

ΦΥΛΛΟ 7

1. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:

α) 390° β) 1140° γ) -1035° δ) $\frac{7\pi}{3}$ ε) $\frac{25\pi}{4}$ στ) $-\frac{23\pi}{6}$

2. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α)
$$\frac{2\eta\mu\frac{\pi}{6} + \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} + 2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}}{\epsilon\varphi\frac{\pi}{4} + \sqrt{3}\sigma\varphi\frac{\pi}{3} + \sigma\varphi\frac{\pi}{4}}$$

β)
$$\frac{6\eta\mu\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2\sigma\upsilon\nu\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{3}\epsilon\varphi\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) + \sigma\varphi\left(8\pi + \frac{\pi}{4}\right)}$$

γ)
$$\frac{2\eta\mu\frac{13\pi}{6} + \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\frac{17\pi}{4} + 2\sigma\upsilon\nu\frac{61\pi}{3}}{\epsilon\varphi\frac{17\pi}{4} + \sqrt{3}\sigma\varphi\frac{25\pi}{3} + \sigma\varphi\frac{33\pi}{4}}$$

3. Να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών:

α) $\eta\mu 250^\circ$ β) $\sigma\upsilon\nu 330^\circ$ γ) $\epsilon\varphi 830^\circ$ δ) $\sigma\varphi 370^\circ$ ε) $\eta\mu \frac{13\pi}{5}$ στ) $\sigma\upsilon\nu \frac{23\pi}{7}$

4. Να βρείτε το πρόσημο των παραστάσεων:

α) $A = \eta\mu 140^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 210^\circ - \epsilon\varphi 100^\circ \cdot \sigma\varphi 280^\circ$ β) $B = \eta\mu \frac{7\pi}{5} + \sigma\upsilon\nu \frac{10\pi}{7} + \epsilon\varphi \frac{9\pi}{5}$

5. Να βρείτε όλες τις γωνίες ω , $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ και όλες τις γωνίες α , β για τις οποίες ισχύουν:

α) $\eta\mu\varphi + 3\sigma\upsilon\nu\omega = 4$ β) $2\eta\mu\alpha + 3\sigma\upsilon\nu\beta = 5$

6. Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι τιμές:

α) $y = 3 + 2\eta\mu x$ β) $y = 2 + 5\eta\mu x$ γ) $y = 5 - 3\sigma\upsilon\nu x$
 δ) $y = 2 + \sigma\upsilon\nu^2 x$ ε) $y = \frac{1}{3 + \eta\mu x}$ στ) $y = \frac{1}{2 - \sigma\upsilon\nu x}$

7. Να αποδείξετε ότι :

α) $1 + \sigma\upsilon\nu\omega - \eta\mu\varphi \geq \eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega$

β) $\eta\mu\varphi(1 - 2\sigma\upsilon\nu\varphi) > \eta\mu^2\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - 2$, αν $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

8. Να δείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία ω , ώστε $\eta\mu^2\omega - 3\eta\mu\omega + 2 < 0$

9. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{3}{5}$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

10. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

11. Αν $\varepsilon\varphi\omega = -\frac{4}{3}$ και $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{5\eta\mu\omega - 15\sigma\upsilon\nu\omega}{6\varepsilon\varphi\omega - 5\eta\mu 90^\circ}$.

12. Για μια γωνία $\omega \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, ισχύει ότι $5\eta\mu^2\omega - 7\eta\mu\omega - 6 = 0$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

13. Να αποδείξετε ότι:

$$\begin{array}{ll} \alpha) & 1 + 2\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi = (\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi)^2 \\ \beta) & \frac{1}{\eta\mu^2\chi} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\chi} = \frac{1}{\eta\mu^2\chi \cdot \sigma\upsilon\nu^2\chi} \\ \gamma) & 1 + \varepsilon\varphi^2\chi = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\chi} \\ \delta) & \sigma\varphi\chi + \frac{\eta\mu\chi}{1 + \sigma\upsilon\nu\chi} = \frac{1}{\eta\mu\chi} \\ \varepsilon) & \eta\mu\chi \cdot \varepsilon\varphi\chi + \sigma\upsilon\nu\chi = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi} \end{array}$$

14. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:

$$\begin{array}{lllll} \alpha) 330^\circ & \beta) 405^\circ & \gamma) 660^\circ & \delta) 80\pi & \varepsilon) 101\pi \\ \sigma\tau) 2011\pi & \zeta) \frac{121\pi}{2} & \eta) \frac{43\pi}{3} & \theta) \frac{181\pi}{4} & \iota) \frac{52\pi}{6} \end{array}$$

15. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$\begin{array}{ll} A = \frac{\sigma\upsilon\nu 100^\circ \cdot \eta\mu 40^\circ}{\sigma\upsilon\nu 80^\circ \cdot \eta\mu 140^\circ} & B = \frac{\eta\mu(90^\circ - \alpha) \cdot \varepsilon\varphi 132^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 312^\circ \cdot \eta\mu 90^\circ}{\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha) \cdot \eta\mu 222^\circ \cdot \varepsilon\varphi 48^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ} \\ \Gamma = \frac{\eta\mu \frac{3\pi}{4} + \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi}{3} - \eta\mu \frac{5\pi}{6}}{\eta\mu \frac{5\pi}{4} - \sigma\upsilon\nu \frac{4\pi}{3} - \eta\mu \frac{7\pi}{6}} & \Delta = \frac{\sqrt{2}\eta\mu \frac{19\pi}{4} + \sqrt{3}\varepsilon\varphi \frac{20\pi}{3}}{\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{8\pi}{3}\right) + \varepsilon\varphi^2 \frac{43\pi}{6}} \\ E = \sigma\upsilon\nu \frac{3\pi}{4} \cdot \eta\mu \frac{5\pi}{6} \cdot \varepsilon\varphi \frac{2\pi}{3} & \Sigma T = \sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{4} \cdot \eta\mu \frac{7\pi}{6} \cdot \varepsilon\varphi \frac{4\pi}{3} \\ Z = \frac{\eta\mu \frac{\pi}{9} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi}{9} \cdot \eta\mu \frac{4\pi}{7}}{\eta\mu \frac{8\pi}{9} \cdot \eta\mu \frac{3\pi}{7} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{6}} & H = \frac{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cdot \varepsilon\varphi(2\pi - \theta)}{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2} + \theta\right) \cdot \sigma\varphi(-\theta) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)} \end{array}$$

16. Δίνεται $\eta\mu 54^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$, να υπολογίσετε το $\eta\mu 36^\circ$.