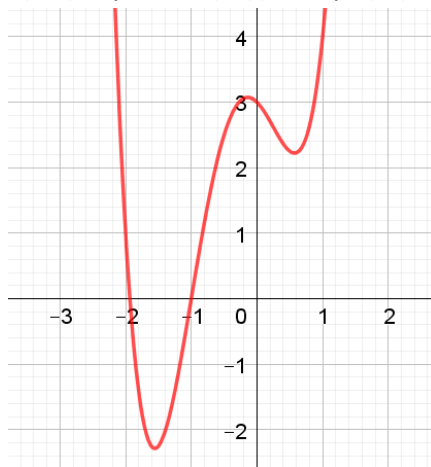


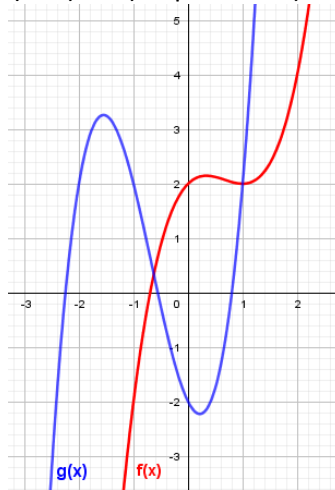
Φύλλο 12

1. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις:
 - α) $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$
 - β) $2\eta\mu^3 x + 5\eta\mu^2 x + 5\eta\mu x + 2 = 0$
 - γ) $x^3 + 3x \geq 5x^2 - 9$
 - δ) $x^3 + 6x^2 + 10x + 3 \geq 0$
2. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
3. Να βρείτε τα σημεία τομής:
 - i) Της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^4 - 6x^2 - 9x$ με τον άξονα $x'x$.
 - ii) Των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = 3x^3 + 2x^2$ και $g(x) = 300x + 200$.
4. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 + x^2 - 7$ βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = 7x$.
5. Δίνεται η εξίσωση $x^5 + x^4 + \kappa x + \lambda = 0$. Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς κ , λ ώστε το πολυώνυμο $x^5 + x^4 + \kappa x + \lambda$ να έχει διπλή ρίζα το -1 . Στη συνέχεια να βρείτε τις άλλες ρίζες της εξίσωσης.
6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \lambda x^3 + 2\lambda^3 x^2 - \lambda^2 x - 2$. Αν η γραφική παράσταση C_f της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(1, 0)$, να βρείτε:
 - i) Την τιμή του λ .
 - ii) Όλα τα κοινά σημεία της C_f με τον άξονα $x'x$.
 - iii) Τα διαστήματα, στα οποία η C_f είναι πάνω από τον άξονα $x'x$.
7. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 - (6 - \alpha)x^2 + \beta x + 2\beta - 3\alpha + 1$ το οποίο έχει παράγοντα το $x^2 - 1$.
 - i) Να βρείτε τις τιμές των α και β .
 - ii) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.
 - iii) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.
8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 4x + 3$.
 - α) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα $x'x$.
 - β) Να βρείτε τις τιμές των x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.
 - γ) Να βρείτε το πρόσημο των τιμών $f\left(\frac{3}{2}\right)$, $f(\pi)$, $f(-\pi)$, $f(\sqrt{2})$, $f(-\sqrt{2})$.
 - δ) Να βρείτε το πρόσημο των τιμών $f(x)$ για όλα τα $x \in (0, 2)$.

9. Στο επόμενο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - x + 3$



- α) Να βρείτε τις τιμές των x για τις οποίες οι τιμές της συνάρτησης:
 i) είναι ίσες με 1 ii) δεν ξεπερνούν τον αριθμό 1
 β) Να αναπαραστήσετε τις τιμές των x που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα στη γραφική παράσταση της f .
10. Δίνεται πολυωνυμική συνάρτηση 3^{ου} βαθμού, όπου ο συντελεστής του μεγιστοβάθμιου όρου είναι 1, η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 2, τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τεταγμένη -1, και την οριζόντια ευθεία $y = 14$ στο σημείο με τεταγμένη 6.
- α) Να βρείτε τον τύπο της f .
- β) Να βρείτε το πρόσημο των τιμών: $f(\pi)$, $f(-\pi)$, $f(2\pi)$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $f(\sqrt{2})$.
11. Δίνονται οι συναρτήσεις με τις γραφικές τους παραστάσεις να φαίνονται στο επόμενο σχήμα.



- α) Να βρείτε το πλήθος των σημείων τομής τους. Ποια από αυτά έχουν ακέραιες τεταγμένες;
 β) Αν $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$ και $g(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 2$, να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών τους παραστάσεων.
 γ) Να βρείτε αλγεβρικά τα διαστήματα στα οποία η C_f βρίσκεται κάτω από τη C_g και να τα αναπαραστήσετε στο παραπάνω γράφημα.
 δ) Να συγκρίνετε τις τιμές: i) $f(\pi)$ και $g(\pi)$ ii) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ και $g\left(\frac{1}{2}\right)$ iii) $f(-\sqrt{2})$ και $g(-\sqrt{2})$