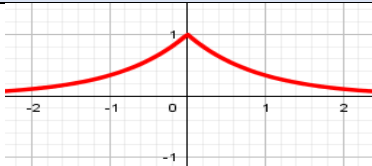
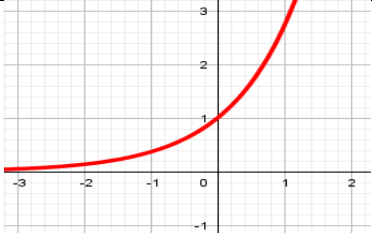
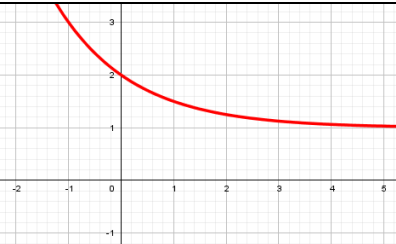
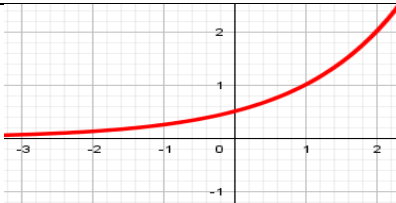
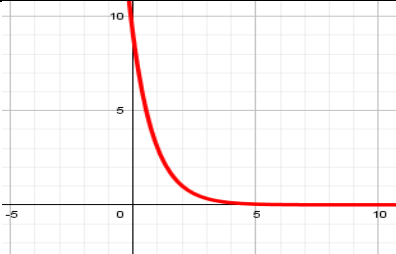
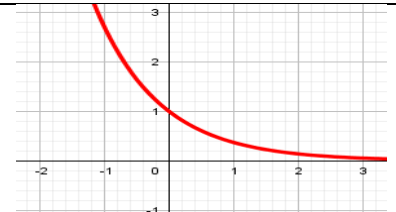
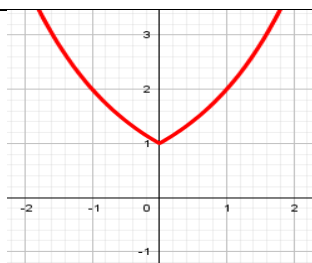
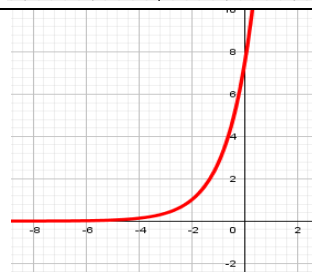


ΦΥΛΛΟ 13

1. Να αντιστοιχίσετε καθεμιά από τις συναρτήσεις της **στήλης Α** στη γραφική της παράσταση στη **στήλη Β**

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $f_1(x) = e^x$	 A.
2. $f_2(x) = e^{-x}$	 B.
3. $f_3(x) = 2^{x-1}$	 Γ.
4. $f_4(x) = e^x + 2$	 Δ.
5. $f_5(x) = 2^{ x }$	 E.
6. $f_6(x) = 3^{- x }$	 ΣΤ.

7. $f_7(x) = 3^{2-x}$	 Z.
8. $f_8(x) = 2^{-x} + 1$	 H.

2. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $(\sqrt{3})^{2x^2+4} = 9^{x^2-x-3}$

β) $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{x-5}$

γ) $\left(\frac{4}{3}\right)^x \left(\frac{9}{8}\right)^{x-1} = \frac{32}{81}$

δ) $7^{x^4-13x^2+36} = 1$

ε) $e^{2x} + e = e^x + e^{x+1}$

στ) $9^x - 3^{x+1} - 3^x + 3 = 0$

ζ) $4^{x^2+2} - 9 \cdot 2^{x^2+2} + 8 = 0$

η) $2^x - 5\sqrt{2^x} + 4 = 0$

θ) $3^{x+1} - 2^x = 3^{x-1} + 2^{x+3}$

ι) $2^{\sin 2x} = \sqrt{2}$

ια) $3^{\eta \mu 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

3. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) $3^{x^2-7x+6} < 1$

β) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+\frac{5}{2}}$

γ) $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$

4. Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ x + y = 5 \end{cases}$

β) $\begin{cases} 9^{x+1} = 3^{y+3} \\ 4^{x+y} = 8 \cdot 2^x \end{cases}$

γ) $\begin{cases} 2^x = 5y \\ 5^x = 2y \end{cases}$

δ) $\begin{cases} 2^x + 3^y = 17 \\ 4^x - 9^y = -17 \end{cases}$

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{3-\lambda}{1+\lambda}\right)^x$.

i) Για ποιες τιμές του λ η $f(x)$ είναι εκθετική συνάρτηση;

ii) Για ποιες τιμές του λ η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα;

iii) Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η $f(x)$ να είναι γνησίως φθίνουσα.

iv) Αν $\lambda = 2$, να λύσετε την ανίσωση: $f(x^2 + x - 1) > \frac{3-\lambda}{1+\lambda}$.

6. Δίνεται η εκθετική συνάρτηση $f(x) = (3 + \alpha)^x$.

- i) Να βρείτε τις τιμές του α ώστε η f να ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$.
- ii) Να βρείτε την τιμή του α , ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $A(1, 4)$. Ποια είναι η μονοτονία της f στην περίπτωση αυτή;
- iii) Να βρείτε τις τιμές του α , ώστε η $f(x)$ να είναι γνησίως φθίνουσα..
- iv) Αν $\alpha \in (-3, -2)$, να λύσετε την ανίσωση $f(x^2 + x) \geq f(3 - x)$.

7. Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{3 - \alpha}{2\alpha - 1}\right)^x$ ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$.

- α) Για ποιες τιμές του α , η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα;
- β) Αν $\alpha = \sqrt{2}$, να βρείτε το είδος της μονοτονίας της f .
- γ) Αν $\alpha \in \left(\frac{e}{4}, \frac{e}{3}\right)$, να βρείτε τις τιμές των x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = 1$.

8. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2^x$ και $g(x) = 3^x$.

- α) Να βρεθούν τα σημεία τομής των γραφικών τους παραστάσεων.
- β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f είναι πάνω από τη γραφική παράσταση της g .

9. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2^x$ και $g(x) = 2^{-x}$. Μετατοπίζουμε τη γραφική παράσταση της f κατά 1 μονάδα προς τα κάτω. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης που προκύπτει από αυτή τη μετατόπιση είναι πάνω από τη γραφική παράσταση της g .

10. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 4^x$ και $g(x) = 2^x$.

- α) Να βρεθούν τα σημεία τομής των γραφικών τους παραστάσεων καθώς και τα διαστήματα στα οποία η C_f είναι πάνω από τη C_g .
- β) Αν η γραφική παράσταση της f μετατοπιστεί προς τα κάτω κατά 5 μονάδες και η γραφική παράσταση της g μετατοπιστεί 1 μονάδα αριστερά και 3 μονάδες πάνω, να βρείτε:
 - i) Τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων που προκύπτουν μετά από τις προαναφερθείσες μετατοπίσεις.
 - ii) Να βρείτε τα x για τα οποία η γραφική παράσταση που προκύπτει από τη μετατόπιση της C_f είναι πάνω από τη γραφική παράσταση που προκύπτει από τις μετατοπίσεις της C_g .

11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha^{|x|}$, $1 \neq \alpha > 0$.

- α) Να βρείτε τις τιμές του α ώστε η γραφική παράσταση της f να βρίσκεται από την ευθεία $y = 1$ και κάτω για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου α .

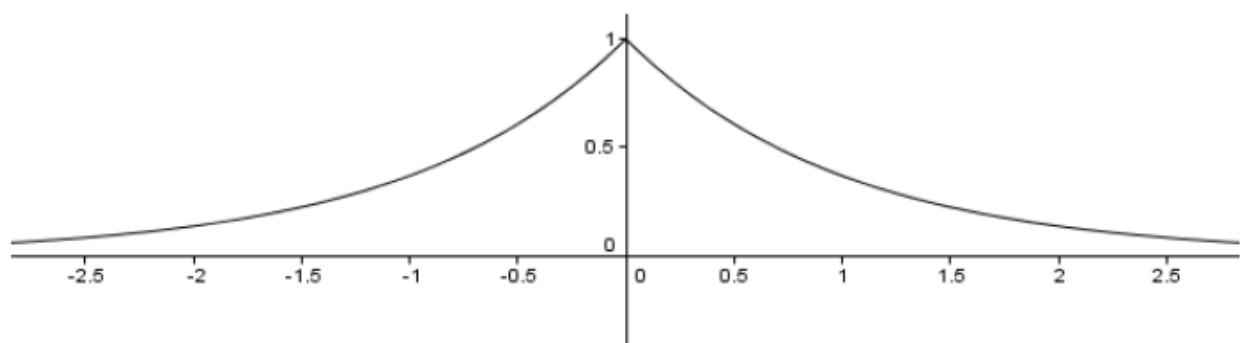
- γ) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία της για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου α .
 δ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f , για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου α .

12. Δίνονται οι συναρτήσεις της μορφής $f(x) = (\alpha^2 - 1)^x$ οι οποίες ορίζονται σε όλο το $\mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε ποια από τις συναρτήσεις της παραπάνω μορφής διέρχεται από το σημείο $A(3, e)$. Η συνάρτηση αυτή είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα;
 β) Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες οι συναρτήσεις της παραπάνω μορφής βρίσκονται κάτω από την ευθεία $y = 1$ για κάθε $x > 0$.

Θέμα 15269 (4^ο)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f διπλού τύπου.



- α) Αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση αντιστοιχεί σε μια ακριβώς από τις παρακάτω συναρτήσεις να επιλέξετε ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης f .

$$\text{A. } f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{B. } f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x < 0 \\ e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

- β) Να βρείτε τη μονοτονία και την μέγιστη τιμή της.

(Μονάδες 5)

- γ) Να βρείτε, για τις διάφορες τιμές του α , το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης C_f της f με την ευθεία $y = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 7)

- δ) Να αιτιολογήσετε γιατί το μοναδικό κοινό σημείο της γραφικής παράστασης C_f της f με την παραβολή $y = x^2 + 1$, $x \in \mathbb{R}$ είναι το σημείο $(0, 1)$.

(Μονάδες 5)