

Φύλλο 8

1. Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu 2x$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$.
2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu 3x$.
 - α) Να βρείτε το μέγιστο, το ελάχιστο και την περίοδο της συνάρτησης αυτής.
 - β) Πόσες φορές επαναλαμβάνεται το βασικό κομμάτι (της μιας περιόδου) της γραφικής παράστασης στο διάστημα $[0, 2\pi]$;
 - γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση στο διάστημα $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ και στη συνέχεια στο διάστημα $[0, 2\pi]$.
3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha\eta\mu 3x + \beta$, $x \in [-\pi, \pi]$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A\left(\frac{\pi}{2}, -3\right)$ και $A\left(\frac{\pi}{6}, 1\right)$.
 - α) Να βρείτε τις τιμές των α , β .
 - β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα μιας περιόδου και στη συνέχεια στο διάστημα $[-\pi, \pi]$.
 - γ) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
 - δ) Να βρείτε τα σημεία τομής με τον άξονα $x'x$ στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
 - ε) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = 2$.
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \eta\mu x, & 0 \leq x \leq 2\pi \\ x - 2\pi, & x > 2\pi \end{cases}$.
 - α) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .
 - β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
 - γ) Να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , ώστε αυτή να γίνει άρτια.
 - δ) Να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της f , ώστε αυτή να γίνει περιττή.
5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{8\pi}{2} - x\right) + \eta\mu\left(x - \frac{9\pi}{2}\right) + \sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{11\pi}{2} - x\right) - 1$
 - α) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.
 - β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή και να τη μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
 - γ) Αν μετατοπίσουμε τη γραφική παράσταση της f αριστερά κατά π μονάδες και προς τα πάνω κατά 1 μονάδα, ποια συνάρτηση θα προκύψει;
 - δ) Αν g η συνάρτηση που προκύπτει στο (γ) ερώτημα, να βρείτε τα σημεία τομής των C_f και C_g στο διάστημα $(-\pi, \pi)$.