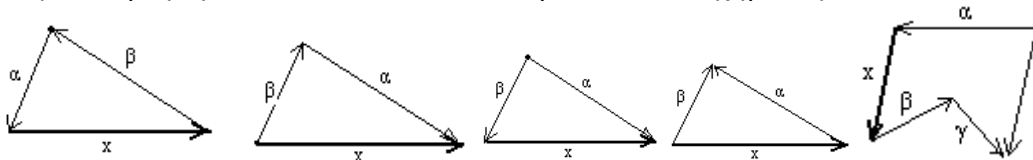


ΦΥΛΛΟ 1

- Να σημειώσετε το σωστό ή το λάθος στις παρακάτω προτάσεις :
 - Για κάθε διάνυσμα $\vec{a}$ ισχύει $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$.
 - Αν $\vec{a} \uparrow \vec{\beta}$ και $\vec{\beta} \uparrow \vec{\gamma}$, τότε $\vec{a} \uparrow \vec{\gamma}$.
 - Ισχύει $\vec{a} \uparrow \downarrow -(\vec{a})$.
 - Αν $\vec{a} \uparrow \vec{\beta}$, τότε $-\vec{a} \uparrow \vec{\beta}$.
 - Αν $\vec{a} \uparrow \vec{\beta}$ και $\vec{\beta} \uparrow -\vec{\gamma}$, τότε $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\gamma}$.
 - Αν $\overline{AB} = \overline{AG}$, τότε τα σημεία B και Γ συμπίπτουν.
 - Αν $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ και $\vec{\beta} \uparrow \downarrow \vec{\gamma}$, τότε $\vec{a} \uparrow \vec{\gamma}$.
 - Για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ ισχύει $(\vec{a}, \vec{\beta}) = (-\vec{a}, -\vec{\beta})$.

- Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ ως συνάρτηση των υπόλοιπων διανυσμάτων του σχήματος.



- Να γράψετε με τη μορφή ενός διανύσματος τις παρακάτω παραστάσεις :
 - $\overline{AB} + \overline{BG}$
 - $\overline{AB} + \overline{GA}$
 - $\overline{AB} - \overline{GB}$
 - $\overline{AB} - \overline{AG}$
 - $\overline{AB} + \overline{KN} + \overline{BK}$
 - $\overline{BG} + (\overline{GD} - \overline{BA})$
 - $\overline{AB} + \overline{BA}$
- Αν για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ ισχύει ότι $|\vec{a}| = 6$ και $|\vec{\beta}| = 2$, να βρείτε τις δυνατές τιμές του μέτρου του διανύσματος $\vec{a} + \vec{\beta}$.
- Αν για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ ισχύει ότι $|\vec{a}| \leq 5$ και $|\vec{\beta}| \leq 7$ και $|\vec{a} + \vec{\beta}| \geq 12$, να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.
- Να αποδείξετε ότι $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{GZ} = \overline{AE} + \overline{BZ} + \overline{GD}$.
- Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε σημεία A, B, Γ και Δ ισχύει $\overline{AD} + \overline{BG} = \overline{AG} - \overline{DB}$.
- Αν ισχύει $\overline{DM} - \overline{AM} = \overline{MB} + \overline{GM}$, να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\overline{AB}$ και $\overline{GD}$ είναι αντίθετα.
- Δίνονται τα σημεία A, B, Γ, Δ και Z του χώρου, για τα οποία ισχύει ότι $\overline{AG} + \overline{DE} = \overline{AD} + \overline{BE}$. Να αποδειχθεί ότι τα σημεία A και B συμπίπτουν.

- 10.** Αν ισχύει $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NM}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία A και B ταυτίζονται ($A \equiv B$).
- 11.** Αν ισχύει $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{GM} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{GN}$, να αποδείξετε ότι το Γ είναι μέσον του ευθυγράμμου τμήματος AB.
- 12.** Έστω M το μέσον της πλευράς BΓ τριγώνου ABΓ και Δ, Ε δύο σημεία του επιπέδου του τριγώνου για τα οποία ισχύει $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$. Να αποδείξετε ότι :
- i) Το M είναι το μέσον του ΔΕ,
 - ii) Για οποιοδήποτε σημείο N του επιπέδου του τριγώνου θα ισχύει $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NG} = \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NE}$.
- 13.** Έστω κυρτό τετράπλευρο ABΓΔ και σημείο M. Να αποδείξετε ότι :
- $$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \text{ABΓΔ παραλληλόγραμμο}$$