

## ΦΥΛΛΟ 3

1. Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta$ , αν είναι γνωστό ότι η ευθεία  $\varepsilon: y = \alpha x + \beta$  διέρχεται από τα σημεία  $A(1, -3)$  και  $B(3, 1)$ .
2. Να βρεθεί η τιμή του  $\alpha$  για την οποία οι ευθείες  $\varepsilon_1: y = 4x + 6$ ,  $\varepsilon_2: y = \alpha x + 1$  και  $\varepsilon_3: y = x + 3$  διέρχονται από το ίδιο σημείο.
3. Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon: (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)x - 2(\alpha + \beta + \gamma)y + 3 = 0$ . Να βρεθούν οι τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  ώστε η ευθεία να διέρχεται από το σημείο  $A(1, 1)$ .
4. Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon: y = 4x + 12$  και το σημείο  $A(1, -1)$ .
  - i) Να αποδείξετε ότι το A βρίσκεται εκτός της  $\varepsilon$ .
  - ii) Να βρείτε την προβολή του A στην  $\varepsilon$ .
  - iii) Να βρείτε το συμμετρικό του A ως προς την  $\varepsilon$ .
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία είναι κάθετη στην  $\varepsilon: y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$  στο σημείο που η  $\varepsilon$  τέμνει τον άξονα  $y'y$ .
6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$  που διέρχεται από το σημείο  $A(2, -1)$  και από το σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_1: y = 2x - 1$ ,  $\varepsilon_2: y = x + 1$ .
7. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με  $A(2, 3)$ ,  $B(-1, 1)$  και  $\Gamma(4, -3)$ . Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το B και είναι:
  - i) Παράλληλη στη διάμεσο AM.
  - ii) Κάθετη στη διάμεσο AM.
8. Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου  $\varepsilon$  του τμήματος AB, όπου  $A(6, 0)$  και  $B(10, 2)$ .
9. Να βρείτε τη μεσοπαράλληλη των ευθειών  $\varepsilon_1: y = -3x + 1$ ,  $\varepsilon_2: y = -3x - 5$ .
10. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας, η οποία διέρχεται από το σημείο  $P(1, -2)$  και τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  στα σημεία A και B αντίστοιχα έτσι, ώστε το τμήμα AB να έχει μέσο το P.
11. Να βρεθούν οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο  $P(0, 2)$  και τέμνουν τις ευθείες  $\varepsilon: y = 2x + 2$  και  $\zeta: y = 2x - 2$  στα σημεία A και B αντίστοιχα, έτσι ώστε  $AB = 4$ .
12. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο  $A(1, 2)$  και σχηματίζουν με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.
13. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο  $M(-4, -5)$  και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν 5 τ.μ.

14. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες στην ευθεία  $\varepsilon: y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$  και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδό 3 τετραγωνικές μονάδες.
15. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία  $\eta: y = -\frac{1}{2}x + 2$  και τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  στα σημεία A και B, ώστε το άθροισμα της τετμημένης του A και της τεταγμένης του B να είναι ίσο με 3.
16. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ με  $B\Gamma: y = -3x + 5$ ,  $\Gamma\Delta: y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$  και κέντρο  $K(2, 4)$ . Να αποδείξετε ότι το ABΓΔ είναι τετράγωνο.
17. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ του οποίου δύο πλευρές έχουν εξισώσεις  $y = -2x + 1$  και  $y = -\frac{8}{3}x - \frac{1}{3}$  και μια διαγώνιός του έχει εξίσωση  $y = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ . Να βρείτε τις εξισώσεις των δύο άλλων πλευρών καθώς και τις συντεταγμένες των κορυφών του.
18. Η κορυφή A ενός ρόμβου έχει συντεταγμένες  $(1, -1)$  και οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται μια πλευρά και μια διαγώνιος του έχουν εξισώσεις  $y = 3x - 4$  και  $y = x$  αντίστοιχα. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B, Γ και Δ.
19. Η κορυφή A τριγώνου ABΓ έχει συντεταγμένες  $(2, 1)$  και οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται τα δύο ύψη του έχουν εξισώσεις  $y = -3x + 11$  και  $y = x + 3$ . Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών του.
20. Η κορυφή A τριγώνου ABΓ είναι το σημείο  $(1, 2)$ , ενώ οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται δύο διάμεσοι του είναι οι  $\varepsilon_1: y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$  και  $\varepsilon_2: y = 1$ . Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών B και Γ.
21. Σε τρίγωνο ABΓ οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται η πλευρά AB, η διάμεσος ΓΜ και το ύψος ΑΔ έχουν εξισώσεις  $y = x - 2$ ,  $y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$  και  $y = -\frac{2}{3}x + 3$  αντίστοιχα. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του A, B, Γ.
22. Δύο κορυφές ενός τριγώνου ABΓ έχουν συντεταγμένες  $(4, 2)$  και  $(5, 0)$  και οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται ένα ύψος και μια διάμεσός του έχουν εξισώσεις  $y = -3x + 14$  και  $y = 5x - 18$  αντίστοιχα. Να βρεθούν οι συντεταγμένες της τρίτης κορυφής.
23. Σε τρίγωνο ABΓ το ύψος ΑΔ και η διάμεσος ΑΜ έχουν εξισώσεις:  $y = \frac{1}{2}x + 1$  και  $y = 4x + 8$  αντίστοιχα. Αν το μέσο Κ της ΑΒ έχει συντεταγμένες  $(4, 4)$ , να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου.

- 24.** Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές  $B(1, 2)$  και  $\Gamma(8, 3)$ . Αν  $y = x$  είναι η εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται μια διχοτόμος του, να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών  $AB$  και  $A\Gamma$ .
- 25.** Η κορυφή  $B$  τριγώνου  $AB\Gamma$  έχει συντεταγμένες  $(3, 3)$  και οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται η διχοτόμος  $AD$  και το ύψος  $GE$  έχουν εξισώσεις  $y = 1$  και  $y = -\frac{3}{2}x + 4$  αντίστοιχα. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών  $A$  και  $\Gamma$ .
- 26.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $3y^2 - 3xy - 2x^2 = 0$  παριστάνει ζεύγος δύο κάθετων μεταξύ τους ευθειών, οι οποίες διέρχονται από την αρχή των αξόνων.