

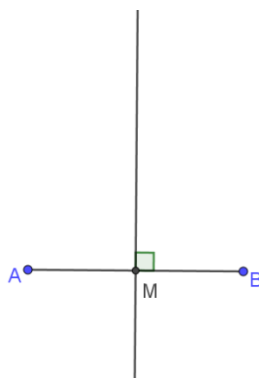
ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ – ΕΝΟΤΗΤΑ 2.1 (ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ)

«Το/τα θέμα/τα προέρχεται και αντλήθηκε/αν από την πλατφόρμα της Τράπεζας Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας που αναπτύχθηκε (MIS5070818-Τράπεζα Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας για τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, Γενικό Λύκειο-ΕΠΑΛ) και είναι διαδικτυακά στο δικτυακό τόπο του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Ι.Ε.Π.) στη διεύθυνση (<http://iep.edu.gr/el/trapeza-thematon-arxiki-selida>)».

ΘΕΜΑ 15027 (2°)

Δίνονται τα σημεία $A(1,-1)$ και $B(3,5)$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

- α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB . (Μονάδες 7)
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB . (Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετου του τμήματος AB . (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 15044 (2°)

Δίνονται τα σημεία $A(0,5)$ και $B(6,-1)$.

- α) i) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B . (Μονάδες 5)
- ii) Να αποδείξετε ότι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB , είναι το σημείο $M(3,2)$. (Μονάδες 5)
- β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης ευθείας (ε) του ευθύγραμμου τμήματος AB . (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 15271 (2°)

Δίνονται τα σημεία $A(-3, 2)$, $B(1, 6)$ και $\Gamma(-13, -7)$.

- α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα A , B . (Μονάδες 8)
- β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα A , B έχει εξίσωση $y = x + 5$. (Μονάδες 7)
- γ) Να αιτιολογήσετε γιατί το σημείο Γ δεν είναι πάνω στην AB . (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 15657 (2°)

Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1 : 2x + y = 6$ και $\varepsilon_2 : x - 2y = -2$.

α) Να βρείτε το κοινό τους σημείο M . (Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και $\varepsilon_3 : 3x - y = 4$ διέρχονται από το ίδιο σημείο. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 16002 (2°)

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A(3, -2)$ και $\Gamma(5, 2)$. Αν το σημείο $M\left(3, \frac{1}{2}\right)$ είναι το μέσο της $B\Gamma$,

τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $B(1, -1)$. (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$. (Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $A\Gamma$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 16766 (2°)

Δίνονται οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) με εξισώσεις $x - 3y = 4$ και $9x + 3y = 6$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι κάθετες. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) τέμνονται στο σημείο $A(1, -1)$. (Μονάδες 8)

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στον άξονα $x'x$. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 18236 (2°)

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A(-1, 5)$ και $B(2, 1)$. Αν οι πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$ βρίσκονται πάνω

στις ευθείες $\varepsilon_1 : y = -x + 4$ και $\varepsilon_2 : y = -\frac{1}{2}x + 2$ αντίστοιχα, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\Gamma(4, 0)$. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε:

i. το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας $A\Gamma$ (Μονάδες 6)

ii. την εξίσωση του ύψους BD . (Μονάδες 7)

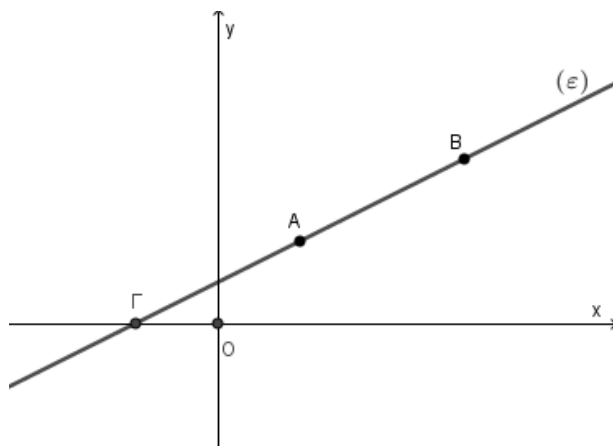
ΘΕΜΑ 18351 (2°)

Δίνονται τα σημεία $A(-1,5)$, $B(3,3)$. Να υπολογίσετε:

- α) Τις συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB . (Μονάδες 8)
- β) Τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB . (Μονάδες 8)
- γ) Την εξίσωση της μεσοκαθέτου (η) του τμήματος AB . (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 20868 (2°)

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τα σημεία $A(1,1)$, $B(3,2)$ και Γ μιας ευθείας (ε).



- α) Να βρείτε την κλίση λ της ευθείας (ε). (Μονάδες 10)
- β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας (ε) είναι $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. (Μονάδες 05)
- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ , στο οποίο η ευθεία (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 21964 (2°)

Δίνονται το σημείο $A(4,-2)$ και η ευθεία (ε_1) με εξίσωση: $x - y + 2 = 0$. Να βρείτε:

- α) την ευθεία (ε_2) που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία (ε_1). (Μονάδες 8)
- β) το σημείο τομής B , των ευθειών (ε_1) και (ε_2): $y = -x + 2$. (Μονάδες 8)
- γ) το συμμετρικό Γ του σημείου A , ως προς την ευθεία (ε_1). (Μονάδες 9)

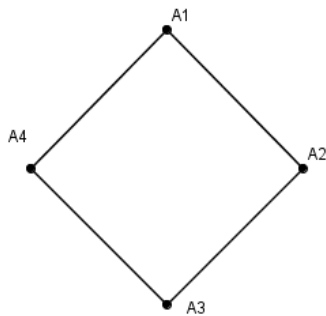
ΘΕΜΑ 21965 (2°)

Δίνονται τα σημεία $A(2, -4)$ και $B(0, -2)$

- α) Να βρείτε το μέσο M του τμήματος AB . (Μονάδες 7)
- β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου (ζ) του ευθύγραμμου τμήματος AB . (Μονάδες 8)
- γ) Αν (ζ): $y = x - 4$ και (ε): $y = 2 \cdot x - 6$, τότε να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών (ζ) και (ε). (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 22047 (2°)

Δίνεται το τετράγωνο του σχήματος με κορυφές A_1, A_2, A_3, A_4 . Έστω $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ οι κλίσεις των ευθειών $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1$ αντίστοιχα.

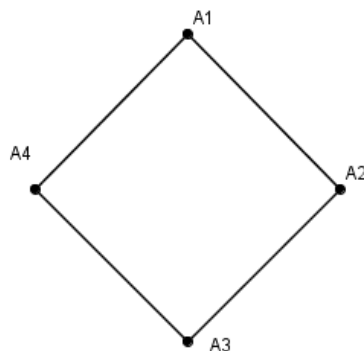


α) Να βρείτε όλα τα ζεύγη των παράλληλων πλευρών του τετραγώνου. Ποια σχέση συνδέει τις κλίσεις κάθε δύο παράλληλων πλευρών; (Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\lambda_1}{\lambda_3} + \frac{\lambda_2}{\lambda_4} = 2$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 22049 (2°)

Δίνεται το τετράγωνο του σχήματος με κορυφές A_1, A_2, A_3, A_4 . Έστω $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ οι κλίσεις των ευθειών $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1$ αντίστοιχα.



α) Να βρείτε όλα τα ζεύγη των πλευρών του τετραγώνου που είναι κάθετες μεταξύ τους. Ποια σχέση συνδέει τις κλίσεις κάθε δύο κάθετων πλευρών; (Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι: $\lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_2 \cdot \lambda_3 + \lambda_3 \cdot \lambda_4 + \lambda_4 \cdot \lambda_1 = -4$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 22071 (2°)

Οι πλευρές AB και AD ενός παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ έχουν εξισώσεις $x+2y+1=0$ και $2x+y+5=0$ αντίστοιχα και το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι το σημείο $K(1,2)$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i) Η κορυφή A του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες $A(-3, 1)$. (Μονάδες 08)

ii) Η κορυφή Γ του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες $\Gamma(5, 3)$. (Μονάδες 07)

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών του $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 22173 (2°)

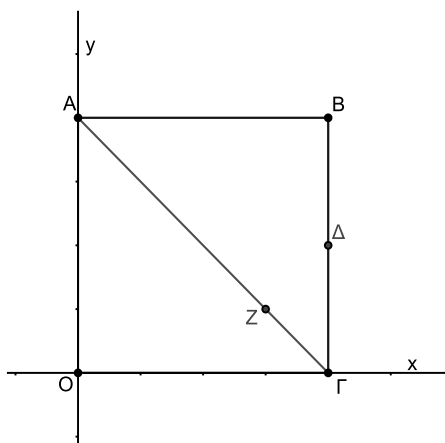
Δίνεται το τετράγωνο ΑΒΓΟ με κορυφές τα σημεία Α(0,4), Β(4,4), Γ(4,0), Ο(0,0). Στην διαγώνιο ΑΓ παίρνουμε σημείο Ζ, τέτοιο ώστε $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AG}$. Επίσης, θεωρούμε το μέσο Δ της ΒΓ.

α) Να βρείτε:

i) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ. (Μονάδες 07)

ii) Τις συντεταγμένες του σημείου Ζ. (Μονάδες 09)

β) Αν το σημείο Δ είναι το (4,2) και το σημείο Ζ το (3,1), να αποδείξετε ότι η ευθεία ΖΔ είναι κάθετη στην ευθεία ΑΓ. (Μονάδες 09)

**ΘΕΜΑ 14970 (4°)**

Δίνεται η ευθεία $y = \lambda(x - 2) + \lambda - 2$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1).

α) Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν $\lambda = 1$ και όταν $\lambda = 2$. Κατόπιν να βρείτε το κοινό σημείο Μ των δυο ευθειών. (Μονάδες 7)

Έστω Μ(1, -2)

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που προκύπτουν από την (1) για τις διάφορες τιμές του λ, διέρχονται από το Μ. (Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε:

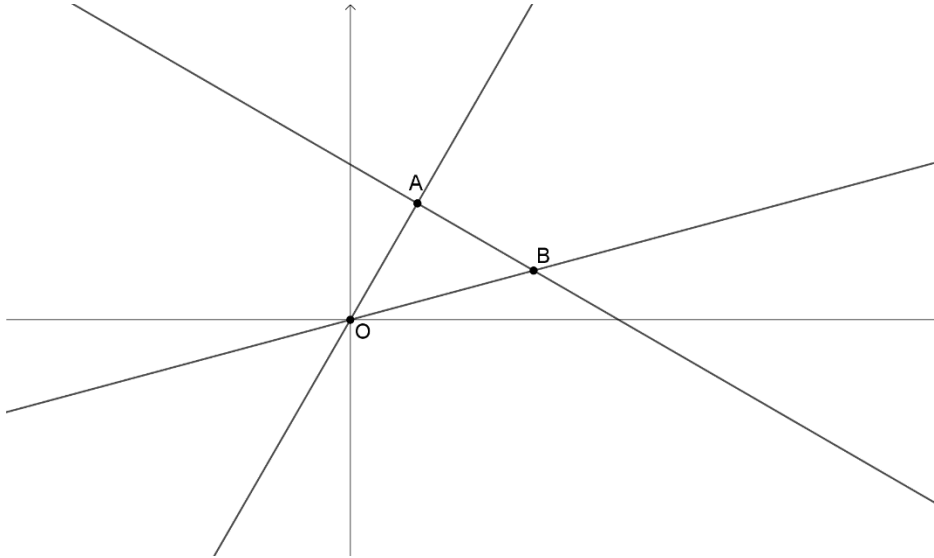
i) τα σημεία τομής Α, Β της ευθείας (1) με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. (Μονάδες 6)

ii) για ποιες τιμές του λ το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ είναι ίσο με $\frac{1}{2}$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 15029 (4°)

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα σημεία $O(0,0)$, $A(1,\sqrt{3})$, $B(\sqrt{3}+1,\sqrt{3}-1)$.



- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA καθώς και τη γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 6)
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB καθώς και τη γωνία ϕ που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 6)
- γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{A} = 90^\circ$. (Μονάδες 7)
- δ) Να δείξετε ότι $\tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$. (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 15275 (4°)

Σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων θεωρούμε το σημείο $M(2, 1)$.

- α) Μια ευθεία (ϵ) με συντελεστή διεύθυνσης λ διέρχεται από το M . Να βρείτε:
- Την εξίσωση της. (Μονάδες 2)
 - Για ποιες τιμές του λ η ευθεία σχηματίζει τρίγωνο με τους άξονες. (Μονάδες 5)
- β) Έστω ότι η ευθεία (ϵ) τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A, B αντίστοιχα.
- Να βρείτε, με τη βοήθεια του λ , τα μήκη των τμημάτων OA, OB . (Μονάδες 6)
 - Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η ευθεία σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο. (Μονάδες 6)
 - Να υπολογίσετε, σε κάθε περίπτωση, το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται. (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 15658 (4°)

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, -2)$ και $\vec{\beta} = (1, 1)$ τα οποία έχουν κοινή αρχή το σημείο $K(2, 1)$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα. (Μονάδες 4)
- β) Αν το σημείο A είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\alpha}$, B είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\beta}$ και $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ ένα τυχαίο σημείο της ευθείας AB ,
- i) να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων A και B είναι $A(4, -1)$ και $B(3, 2)$. (Μονάδες 5)
- ii) να δείξετε ότι $3x_\Gamma + y_\Gamma = 11$. (Μονάδες 6)
- iii) να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$, αν ισχύει ότι το Γ είναι εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος AB και $|\overrightarrow{K\Gamma}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 17078 (4°)

Δίνονται τα σημεία $A(3, 2\alpha)$, $B(4, \alpha)$, $\Gamma(\alpha + 1, 1 - \alpha)$ και $\Delta(\alpha, 1)$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε ότι:
- i) Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και B έχει εξίσωση $y = -\alpha x + 5$ (Μονάδες 6)
- ii) Τα σημεία Γ και Δ ανήκουν στην ευθεία AB αν και μόνο αν $\alpha = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$. (Μονάδες 7)
- iii) Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο όταν $\alpha \neq \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$. (Μονάδες 7)
- β) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Υπάρχει πραγματικός αριθμός α ώστε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ να είναι τετράγωνο.» Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 18568 (4°)

Δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(-1,0)$ και $\Gamma(3,-2)$.

α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 04)

β) Αν η ευθεία AB τέμνει τον άξονα $y'y$ σε ένα σημείο Δ και η ευθεία $A\Gamma$ τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα σημείο E , τότε:

i) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Δ και E .

(Μονάδες 10)

ii) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{A\Delta} = 2\overrightarrow{\Delta B}$ και $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{E\Gamma}$.

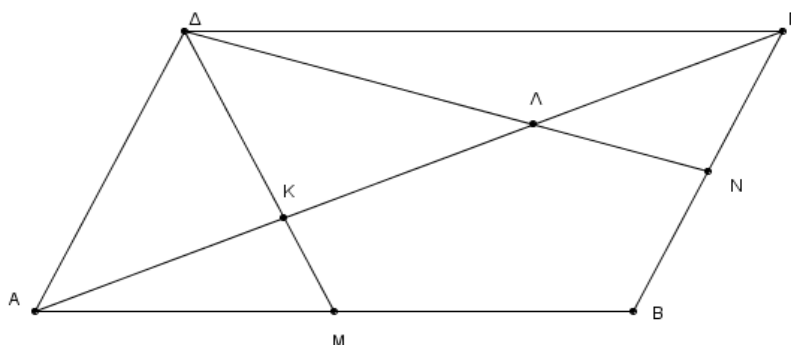
(Μονάδες 06)

γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία DE είναι παράλληλη της $B\Gamma$.

(Μονάδες 05)

ΘΕΜΑ 22065 (4°)

Δίνονται τα σημεία $A(0,0)$, $B(8,0)$, $\Gamma(10,4)$, $\Delta(2,4)$. Τα σημεία M και N είναι τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα, ενώ K και Λ είναι τα σημεία που τέμνουν τα τμήματα ΔM και ΔN την διαγώνιο $A\Gamma$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων M και N .

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών $A\Gamma$, ΔM , ΔN και στη συνέχεια τις συντεταγμένες των σημείων K και Λ .

(Μονάδες 10)

δ) Να δείξετε ότι τα σημεία K και Λ τριχοτομούν την διαγώνιο $A\Gamma$, δηλαδή την χωρίζουν σε τρία ίσα τμήματα.

(Μονάδες 5)