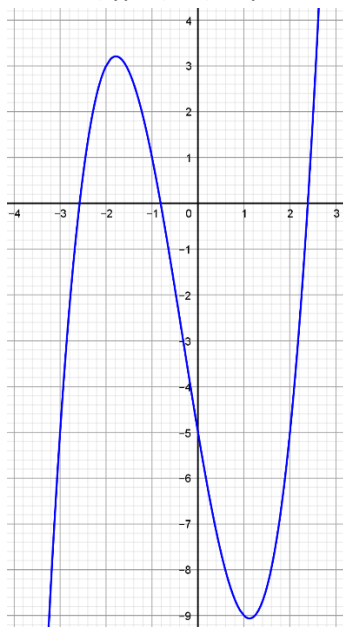


ΦΥΛΛΟ 11

- Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης :
 - $(x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 7) : (x^2 + 1)$
 - $(x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x + 6) : (x^2 - 2x + 3)$
 - $(x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 4x + 2) : (x^2 + x + 1)$
- Να βρεθεί πολυώνυμο $P(x)$ το οποίο όταν διαιρεθεί με το $x^2 + 1$, αφήνει πηλίκο $3x - 1$ και υπόλοιπο $2x + 5$.
- Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^{2004} - x^{2002} + x^{2000} + x - 2$.
 - Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x + 1$.
 - Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$.
 - Ποιο από τα πολυώνυμα $x + 1$ και $x - 1$ είναι διαιρέτης του $P(x)$;
- Δίνεται η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $f(x)$.

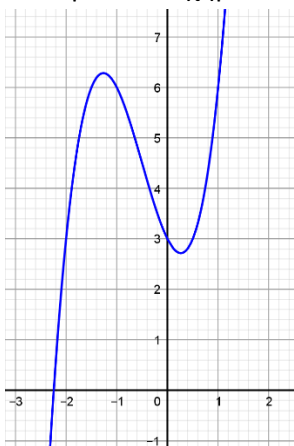


Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $f(x)$ με τα πολυώνυμα:

α) $x - 2$ β) x γ) $x + 1$ δ) $x + 3$

- Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x^2 - 9$ είναι $x + 2$. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με τα $x - 3$ και $x + 3$.
- Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 3x^2 + \alpha x - 3$ το οποίο έχει παράγοντα το $x - 1$. Να βρείτε την τιμή του α και στη συνέχεια να κάνετε γινόμενο παραγόντων το $P(x)$.
- Το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - (\lambda + 1)x^3 + 2\lambda x^2 - x + \lambda - 8$ έχει παράγοντα το $x + 2$. Να βρείτε την τιμή του λ και να κάνετε γινόμενο το $P(x)$.
- Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - (2 - \eta\mu^2\alpha)x^3 + 2x^2 \sigma\upsilon\nu\alpha + (2 - 5\eta\mu^2\alpha)x + 1$ έχει παράγοντα το $x - 1$.

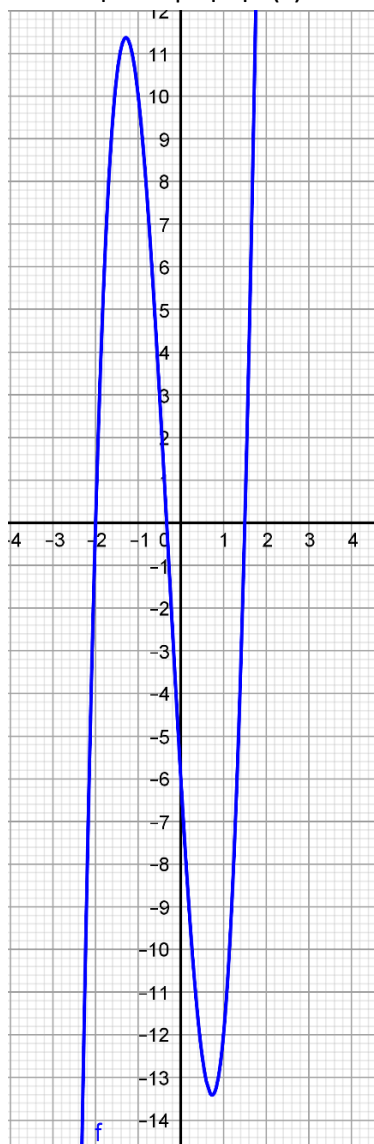
9. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$.



- α) Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-1$
 β) Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(4x+5) - x^2 + 2x - 3$ διαιρείται με το $x+1$.

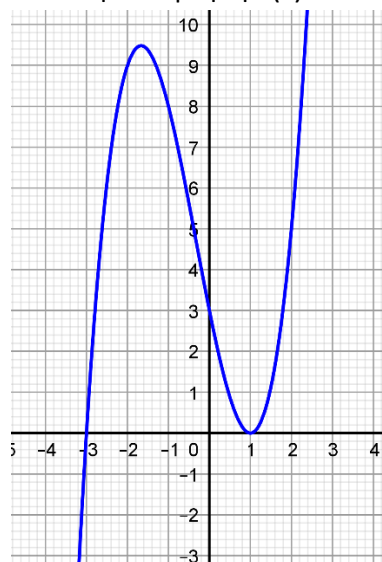
10. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$ διαιρείται με το $(x+1)^2$.
11. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - \alpha x^2 - 8x - \beta$. Να βρείτε τα α και β ώστε το $P(x)$ να διαιρείται με το $(x+3)(x-2)$. Να βρείτε όλες τις ρίζες του πολυωνύμου.
12. Να βρείτε τις τιμές των κ και λ για τις οποίες το πολυώνυμο $x^2 + 5x + 6$ να διαιρεί το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - \kappa x^2 + \kappa + \lambda - 2$.
13. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 9x^3 + 25x^2 - 24x + 4$ διαιρείται με το $(x-2)^2$.
14. Να βρείτε τα α και β ώστε το $(x-1)^2$ να είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x) = 2x^3 - 5\alpha x^2 - (\alpha + \beta - 1)x - 2\alpha - 3$.
15. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 3x^2 + \alpha x + \beta$. Αν το $P(x)$ διαιρείται με $(x-1)^2$, να βρείτε τα α και β και στη συνέχεια να κάνετε γινόμενο το $P(x)$.
16. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με $x+3$ και $x-2$ αφήνει υπόλοιπο 7 και -3 αντίστοιχα, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 + x - 6$.
17. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει την ιδιότητα $xP(x+1) + (x+2)P(x+3) = 2x+10$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
 i) Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με τα $x-3$ και $x+1$.
 ii) Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 - 2x - 3$.

18. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 6x^3 + \alpha x^2 - 17x - 6$ με γραφική παράσταση:



- α) Να βρείτε την τιμή του α .
- β) Να βρείτε όλες τις ρίζες της f .

19. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \beta x^2 - \alpha x + 4$ με γραφική παράσταση:



- α) Να βρείτε τις τιμές των α , β .
- β) Να γράψετε το πολυώνυμο $f(x)$ ως γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων.

20. Να βρείτε πολυωνυμική συνάρτηση 3^{ου} βαθμού με γραφική παράσταση:

