - $f(x) = -(x-1)^2$
 - $f(x) = 2(x+1)^2 - 1$
 - $f(x) = x^2 - 2x + 2$
 - $f(x) = x^2 - 5x + 6$
6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |x-2| - 1$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f και τον άξονα $x'x$.
7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ και η γραφική της παράσταση στο διάστημα $[0, +\infty)$



- Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι άρτια.
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε όλο το πεδίο ορισμού της.
- Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .
- Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, να βρείτε αν η f παρουσιάζει ολικό ακρότατο και αν ναι να γράψετε το είδος του και τη θέση του ολικού ακροτάτου.
- Να επαληθεύσετε αλγεβρικά την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα.
- Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς: $f(\pi)$, $f(-3,15)$, 1 , $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(2,7)$