

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ – ΕΝΟΤΗΤΑ 1.3

ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΑΡΙΘΜΟΥ ΕΠΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑ

ΘΕΜΑ 15010 (2°)

Δίνονται τα μη συνευθειακά σημεία του επιπέδου A, B, Γ και τα διανύσματα $\vec{B\Delta}$ και $\vec{\Gamma E}$ τέτοια ώστε $\vec{B\Delta} = \vec{BA} + \vec{B\Gamma}$ και $\vec{\Gamma E} = \vec{\Gamma A} + \vec{\Gamma B}$.

α) i. Να δείξετε ότι $\vec{A\Delta} = \vec{B\Gamma}$ και $\vec{A\Gamma} = \vec{B\Delta}$. (Μονάδες 8)

ii. Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{A\Delta}$ και $\vec{A\Gamma}$ είναι αντίθετα. (Μονάδες 8)

β) Να δικαιολογήσετε γιατί τα σημεία A, Δ και E είναι συνευθειακά. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 20914 (2°)

Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$.

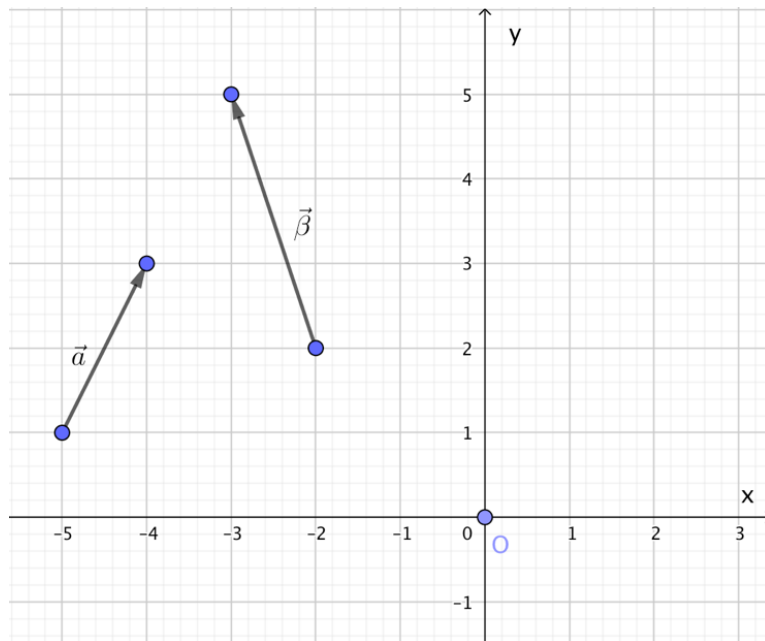
α) Να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{\beta}$ όπου O η αρχή των αξόνων. (Μονάδες 08)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{\beta}$ και $\vec{AB}$.

(Μονάδες 09)

γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 08)



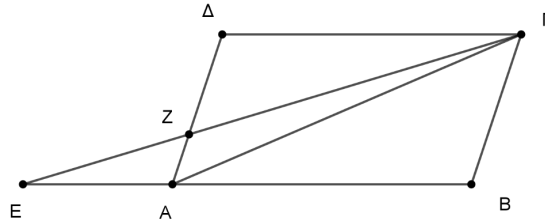
ΘΕΜΑ 21165 (2°)

Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και έστω $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$. Τα σημεία E και Z είναι τέτοια ώστε $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AD}$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{EZ} = \frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} + \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{Z\Gamma} = 2\overrightarrow{EZ}$. (Μονάδες 9)

γ) Να δείξετε ότι τα σημεία Z , E και Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 21885 (4°)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ, E σημεία εσωτερικά των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα τέτοια ώστε $\overrightarrow{AB} = \kappa \cdot \overrightarrow{AD}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \lambda \cdot \overrightarrow{AE}$, όπου κ και λ θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$, τότε:

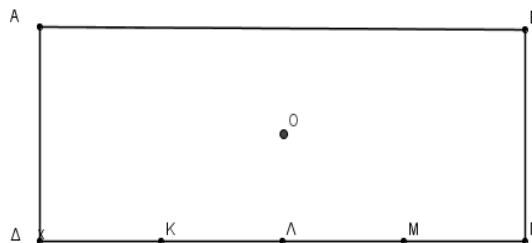
α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{DE}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 8)

β) i. Αν $\kappa = \lambda$, να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{B\Gamma} \parallel \overrightarrow{DE}$ και $|\overrightarrow{B\Gamma}| = \kappa |\overrightarrow{DE}|$. (Μονάδες 10)

ii. Αν $\kappa = \lambda = 2$, να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\overrightarrow{DE}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ και να διατυπώσετε λεκτικά ποιο γνωστό θεώρημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 22042 (2°)

Στο σχήμα φαίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O . Τα σημεία K, Λ, M χωρίζουν την πλευρά $\Delta\Gamma$ σε τέσσερα ίσα τμήματα.



Αν $\overrightarrow{DK} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{D\Lambda} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε καθένα από τα ακόλουθα διανύσματα ως γραμμικούς συνδυασμούς των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) $\overrightarrow{D\Gamma}$ (Μονάδες 8)

β) $\overrightarrow{MA}$ (Μονάδες 8)

γ) $\overrightarrow{OD}$ (Μονάδες 9)