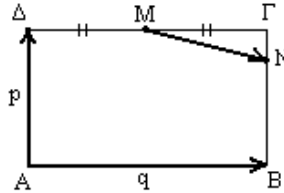
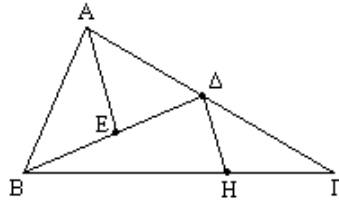


ΦΥΛΛΟ 2

- Δίνονται τα σημεία A, B, Γ και Δ. Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε σημείο M το διάνυσμα $\vec{u} = 5\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MG} - 4\vec{MD}$ είναι σταθερό (ανεξάρτητο του M).
- Δίνονται τα σημεία A, B και Γ. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το διάνυσμα $\vec{u} = 3\vec{AM} + \lambda\vec{BM} - 5\vec{MG}$ είναι ανεξάρτητο του M.
- Σε κύκλο κέντρου O θεωρούμε δύο κάθετες χορδές AB και ΓΔ που τέμνονται στο Σ. Να αποδείξετε ότι:
 - $\vec{OS} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OG} + \vec{OD})$
 - αν K, Λ τα μέσα των ΑΓ και ΒΔ αντίστοιχα, τότε το ΟΚΣΛ είναι παραλληλόγραμμο.
- Αν για τα σημεία A, B, Γ, Δ, E ισχύει η σχέση $2\vec{AD} - 2\vec{BE} + \vec{GB} = \vec{AG} + \vec{AE} - 3\vec{BD}$ να αποδείξετε ότι τα σημεία Γ, Δ, E είναι συνευθειακά.
- Αν ισχύει $2\vec{AL} + 3\vec{BL} + 2\vec{MB} = \vec{AK} + \vec{AM} + \vec{BK}$ να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{KL}$ και $\vec{ML}$ είναι αντίρροπα.
- Στο διπλανό ορθογώνιο ABΓΔ το M είναι το μέσον της ΔΓ και επίσης $\frac{NG}{NB} = \frac{1}{3}$.
Να γράψετε το $\vec{MN}$ είναι γραμμικός συνδυασμός των $\vec{p}$, $\vec{q}$.

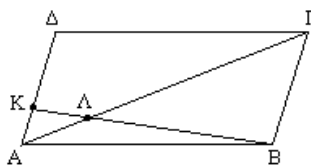


- Έστω E το μέσο της διαμέσου ΒΔ τριγώνου ABΓ και H το σημείο για το οποίο $\vec{BH} = 2\vec{HG}$. Να αποδείξετε ότι $\vec{AE} \uparrow \uparrow \vec{AH}$.



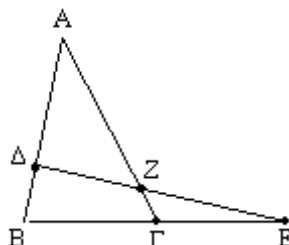
- Δίνεται τρίγωνο ABΓ και έστω M το μέσο της διαμέσου ΒΔ και N το σημείο που ορίζεται από την ισότητα $\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{NG}$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, M, N είναι συνευθειακά.

9. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία K και Λ για τα οποία $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{A\Lambda} = \frac{1}{4}\overrightarrow{A\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία K, Λ, B είναι συνευθειακά.



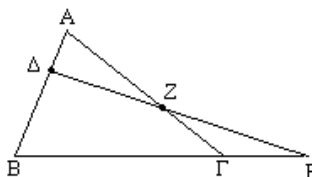
10. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ, E, Z για τα οποία $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AZ} = \frac{5}{6}\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{\Gamma E} = \overrightarrow{B\Gamma}$.

- i) Να γράψετε καθένα από τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$, $\overrightarrow{\Delta Z}$ ως γραμμικό συνδυασμό των δύο μη συγγραμμικών διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A\Gamma}$.
ii) Να εξετάσετε αν τα σημεία Δ, Z, E είναι συνευθειακά.



11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ, E, Z για τα οποία $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{\Gamma E} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B\Gamma}$.

- i) Να γράψετε καθένα από τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$, $\overrightarrow{\Delta Z}$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A\Gamma}$.
ii) Να εξετάσετε αν τα σημεία Δ, Z, E είναι συνευθειακά.



12. Έστω $AB\Gamma\Delta$ τετράπλευρο. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου για τα οποία ισχύει $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{M\Gamma} + \overrightarrow{M\Delta}|$.

13. Δίνονται τα σημεία A, B, Γ και Δ . Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου για τα οποία ισχύει $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{M\Gamma}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{M\Delta}|$.