

ΦΥΛΛΟ 3

1. Να βρείτε για ποιες τιμές των λ, μ το διάνυσμα $\vec{u} = (3\lambda + \mu, \lambda - \mu + 8)$ είναι μηδενικό.
2. Αν το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} = (2, 8)$ έχει σημείο εφαρμογής το $A(5, 4)$, να βρείτε το πέρας του.
3. Να βρεθούν οι $x, y \in \mathbb{R}$ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (xy + x + y, x^2y + xy^2)$ και $\vec{\beta} = (11, 30)$ να είναι ίσα.
4. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{u} = (6, 5)$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, -3)$.
5. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, 4)$, $\vec{\beta} = (2, 3)$ και $\vec{\gamma} = (-2, 2)$. Να αναλύσετε το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ σε δύο συνιστώσες από τις οποίες η μια να είναι παράλληλη στο $\vec{\beta}$ και η άλλη στο $\vec{\gamma}$.
6. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (x^2 + 5x)\vec{i} + (x^2 - 25)\vec{j}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύει :
 - i) $\vec{\alpha} \parallel x'\vec{x}$
 - ii) $\vec{\alpha} \parallel y'\vec{y}$
 - iii) $\vec{\alpha} \parallel x'\vec{x}$ και $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$
 - iv) $\vec{\alpha} \parallel y'\vec{y}$ και $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$
7. Να βρεθεί η τιμή του $x \in \mathbb{R}$ για την οποία τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (8, x)$ και $\vec{\beta} = (x, 2)$ είναι :
 - i) Συγγραμμικά
 - ii) Ομόρροπα
 - iii) Αντίρροπα
8. Να βρεθεί η τιμή του $x \in \mathbb{R}$ για την οποία τα σημεία $A(0, 3 - \sqrt{2})$, $B(x, 3)$ και $\Gamma(-\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2})$ είναι συνευθειακά.
9. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι $A(1, 4)$, $B(-1, 9)$ και $\Delta(5, -3)$. Να βρεθεί η κορυφή Γ .
10. Δίνονται τα σημεία $A(3, 1)$ και $B(12, 7)$. Να βρεθούν τα σημεία M και N του τμήματος AB τα οποία το τριχοτομούν (το χωρίζουν σε τρία ίσα μέρη).
11. Έστω το παραλληλόγραμμο $OB\Gamma\Delta$ όπου $O(0, 0)$, $B(4, 2)$ και $\Delta(1, 3)$. Έστω E το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ και Z σημείο της $\Delta\Gamma$ τέτοιο, ώστε $\overrightarrow{\Delta\Gamma} = 4\overrightarrow{\Delta Z}$. Αν M είναι το σημείο τομής των ευθειών ΔE και BZ να βρείτε τις συντεταγμένες του M .
12. Στο σύστημα αναφοράς Oxy θεωρούμε τα σημεία $A(3, 2)$, $B(1, 0)$ και $\Gamma(0, 4)$. Η $A\Gamma$ τέμνει τον Ox στο Δ και η AB τον $y'y$ στο E .
 - i) Να βρείτε την τετμημένη του Δ και την τεταγμένη του E .
 - ii) Αν I το μέσο του OA , M το μέσο του $B\Gamma$ και K το μέσο του $E\Delta$, να αποδείξετε ότι τα σημεία I, M και K είναι συνευθειακά.

13. Αν $A(-3, 5)$ και $B(1, 7)$ είναι οι διαδοχικές κορυφές ενός παραλληλογράμμου και $M(1, 1)$ το σημείο τομής των διαγωνίων του, να βρείτε τις άλλες δύο κορυφές του παραλληλογράμμου.
14. Τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και ΓA τριγώνου $AB\Gamma$ είναι τα σημεία $K(-1, 3)$, $\Lambda(5, 2)$ και $M(4, 0)$ αντίστοιχα. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών A , B και Γ του τριγώνου.
15. Οι τεταγμένες των σημείων A, B είναι οι ρίζες της εξίσωσης $y^2 - (\lambda^2 + 3\lambda + 10)y - 4 = 0$. Να βρεθεί η τιμή του λ για την οποία το μέσο M του τμήματος AB να έχει τεταγμένη ίση με 5.
16. Δίνεται ότι οι συντεταγμένες ενός σημείου A είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - (\lambda^2 - 3\lambda + 9)x + \lambda + 2 = 0$ και οι συντεταγμένες ενός σημείου B είναι ρίζες της $x^2 - (\lambda + 2)x + 3 - 2\lambda = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R} - \{-1\}$. Αν για το σημείο $P(x_p, y_p)$ ισχύει $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PB}$ και $x_p + y_p = 5$, να προσδιορίσετε την τιμή του λ .
17. Να βρεθεί ένα σημείο M του άξονα $x'x$ το οποίο ισαπέχει από τα σημεία $A(1, 2)$ και $B(3, -4)$.
18. Αν $\vec{u} = (3, -2)$, να βρείτε το διάνυσμα $\vec{v}$, το οποίο είναι αντίρροπο προς το $\vec{u}$ και έχει τετραπλάσιο μέτρο από αυτό.
19. Αν $\vec{u} = (-72, 84)$, να βρείτε το διάνυσμα $\vec{v}$, το οποίο έχει μέτρο το μισό του μέτρου του $\vec{u}$ και είναι συγγραμμικό με το $\vec{u}$.
20. Να αποδείξετε ότι τα σημεία $A(3, 2)$, $B(11, 8)$, $\Gamma(8, 12)$ και $\Delta(0, 6)$ είναι κορυφές ορθογωνίου.