

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Υλικό σημείο κάνει α.α.τ. Η απομάκρυνσή του x από τη Θ.Ι. δίνεται από την εξίσωση $x = 0,2 \cdot \sqrt{2} \cdot \eta\mu(20\pi t + \phi_0)$ (S.I.).

α) Για ποιες τιμές της απομάκρυνσης x η δυναμική ενέργεια της α.α.τ. είναι ίση με το 50% της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης;

β) Να βρείτε την τιμή της αρχικής φάσης, αν δίνεται ότι για $t = 0$ είναι $K = \frac{3}{4} \cdot E_{ολ}$ με $x > 0$ και $u < 0$.

$$(\pm 0,2m, \frac{5\pi}{6} \text{rad})$$

2. Σώμα μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, του οποίου το πάνω άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω κατά 5 cm και τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Θεωρούμε ως θετική φορά αυτή της εκτροπής.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ταλάντωσης $y = f(t)$

β) Να βρείτε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς $\Sigma F = f(t)$ και να φτιάξετε τη γραφική παράσταση $\Sigma F = f(y)$.

γ) Να βρείτε την $u_{\max}$. Ποία χρονική στιγμή περνά από τη Θ.Ι. για πρώτη φορά;

δ) Να βρείτε ποία είναι η ενέργεια που προσφέραμε στο σύστημα;

ε) Ποίοι είναι οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας και της δυναμικής ενέργειας της α.α.τ.

$$\text{τη χρονική στιγμή } t = \frac{\pi}{30} \text{ s.}$$

$$(\psi = 0,05 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}), \Sigma F = -5 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}), 0,5 \text{ m/s}, \frac{\pi}{20} \text{ s}, 12,5 \cdot 10^{-2} \text{ J}, \frac{dK}{dt} = +0,625\sqrt{3} \frac{\text{J}}{\text{s}}, \frac{dU_T}{dt} = -0,625\sqrt{3} \frac{\text{J}}{\text{s}})$$

3. Σε λείο οριζόντιο δάπεδο βρίσκονται ακίνητα δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1 = 0,9 \text{ Kg}$ και $m_2 = 1 \text{ Kg}$ αντίστοιχα, τα οποία συνδέονται με ιδανικό με ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$ που έχει φυσικό μήκος $L_0 = 0,8 \text{ m}$. Βλήμα μάζας $m = 0,1 \text{ Kg}$ που κινείται στην ίδια διεύθυνση με τον άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου $u = 100 \text{ m/s}$ σφηνώνεται ακαριαία στο σώμα Α.

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος Α - βλήμα αμέσως μετά την κρούση.

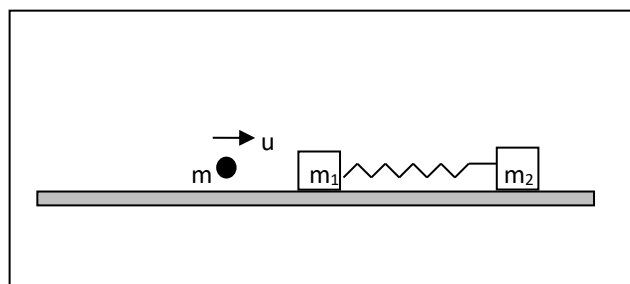
β) Όταν τα σώματα έχουν την ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση να υπολογιστούν:

I) Οι ταχύτητες των σωμάτων.

II) Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σωμάτων.

γ) Να αποδειχτεί ότι, κάθε φορά που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος, ένα από τα σώματα έχει ταχύτητα μηδέν.

$$(10 \text{ m/s}, 5 \text{ m/s}, 5 \text{ m/s}, 0,3 \text{ m})$$



4. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$, στερεώνεται δια μέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας $m_2 = 1 \text{ Kg}$ και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_1 = 1 \text{ Kg}$ και αρχικής ταχύτητας $u_0 = \sqrt{19} \text{ m/sec}$, που έχει την διεύθυνση του ελατηρίου.

Τα δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά, η δε διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα. Η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων είναι $S = 1,3 \text{ m}$ και η σταθερά του ελατηρίου $K = 25 \text{ N/m}$.

Να υπολογίσετε: α. το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος,

β. το χρόνο που απαιτείται ώστε το συσσωμάτωμα να αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα (κατά μέτρο) για πρώτη φορά.

$$\text{Δίνεται ότι } g = 10 \text{ m/s}^2.$$

$$(0,4 \text{ m}, \frac{\pi\sqrt{2}}{6} \text{ s})$$

5. Σώμα κάνει α.α.τ. πλάτους 10 cm . Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ταχύτητα είναι $-0,2 \text{ m/s}$ και η απομάκρυνση είναι μηδέν. Να βρείτε:

α) Την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

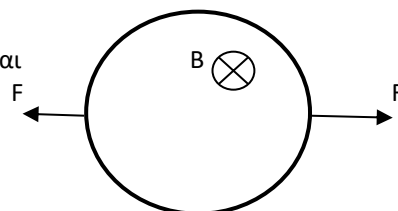
β) Την ταχύτητα και την επιτάχυνση, όταν η απομάκρυνση είναι 5 cm .

$$(x = 0,1 \cdot \eta\mu(2t + \pi), \pm 0,1 \cdot \sqrt{3} \text{ m/s}, -0,2 \text{ m/s}^2)$$

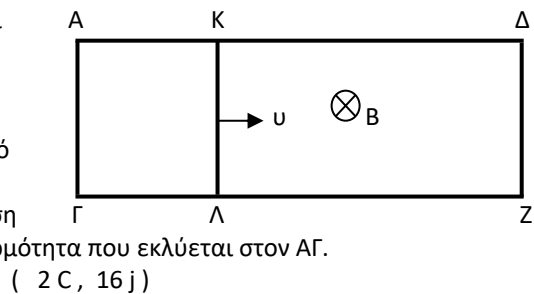
6. Ο κυκλικός μεταλλικός αγωγός του σχήματος έχει ακτίνα 10 cm και είναι κάθετος στις μαγνητικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B = 4 \text{ T}$. Ξαφνικά ασκούνται οι δύο δυνάμεις του σχήματος και σε χρόνο Δt από κυκλικός γίνεται ευθεία.

Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού στο χρόνο Δt αν ο αγωγός έχει αντίσταση 4Ω .

$$(0,01 \cdot \pi \text{ C})$$

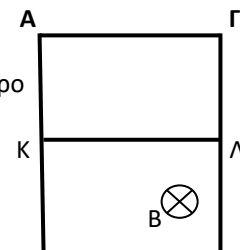


7. Ο μεταλλικός αγωγός ΚΛ έχει αντίσταση $R = 1 \, \Omega$ και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα $u = 6 \, \text{m/s}$, ενώ βρίσκεται σε επαφή με τους ιδανικούς αγωγούς ΑΔ και ΓΖ. Το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B = 6 \, \text{T}$. Τη χρονική στιγμή μηδέν ο ΚΛ εφάπτεται σχεδόν στον ΑΓ ενώ μετά από κάποιο χρονικό διάστημα φτάνει στον ΔΖ. Αν δίνεται ότι $R_{\text{ΑΓ}} = 3 \, \Omega$, $R_{\text{ΔΖ}} = 6 \, \Omega$, $ΚΛ = 0,5 \, \text{m}$ και $ΑΔ = 2 \, \text{m}$ να υπολογίσετε για την μετατόπιση του ΚΛ : α) Το φορτίο που περνά από μία διατομή του ΚΛ και β) τη θερμότητα που εκλύεται στον ΑΓ.



(2 C , 16 j)

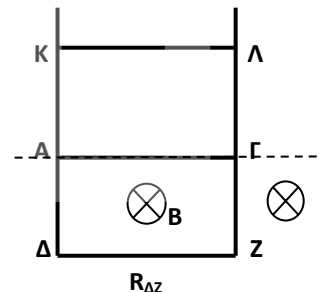
8. Ο οριζόντιος μεταλλικός αγωγός ΚΛ του σχήματος μπορεί να κινείται χωρίς τριβές ενώ είναι σε επαφή με τους κατακόρυφους ιδανικούς αγωγούς ΑΓ και ΔΖ. Η κίνηση του ΚΛ γίνεται κάθετα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2 \, \text{T}$. Αφήνουμε τον ΚΛ ελεύθερο και αποκτά οριακή ταχύτητα όταν διανύσει κατακόρυφη απόσταση $h = 2 \, \text{m}$. Ο ΚΛ έχει μάζα $0,1 \, \text{Kg}$, μήκος $0,5 \, \text{m}$ και αντίσταση $R_{\text{ΚΛ}} = 3 \, \Omega$. Ακόμα γνωρίζουμε ότι $R_{\text{ΑΓ}} = 1 \, \Omega$ και $g = 10 \, \text{m/s}^2$.



Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα και την θερμότητα που εκλύθηκε στον αγωγό ΑΓ μέχρι τη στιγμή που ο ΚΛ απέκτησε οριακή ταχύτητα.

(4 m/s , 0,3 j)

9. Ο αγωγός ΚΛ του σχήματος έχει μάζα $m = 0,1 \, \text{Kg}$, αντίσταση $R = 2 \, \Omega$, μήκος $L = 0,5 \, \text{m}$ και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στους κατακόρυφους μεταλλικούς οδηγούς οι οποίοι έχουν αμελητέα αντίσταση και πολύ μεγάλο μήκος. Αφήνεται ελεύθερος και αφού διανύσει κατακόρυφη απόσταση $h = 0,8 \, \text{m}$ συγκρούεται πλαστικά με τον όμοιό του αγωγό ΑΓ ο οποίος συγκρατείται ακίνητος και αφήνεται ελεύθερος τη στιγμή της κρούσης. Η κρούση γίνεται ακαριαία και δημιουργείται ένας νέος ενιαίος αγωγός ο οποίος επίσης κινείται χωρίς τριβές. Η κίνηση του νέου αγωγού γίνεται σε κατακόρυφο επίπεδο το οποίο είναι κάθετο σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2 \, \text{T}$. Δίνεται $R_{\text{ΔΖ}} = 1 \, \Omega$ και $g = 10 \, \text{m/s}^2$.



Να υπολογίσετε:

- α) Την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση και τη δύναμη Laplace που δέχεται τότε.
β) Την οριακή ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα.

(2 m/s , 1 N , 4 m/s)

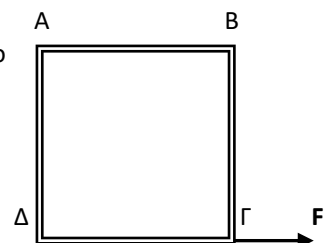
10. Δύο όμοια γραμμικά αρμονικά κύματα, πλάτους $A = 2 \, \text{cm}$ και συχνότητας $f = 100 \, \text{Hz}$, διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σ' ένα ελαστικό μέσο με ταχύτητα $u = 30 \, \text{m/s}$. Έστω ότι στη θέση $x = 0$ (σημείο Ο) του στάσιμου κύματος που δημιουργείται υπάρχει κοιλία και τη χρονική στιγμή $t = 0$ η απομάκρυνση στη θέση αυτή είναι $\psi = 0$ και ταχύτητα θετική. Να βρεθούν οι θέσεις δύο υλικών σημείων του μέσου μεταξύ της πρώτης και δεύτερης κοιλίας, όπου το καθένα έχει ενέργεια ταλάντωσης ίση με το 25% της ενέργειας ταλάντωσης των υλικών σημείων που βρίσκονται στις θέσεις των κοιλιών. Όλα τα υλικά σημεία του μέσου έχουν την ίδια μάζα.

11. Στο τετράγωνο πλαίσιο ΑΒΓΔ του σχήματος κάθε πλευρά έχει μάζα $M = 2 \, \text{Kg}$ και μήκος $L = 1,2 \, \text{m}$. Το πλαίσιο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο του πλαισίου, που περνά απ' το σημείο Α.

Το πλαίσιο αρχικά ισορροπεί με την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου F όπως φαίνεται στο σχήμα.

Να υπολογιστούν:

- i) Το μέτρο της δύναμης F .
ii) Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης που ασκεί ο άξονας στο πλαίσιο.



Επίσης $g = 10 \, \text{m/s}^2$ και $\sqrt{2} = 1,4$.

(40 N , $40\sqrt{5} \, \text{N}$, $\epsilon\phi\theta = \frac{1}{2}$)

12. Ένας δίσκος μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ ισορροπεί δεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$.

Από ύψος $H = 5 \text{ cm}$ πάνω από το δίσκο αφήνουμε να πέσει ένα σώμα ίδιας μάζας m . Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με το δίσκο τη χρονική στιγμή $t = 0$.

α) Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

β) Θεωρώντας προς τα πάνω ως θετική φορά, να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης $y = f(t)$ του συσσωματώματος από τη Θ.Ι.

γ) Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του σώματος m που <χάθηκε> κατά την πλαστική κρούση.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{20} \text{ m} , \psi = \frac{\sqrt{2}}{20} \cdot \eta \mu \left(10t + \frac{3\pi}{4} \right) , 50\% \right)$$

13. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση: $A_k = A_0 \cdot e^{-0.2t \cdot \ln 3}$ (S. I.)

Αν μετά από 100 ταλαντώσεις το πλάτος μειώνεται κατά τα 16/18 του αρχικού.

Να υπολογισθεί η περίοδος της ταλάντωσης. ($T = 0,1 \text{ s}$)

14. Αρμονικό κύμα παράγεται από μια πηγή κυμάτων O που εκτελεί αατ συχνότητας $f = 5 \text{ Hz}$. Κατά μήκος μιας ευθείας διάδοσης του κύματος Ox και σε απόσταση $d = 30 \text{ cm}$ απ' το O βρίσκεται σημείο M . Κατά τη χρονική στιγμή $t = 0,5 \text{ s}$, το σημείο M αποκτά τη μέγιστη θετική απομάκρυνσή του για δεύτερη φορά.

α) Να βρεθεί το μήκος κύματος.

β) Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση $x_{\min}$ απ' το O ενός σημείου N , το οποίο βρίσκεται στην Ox και παρουσιάζει διαφορά φάσης $\Delta\phi = 120^\circ$ με το σημείο M ;

γ) Κατά πόσο θα μεταβληθεί η $x_{\min}$ αν διπλασιαστεί η συχνότητα ταλάντωσης της πηγής;

Να θεωρηθεί ότι κατά τη χρονική στιγμή $t = 0$ η πηγή βρίσκεται στη Θ.Ι. και έχει $u > 0$.

($24 \text{ cm}, 22 \text{ cm}, 4 \text{ cm}$)

15. Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο AB ακτίνας $R = 2 \text{ m}$ που εφάπτεται στο κάτω άκρο του B με λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας $m_1 = 4 \text{ Kg}$ αφήνεται να γλιστρήσει κατά μήκος του τεταρτοκύκλιου από το άνω άκρο A . Το σώμα περνά από το σημείο B με ταχύτητα $u_B = 5 \text{ m/s}$ και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβή κατά μήκος της οριζόντιας εφαπτομένης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο B . Αφού κινηθεί στο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2 = 6 \text{ Kg}$ που είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 250 \text{ N/m}$, το οποίο έχει το άλλο του άκρο στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τα σώματα μετά την πλαστική κρούση κινούνται ως μία μάζα και το ελατήριο συσπειρώνεται. Να υπολογιστούν:

α) Η θερμότητα που παράχθηκε εξαιτίας της τριβής κατά την κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο.

β) Το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας του m_1 που μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

γ) Το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης που θα κάνει το σύστημα των μαζών μετά την κρούση.

Δίνεται ότι η κίνηση των μαζών γίνεται κατά τον άξονα των ελατηρίων και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο B θεωρείται επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

($30 \text{ J}, 37,5\%, 0,4 \text{ m}, 0,4\pi \text{ s}$)

16. Ομογενής σκάλα μήκους $AG = l = 5 \text{ m}$ και βάρους $B = 40 \text{ N}$ ηρεμεί στηριζόμενη με το ένα της άκρο Γ σε λείο κατακόρυφο τοίχο και με το άλλο της άκρο A να στηρίζεται σε οριζόντιο πάτωμα και να απέχει απόσταση $d = 3 \text{ m}$ από τον κατακόρυφο τοίχο. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ του πατώματος και της σκάλας είναι $\mu = 0,1$.

Ένας άνθρωπος μάζας $m = 60 \text{ Kg}$ αρχίζει να ανεβαίνει στη σκάλα.

Να υπολογισθεί πόση απόσταση κατά μήκος της σκάλας μπορεί να ανέβει ο άνθρωπος χωρίς να γλιστρήσει η σκάλα.

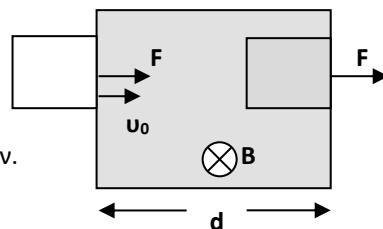
Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

($3,3 \text{ m}$)

17. Το τετράγωνο μεταλλικό πλαίσιο του σχήματος έχει πλευρά $a = 0,5 \text{ m}$, $R = 2 \Omega$, $m = 0,1 \text{ Kg}$ και μπαίνει στο χώρο που υπάρχει το ομογενές μαγνητικό πεδίο του σχήματος με αρχική ταχύτητα $u_0 = 2 \text{ m/s}$. Το πλαίσιο δέχεται συνεχώς τη σταθερή δύναμη $F = 1 \text{ N}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε σε ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να εξέρχεται από το πεδίο αν η είσοδος ξεκινούσε τη χρονική στιγμή μηδέν.

Δίνεται $B = 2 \text{ T}$ και $d = 2,75 \text{ m}$.

($0,75 \text{ s}$)



18. Ένα σώμα μάζας $m = 1\text{Kg}$ είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητο. Αρχικά το σώμα ισορροπεί. Κάποια στιγμή αρχίζει να ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 50\text{N}$. Αν το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, να υπολογίσετε:

- Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το σώμα.
- Τη μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου.
- Να αποδείξετε ότι το σώμα κάνει αατ και να υπολογίσετε το πλάτος της.

(5 m/s , 1 m , $0,5\text{ m}$)

19. Στο ελεύθερο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{ N/m}$ στερεώνεται σώμα μάζας $m = 2\text{ Kg}$, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αρχικά το σώμα είναι ακίνητο στη θέση O με $x = 0$ και το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $F = 60 + 200x$ (S.I.). Με την επίδραση της F το σώμα αρχίζει να μετακινείται. Όταν το σώμα στη θέση $x = 0,2\text{m}$, η δύναμη F καταργείται. Η στιγμή αυτή λαμβάνεται ως στιγμή $t = 0$.

Στη συνέχεια το σώμα εκτελεί α.α.τ..

- Να υπολογίσετε τη συνολική ενέργεια της α.α.τ..
 - Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t = 0$.
 - Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση O σε σχέση με το χρόνο.
 - Να βρείτε τη χρονική στιγμή που το μήκος του ελατηρίου γίνεται ελάχιστο για πρώτη φορά.
- Να θεωρήσετε ως θετική φορά, τη φορά της δύναμης F .

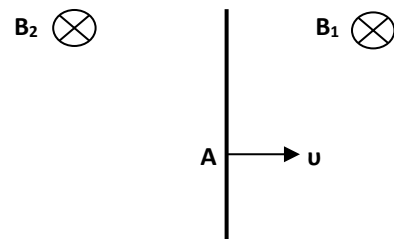
(16J , $2\sqrt{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $x = 0,4 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{6})$, $\frac{2\pi}{15}\text{s}$)

20. Σημειακό φορτίο $q = +1\text{ }\mu\text{C}$ και μάζας $m = 1\text{ mg}$ κινείται με ταχύτητα $u = 20\text{m/s}$ και εισέρχεται στο πεδίο έντασης $B_1 = 4 \cdot \pi\text{ T}$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του στο σημείο A . Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο το φορτίο θα επιστρέψει στο σημείο A για 1^η φορά καθώς και το διάστημα που θα διανύσει μέχρι τότε.

Το επίπεδο αποτελείται από δύο ομογενή μαγνητικά πεδία όπως φαίνεται στο σχήμα.

Δίνεται ότι $B_1 = 2 \cdot B_2$ και το βάρος του σωματιδίου θεωρείται αμελητέο.

(1 s , 20 m)

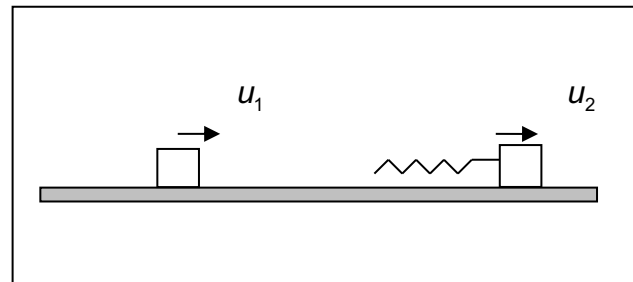


21. Ένας κύβος μάζας $m_1 = 2\text{ Kg}$ κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 10\text{ m/s}$. Μπροστά του, στην ίδια κατεύθυνση, κινείται ομαλά ένας άλλος κύβος μάζας $m_2 = 8\text{Kg}$ με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 5\text{ m/s}$. Στην πίσω πλευρά του είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο φυσικού μήκους $l_0 = 1\text{m}$ και σταθεράς $k = 1000\text{ N/m}$.

Ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με την ευθεία που ενώνει τα κέντρα μάζας των κύβων. Να βρείτε:

- Την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν οι κύβοι.
- Τις ταχύτητες των κύβων μετά τον αποχωρισμό τους.

($0,8\text{m}$, 2 m/s , 7 m/s)



22. Σώμα μάζας m εκτοξεύεται από το έδαφος με ταχύτητα $u_0 = 20\text{ m/s}$ κατακόρυφα προς τα πάνω.

Όταν βρεθεί σε ύψος $h = 15\text{m}$, καθώς ανεβαίνει, διασπάται ακαριαία σε δύο ίσες μάζες $m_1 = m_2$.

Αν η m_1 ακριβώς μετά την διάσπαση κινείται με οριζόντια ταχύτητα ίδιου μέτρου με την ταχύτητα που είχε η m πριν τη διάσπαση, να βρείτε την ταχύτητα που απέκτησε η μάζα m_2 ακριβώς μετά τη διάσπαση.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

($10\sqrt{5}\text{ m/s}$, $\epsilon\phi\theta = 0,5$)

23. Στη χορδή μιας κιθάρας δημιουργείται στάσιμο κύμα συχνότητας f_1 . Το στάσιμο κύμα έχει τέσσερις δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και δυο μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή, με άλλη διέγερση δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας f_2 που έχει εννέα συνολικά δεσμούς, δυο στα άκρα της χορδής και 7 μεταξύ αυτών.

Η συχνότητα f_2 είναι ίση με

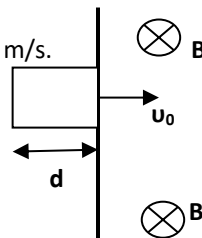
α. $(2/3) \cdot f_1$

β. $(8/3) \cdot f_1$

γ. $(5/3) \cdot f_1$

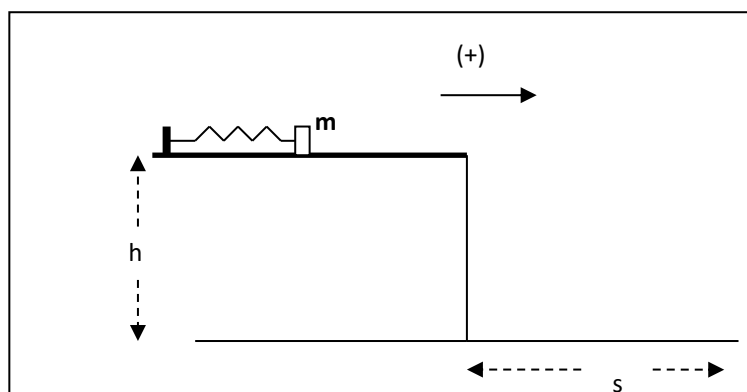
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

24. Το μεταλλικό πλαίσιο του σχήματος κινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και εισέρχεται σε κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο με αρχική ταχύτητα $u_0 = 10 \text{ m/s}$. Όταν η είσοδος ολοκληρώνεται έχει εκλυθεί θερμότητα λόγω φαινομένου Joule $Q = 3 \text{ J}$. Επίσης το πλαίσιο έχει μάζα $m = 0,1 \text{ Kg}$ και δέχεται δύναμη τριβής $T = 0,4 \text{ N}$. Αν $d = 0,5 \text{ m}$, να υπολογίσετε την ταχύτητα του πλαισίου τη στιγμή που ολοκληρώνεται η είσοδος στο πεδίο.
(6 m/s)



25. Ένα σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα u_1 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Μετά την κρούση τα σώματα κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις. Να βρείτε το λόγο m_1 / m_2 .
(1)

26. Πάνω σε λείο τραπέζι ύψους $h = 1,25 \text{ m}$ είναι τοποθετημένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 400 \text{ N/m}$, του οποίου το ένα άκρο είναι σταθερά στερεωμένο ενώ στο ελεύθερο άκρο είναι δεμένο σώμα μάζας $m = 1 \text{ Kg}$. Το σώμα κάνει αατ πλάτους $A = 5 \text{ cm}$. Όταν περνά από τη Θ.Ι. κινούμενο προς τα θετικά, διασπάται ακαριαία σε δύο τμήματα Σ_1 και ίσων μαζών. Το Σ_1 ολισθαίνει στο τραπέζι και πέφτει στο έδαφος σε απόσταση $s = 2 \text{ m}$ από τη βάση του τραπεζιού. Το Σ_2 παραμένει προσδεμένο στο ελατήριο και συνεχίζει να κάνει αατ. Να υπολογίσετε:
α) Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του m .
β) Το μέτρο της ταχύτητας των Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος.
γ) Το πλάτος της ταλάντωσης του Σ_2 .
Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.



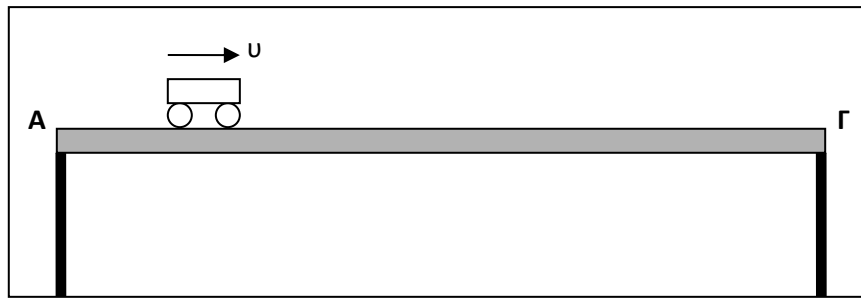
$$\left(1\frac{m}{s}, 4\frac{m}{s}, 2\frac{m}{s}, 5\sqrt{2}\text{cm} \right)$$

27. Μικρή σφαίρα προσπίπτει σε λείο κατακόρυφο τοίχο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_0 = 20 \text{ m/s}$ και με γωνία πρόσπτωσης $\phi = 30^\circ$. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία ανακλάται η σφαίρα, αν κατά την κρούση χάνει το 51% της κινητικής της ενέργειας.
(14 m/s , $\eta\mu\theta = 5/7$)

28. Ένας τροχός ακτίνας R κυλάει σε οριζόντιο επίπεδο. Να βρείτε πόσο απέχουν απ' το έδαφος τα σημεία της περιφέρειας του τροχού των οποίων το μέτρο της ταχύτητας ισούται με την u_{cm} .
($R/2$)

29. Σώμα μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, ενώ το κάτω άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα κάνει αατ και καθώς περνά απ' τη Θ.Ι. κινούμενο προς τα πάνω συγκρούεται ακαριαία, κεντρικά και πλαστικά με κατερχόμενο σώμα ίδιας μάζας και ταχύτητας ίδιου μέτρου. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.
($0,1 \text{ m}$)

30. Η γέφυρα του σχήματος στηρίζεται στα σημεία της Α και Γ, που απέχουν απόσταση $d = 40 \text{ m}$, και έχει βάρος $B = 10^6 \text{ N}$. Τη χρονική στιγμή μηδέν ένα όχημα βάρους $B_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ N}$ περνά από το σημείο Α της γέφυρας κινούμενο προς το Γ με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u = 10 \text{ m/s}$.
α. Να βρείτε τις σχέσεις που δίνουν το μέτρο των δυνάμεων που δέχεται η γέφυρα στα σημεία Α και Γ, σε συνάρτηση με το χρόνο κίνησης του οχήματος απ' το Α στο Γ.
β. Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις των δυνάμεων που βρήκατε σε συνάρτηση με το χρόνο.

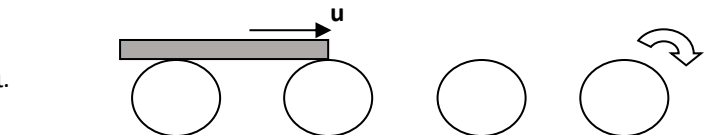


$$(F_A = 7 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 10^5 t, F_B = 0,5 \cdot 10^5 t + 5 \cdot 10^5)$$

31. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος L και κινείται με σταθερή ταχύτητα u χωρίς να ολισθαίνει στο πάνω μέρος των σφαιρών οι οποίες κυλάνε ομόρροπα χωρίς να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σχήμα η ράβδος φτάνει στη δεύτερη σφαίρα.

Να υπολογίσετε την απόσταση που έχει διανύσει η ράβδος τη στιγμή που την εγκαταλείπει.

$$(2L)$$



32. Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι της μορφής: $\psi = 0,1\mu 2\pi(2t - 0,1x)$ (S.I).

Να υπολογίσετε:

α. την ταχύτητα του κύματος.

β. την απόσταση δύο σημείων τα οποία κάποια χρονική στιγμή έχουν μεταξύ τους διαφορά φάσης $\frac{3\pi}{2}$ r.

γ. Τη διαφορά φάσης ενός σημείου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1 = 20$ sec και $t_2 = 25$ sec.

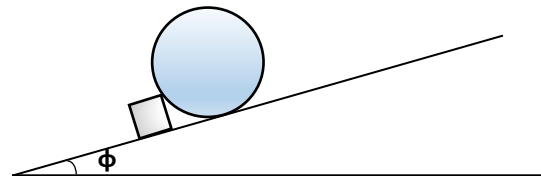
33. Ένα υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = \sqrt{3}\text{cm}$. Σε κάποιο σημείο της τροχιάς η δυναμική του ενέργεια είναι τριπλάσια της κινητικής του. Να υπολογισθεί η απομάκρυνση εκείνη τη χρονική στιγμή.

$$\left(\pm \frac{A\sqrt{3}}{2}\right)$$

34. Η σφαίρα ακτίνας R βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο του οποίου αυξάνω τη γωνία ϕ .

Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της γωνίας ϕ ώστε να υπερπηδήσει τον σταθερό κύβο ακμής $R/2$;

$$(60^\circ)$$

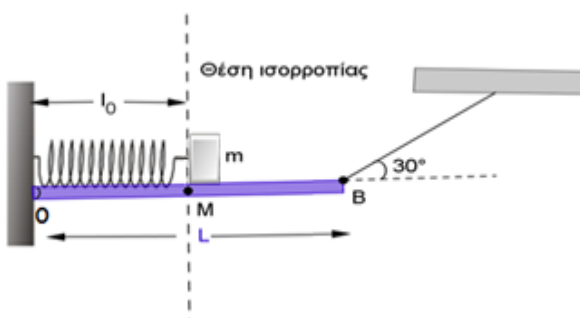


35. Σε μία χορδή μεγάλου μήκους δημιουργείται στάσιμο κύμα μήκους κύματος 1 m . Το ένα άκρο ($x=0$) είναι ελεύθερο και δημιουργείται κοιλία ενώ το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Να βρείτε τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων $x_1 = 1,5\text{ m}$ και $x_2 = 28/3\text{ m}$.

$$(\pi \text{ rad})$$

36. Η ράβδος OB είναι ομογενής έχει βάρος $w = 10\text{ N}$ και έχει μήκος $L = 2\text{ m}$. Το ένα άκρο της O στηρίζεται σε τοίχο με άρθρωση, ενώ στο άλλο έχουμε δέσει νήμα το οποίο σχηματίζει γωνία $\phi = 30^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στη ράβδο βρίσκεται οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$ που στο ένα άκρο του έχουμε δέσει σώμα μάζας $m = 1\text{ Kg}$ που ισορροπεί ακίνητο. Το φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι $l_0 = 1\text{ m}$.

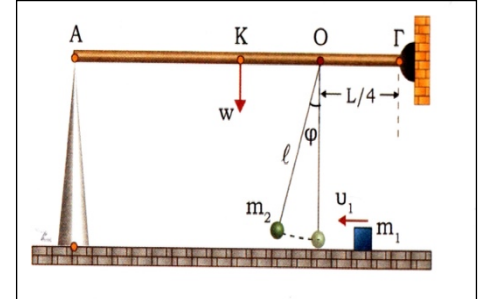
Τη χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύεται το σώμα με ταχύτητα $u = 5\text{ m/s}$ προς τα δεξιά, οπότε το σώμα ξεκινάει να εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. (Υπόδειξη: Ως θετική φορά θεωρείστε την κατεύθυνση προς τα δεξιά.)



Να βρεθεί:

- Η τάση του νήματος πριν την εκτόξευση του σώματος.
 - Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.
 - Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t = 0,15 \pi$ s.
 - Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από την άρθρωση τη χρονική στιγμή $t = 0,15 \pi$ s.
- (20 N , 0,5 m , 15 N , $5 \cdot \sqrt{13}$ N)

37. Η ομογενής ράβδος ΑΓ του σχήματος έχει μάζα $M = 10$ Kg μήκος L και ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια άρθρωσης στο άκρο της Γ και κατακόρυφου στηρίγματος στο άκρο του Α. Στο σημείο Ο ($ΟΓ = L/4$) της ράβδου κρέμεται σφαιρίδιο μάζας $m_2 = 8$ Kg μέσω κατακόρυφου μη εκτατού νήματος μήκους $l = 10$ m. Ένα άλλο σώμα μάζας $m_1 = 8$ Kg που κινείται οριζόντια και παράλληλα προς τη ράβδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u_1 = 10$ m/s, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σφαιρίδιο. Να υπολογίσετε:



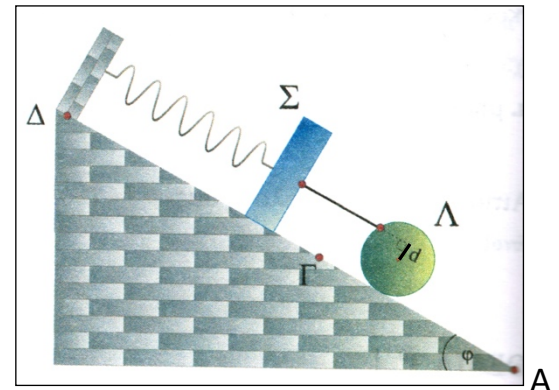
- Τη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο άκρο της Α από το στήριγμα αμέσως μετά την κρούση.
 - Τη μέγιστη γωνία εκτροπής του νήματος.
 - Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος στο άκρο της Γ από την άρθρωση, τη στιγμή που το νήμα έχει μέγιστη γωνία εκτροπής.
 - Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του m_2 τη στιγμή που το νήμα έχει μέγιστη γωνία εκτροπής.
- Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Το σφαιρίδιο έχει αμελητέες διαστάσεις και μόλις που δεν ακουμπά στο έδαφος.
- (90N , 60° , 73,6 N , 69,3 N)

38. Δύο κυλινδρικές ομογενείς ράβδοι ίδιας διατομής είναι κολλημένες στο ένα άκρο τους ώστε να δημιουργηθεί μία όπως φαίνονται στο σχήμα.



- Η ράβδος ΑΓ έχει μήκος L και πυκνότητα $\rho_1 = 8 \text{ g/cm}^3$ ενώ η ΓΔ έχει μήκος $2L$ και πυκνότητα ρ_2 . Τοποθετούμε κάτω από το σημείο Γ ένα μικρό υποστήριγμα και παρατηρώ ότι το σύστημα των δύο ράβδων ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε την πυκνότητα ρ_2 .
- (2 g/cm^3)

39. Το σώμα Σ έχει μάζα m , ενώ η ομογενής σφαίρα Λ έχει μάζα $M = 6$ Kg και ακτίνα R . Το κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\phi = 30^\circ$ και είναι λείο στο τμήμα ΓΔ αλλά όχι στο τμήμα ΓΑ. Το σύστημα των σωμάτων αρχικά ισορροπεί με τη βοήθεια ελατηρίου σταθεράς $K = 250 \text{ N/m}$. Το νήμα που ενώνει το σώμα Σ με τη σφαίρα Λ είναι αβαρές, μη εκτατό, παράλληλο με το κεκλιμένο επίπεδο και η διεύθυνσή του συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου. Το κέντρο της σφαίρας απέχει από τη διεύθυνση του νήματος απόσταση $d = \frac{R}{2}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική

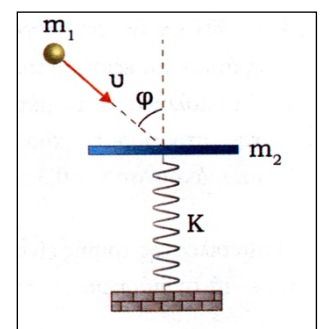


- στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα Σ ξεκινά απλή αρμονική ταλάντωση ενώ η σφαίρα Λ κυλάει χωρίς να ολισθαίνει προς τη βάση Α του επιπέδου.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται η σφαίρα Λ από το κεκλιμένο επίπεδο πριν κοπεί το νήμα.
 - Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ μετά το κόψιμο του νήματος.

Δίνονται $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\eta_{\mu 30^\circ} = 0,5$, $\pi^2 = 10$.

(10 N , 0,08 m)

40. Ο δίσκος του σχήματος έχει μάζα $m_2 = 3$ Kg και είναι στερεωμένος σε ελατήριο σταθεράς $K = 300 \text{ N/m}$. Ένα μικρό σφαιρίδιο μάζας $m_1 = 1$ Kg κτυπάει πλάγια και ελαστικά στη λεία επιφάνεια του δίσκου και λίγο πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου u και διεύθυνσης που σχηματίζει γωνία ϕ με την κατακόρυφο ($\eta_{\mu \phi} = 0,6$, $\sin \phi = 0,8$). Η μείωση της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου λόγω της κρούσης με το δίσκο είναι 24 J .
- Να υπολογίσετε το πλάτος της κατακόρυφης αατ που θα εκτελέσει ο δίσκος μετά την κρούση.
 - Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u του σφαιριδίου αμέσως πριν την κρούση.

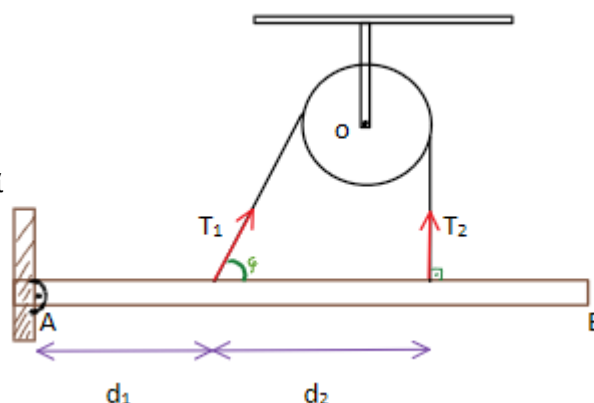


- γ) Να υπολογίσετε το ημίτονο της γωνίας θ που σχηματίζει η διεύθυνση της ταχύτητας του σφαιριδίου (αμέσως μετά την κρούση) με την κατακόρυφη διεύθυνση.
 δ) Για ποιά τιμή της γωνίας ϕ το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου μετά την κρούση γίνεται μέγιστο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνεται $\sqrt{13} = 3,6$.

(0,4 m , 10 m/s , 0,83 , $\phi = 0^\circ$)

41. Η τροχαλία του σχήματος έχει βάρος $w_1 = 50$ N και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της O. Το νήμα που έχουμε τυλίξει στην τροχαλία είναι αβαρές και μη εκτατό. Η οριζόντια ράβδος είναι ομογενής, ισορροπεί, έχει βάρος $w_2 = 100$ N, μήκος $L = 4$ m και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της A με τη βοήθεια άρθρωσης. Η ράβδος και η τροχαλία παραμένουν ακίνητες. Δίνεται η απόσταση $d_1 = 1$ m, για τη γωνία ϕ ισχύει $\eta\mu\phi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\eta\phi = 0,6$ και $T_2 = 50$ N. Να υπολογίσετε:



α) Το μέτρο της τάσης T_1 .

β) Την απόσταση d_2 .

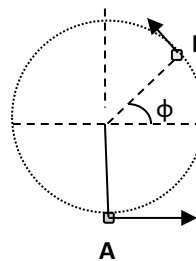
γ) Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της.

(50 N , 2,2 m , 143,2 N)

42. Μικρό σώμα είναι δεμένο στο άκρο του νήματος του σχήματος και μπορεί να κινηθεί σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά μέχρι τη θέση Γ. Να βρείτε την ταχύτητά του στη θέση Α.

Δίνονται: $g = 10$ m/s², μήκος νήματος 1 m και $\phi = 30^\circ$.

($\sqrt{35}$ m/s)



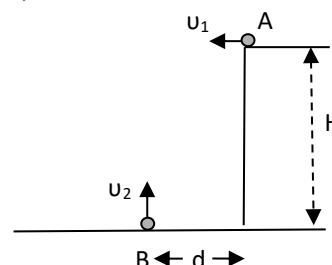
43. Το σώμα Α εκτοξεύεται με οριζόντια αρχική ταχύτητα u_1 από ύψος $H = 30$ m. Ταυτόχρονα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω ίδιο σώμα Β με αρχική ταχύτητα $u_2 = 20$ m/s. Τα σώματα συγκρούονται ακαριαία και πλαστικά. Να θεωρήσετε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Ακόμα δίνονται ότι $d = 15$ m και $g = 10$ m/s².

Να υπολογίσετε :

α) την ταχύτητα του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση και

β) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

($5\sqrt{2}$ m/s , $\theta = 45^\circ$, $5\sqrt{17}$ m/s)

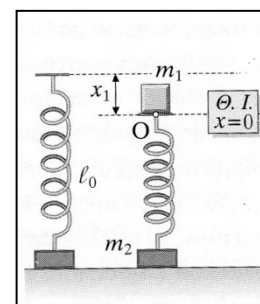


44. Τα δύο σώματα του σχήματος, με μάζες $m_1 = 2$ Kg και $m_2 = 4$ Kg είναι δεμένα στα ελεύθερα άκρα του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 200$ N/m. Με το χέρι μας κατεβάζουμε το σώμα m_1 κατακόρυφα προς τα κάτω κατά X_2 και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο.

Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της X_2 ώστε η m_2 να μη χάσει επαφή με το έδαφος.

Δίνεται $g = 10$ m/s².

(0,3 m)



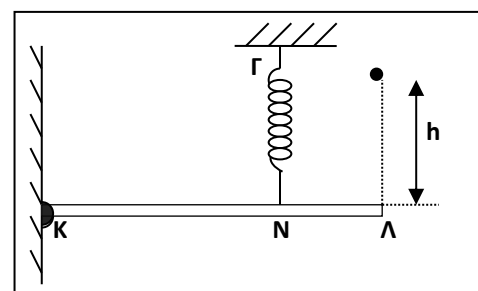
45. Ένας τροχός βάρους $B = 30$ N ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi = 60^\circ$. Το νήμα ΓΑ που συνδέει το πάνω άκρο Γ της κατακόρυφης διαμέτρου του τροχού και το σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου είναι οριζόντιο. Είναι λείο το επίπεδο; Να υπολογισθεί το μέτρο της τάσης του νήματος.

($T = 10\sqrt{3}$ N)

46. Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 παράγουν στην επιφάνεια υγρού κύματα, επειδή τίθενται ταυτόχρονα σε ταλάντωση με ίδιο πλάτος και με συχνότητα $f = 5 \text{ Hz}$, τα οποία θεωρούνται εγκάρσια και αρμονικά. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $u = 10 \text{ m/sec}$. Δύο σημεία K και Λ της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος και βρίσκονται δεξιά της μεσοκαθέτου του τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και ισχύει $\Delta r_K = 8 \text{ m}$ και $\Delta r_\Lambda = 14 \text{ m}$ αντίστοιχα από τις πηγές Π_1 και Π_2 .
Να υπολογίσετε τον αριθμό των σημείων του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ μεταξύ των K και Λ που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος και να υπολογίσετε πόσο απέχουν τα σημεία τομής των υπερβολών που περνούν από τα K και Λ με την ευθεία $\Pi_1\Pi_2$.
Δίνεται ότι το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ είναι παράλληλο στο $\Pi_1\Pi_2$.

47. Το ένα άκρο ενός ελαστικού σχοινιού δένεται σταθερά σε ακλόνητο σημείο, ενώ το άλλο εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση συχνότητας $f = 10 \text{ Hz}$. Ποιό μήκος πρέπει να έχει το σχοινί ώστε να δημιουργηθούν 5 δεσμοί αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με 2 m/sec .

48. Ομογενής ράβδος ΚΛ μήκους $L = 1 \text{ m}$ και μάζας $M = 3 \text{ Kg}$ ισορροπεί οριζόντια ενώ το άκρο της Κ είναι άρθρωμένο. Στο σημείο Ν είναι συνδεδεμένο κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$ το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο στο σημείο Γ. Από ύψος $h = 1,8 \text{ m}$ πάνω απ' το άκρο Λ αφήνεται ελεύθερο σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ το οποίο σφηνώνεται ακαριαία στο άκρο Λ της ράβδου.

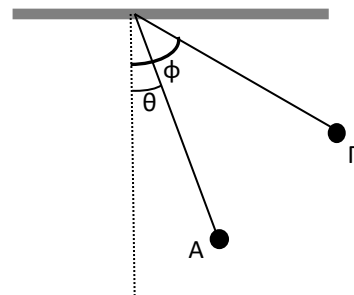


- Στη συνέχεια η ράβδος στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση και σταματά στιγμιαία όταν το ελατήριο έχει συνολική επιμήκυνση $x_2 = 0,5 \text{ m}$.
α) Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η ράβδος στη θέση ισορροπίας και να υπολογίσετε την παραμόρφωση x_1 του ελατηρίου τότε.
β) Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της μάζας m ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από την άρθρωση, λίγο πριν την κρούση με τη ράβδο.
γ) Αν το σύστημα ράβδος, σώμα m ακριβώς μετά την κρούση έχει κινητική ενέργεια 9 J , να υπολογίσετε το $\eta\mu\phi$, όπου ϕ η γωνία εκτροπής της ράβδου απ' την οριζόντια θέση όταν σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά.
Δίνεται $(KN) = 0,75 \text{ m}$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.
($0,1 \text{ m}$, $6 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, $0,6$)

49. Μία μικρή σφαίρα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ είναι δεμένη στο άκρο αβαρούς νήματος μήκους $L = 0,8 \text{ m}$ και κινείται σε κατακόρυφο κύκλο. Όταν περνά από τη θέση Α έχει ταχύτητα μέτρου 2 m/s ενώ στη θέση Γ σταματά στιγμιαία.
Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής στις θέσεις Α και Γ.

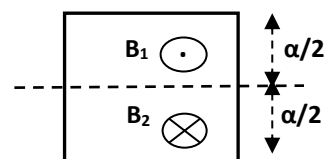
Δίνονται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\theta = 30^\circ$, $\phi = 60^\circ$.

($10 \cdot \sqrt{2} \text{ N}$, $10 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$)



50. Δύο σώματα κάνουν αατ στην ίδια ευθεία σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περιόδους $1,2 \text{ s}$ και $5,6 \text{ s}$. Τη χρονική στιγμή μηδέν βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση. Ποιά είναι η επόμενη χρονική στιγμή που θα συμβεί αυτό;
($16,8 \text{ s}$)

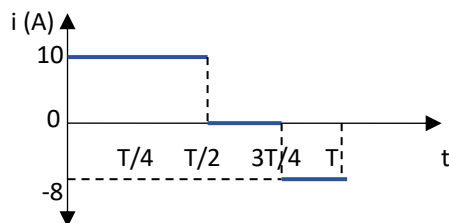
51. Το τετράγωνο ακίνητο μεταλλικό πλαίσιο του σχήματος έχει αντίσταση $R = 2 \Omega$, πλευρά $a = 0,2 \text{ m}$ και είναι κάθετο στα μαγνητικά πεδία του σχήματος. Γνωρίζω ότι $B_1 = 2 \text{ T}$ και $B_2 = \lambda t$ (SI), όπου $\lambda > 0$. Αν σε χρόνο $t = 100 \text{ s}$ στο πλαίσιο εκλύεται θερμότητα 2 J , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του συντελεστή λ .
Επίσης να φτιάξετε τη γραφική παράσταση μαγνητικής ροής – χρόνου για το πλαίσιο.
(10)



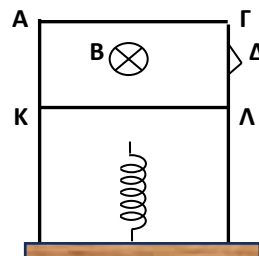
52. Αντιστάτης αντίστασης R διαρρέεται από περιοδικά μεταβαλλόμενο ρεύμα περιόδου T . Η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στη γραφική παράσταση.

Να υπολογίσετε την ενεργό ένταση του ρεύματος.

$$(\sqrt{66} \text{ A})$$



53. Ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός ΚΛ με μάζα $m = 0,1 \text{ Kg}$ και μήκος $L = 0,5 \text{ m}$, μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στους κατακόρυφους ιδανικούς αγωγούς πολύ μεγάλου μήκους. Η κίνηση γίνεται σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B το οποίο είναι κάθετο στον αγωγό. Ο αγωγός ΑΓ έχει αμελητέα αντίσταση ενώ ο ΚΛ αντίσταση $R = 4 \Omega$. Αφήνεται ελεύθερος ο ΚΛ και κάποια στιγμή αποκτά οριακή ταχύτητα και έρχεται σε επαφή με την άκρη του ελατηρίου του σχήματος το οποίο έχει σταθερά $k = 50 \text{ N/m}$. Τη στιγμή αυτή ανοίγουμε το διακόπτη Δ. Παρατηρούμε ότι το ελατήριο συσπειρώνεται κατά $\Delta x = 0,2 \text{ m}$ μέχρι ο ΚΛ να σταματήσει για πρώτη φορά. Να βρείτε το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Δίνεται το $g = 10 \text{ m/s}^2$.



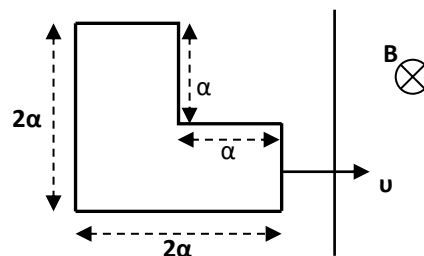
$$(2 \text{ T})$$

54. Ένα σώμα μάζας m εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $u_0 = 30 \text{ m/s}$. Μετά από 2 s το σώμα διασπάται ακαριαία σε δύο ίσες μάζες. Η μάζα Α αποκτά ταχύτητα u_1 με κατεύθυνση κατακόρυφη. Η μάζα Β επιστρέφει στο έδαφος σε $2 \cdot \sqrt{2} \text{ s}$ μετά την έκρηξη. Να βρείτε τις ταχύτητες των δύο τμημάτων ακριβώς μετά την έκρηξη, καθώς και το λόγο της ενέργειας που απελευθερώθηκε κατά την έκρηξη προς την κινητική ενέργεια τη στιγμή της εκτόξευσης. Δίνεται το $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$(20 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}, 1/9)$$

55. Στο σχήμα φαίνεται μεταλλικό πλαίσιο το οποίο εισέρχεται με σταθερή ταχύτητα $u = 5 \text{ m/s}$ σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 1 \text{ T}$ το οποίο είναι κάθετο στο πλαίσιο. Δίνεται ότι το πλαίσιο έχει αντίσταση $R = 5 \Omega$ και $\alpha = 1 \text{ m}$. Να υπολογίσετε πόση είναι η απαιτούμενη ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε ώστε το πλαίσιο να εισέλθει ολόκληρο στο πεδίο.

$$(5 \text{ J})$$



56. Ένα τετράγωνο συμμάτινο πλαίσιο ΚΛΜΝ πλευράς $\alpha = 50 \text{ cm}$ εισέρχεται με την πλευρά ΚΛ και με αρχική ταχύτητα $u_0 = 5 \text{ m/s}$ σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, του οποίου η μαγνητική επαγωγή $B = 1 \text{ T}$ είναι κάθετη στο πλαίσιο. Το πλαίσιο έχει μάζα $m = 100 \text{ g}$. Κατά την είσοδο του πλαισίου στο πεδίο εκλύεται θερμότητα $0,8 \text{ J}$. Το ηλεκτρικό φορτίο που περνά από μία διατομή του πλαισίου κατά τη διάρκεια της εισόδου του στο πεδίο είναι $0,4 \text{ C}$. Να υπολογίσετε:

α) Την ταχύτητα του πλαισίου τη στιγμή που ολοκληρώνεται η είσοδός του στο πεδίο.

β) Την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος λίγο πριν την είσοδο της πλευράς ΜΝ στο πεδίο.

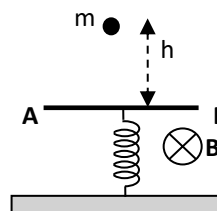
γ) Τον αριθμό των ελεύθερων ηλεκτρονίων που περνούν από μία διατομή του πλαισίου όσο διαρκεί η είσοδος στο πεδίο.

$$\text{Δίνεται } |e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

$$(3 \text{ m/s}, 2,4 \text{ A}, 2,5 \cdot 10^{18})$$

57. Μικρή σφαίρα μάζας $m = 0,1 \text{ Kg}$ αφήνεται ελεύθερη από ύψος $h = 1,8 \text{ m}$ και συγκρούεται πλαστικά με την οριζόντια μεταλλική ράβδο ΑΓ μάζας $M = 0,3 \text{ Kg}$ και μήκους $0,5 \text{ m}$ η οποία ισορροπεί συνδεδεμένη με το ιδανικό ελατήριο $k = 10 \text{ N/m}$ του σχήματος. Μετά την κρούση δημιουργείται ένας ομογενής ευθύγραμμος αγωγός που κάνει αατ ταλάντωση κάθετα στις γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B = \sqrt{20} \text{ T}$. Να βρείτε την ενεργό τιμή της τάση που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$(2,5 \text{ V})$$



58. Ένα στάσιμο κύμα έχει εξίσωση :

$$\psi = 8 \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{6} \cdot \eta \mu \frac{\pi \cdot t}{4} \quad (\text{S.I.}) \quad \text{και εξελίσσεται σε χορδή μήκους } 9 \text{ m}.$$

Να υπολογισθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και η διαφορά φάσης δύο σημείων της χορδής τα οποία βρίσκονται στις θέσεις $x_1 = 5 \text{ m}$ και $x_2 = 7 \text{ m}$.

59. Δύο σύγχρονες πηγές A και B που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού απέχουν $d = 4 \text{ m}$ μεταξύ τους και δημιουργούν αρμονικά κύματα συχνότητας $f = 10 \text{ Hz}$, τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα $u = 2 \text{ m/s}$. Να βρείτε το πλήθος των σημείων της ημιευθείας Bχ στα οποία έχουμε ενίσχυση λόγω συμβολής των κυμάτων από τις δύο πηγές.

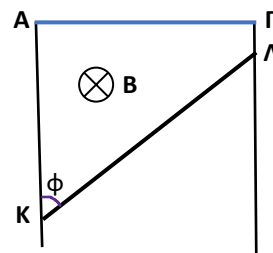


60. Σε μία χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα. Δίνονται $A = 2\sqrt{7} \text{ cm}$ (πλάτος των τρεχόντων κυμάτων που η συμβολή τους δημιουργεί το στάσιμο κύμα) και $\lambda = 12 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών.

(8 cm , 6 cm)

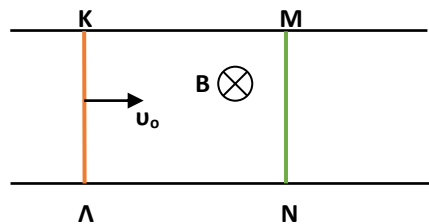
61. Ο αγωγός αμελητέας αντίστασης ΚΛ έχει μάζα $0,2 \text{ Kg}$ και αφήνεται ελεύθερος να κινηθεί χωρίς τριβές, έχοντας συνεχή επαφή με τους κατακόρυφους αγωγούς οι οποίοι επίσης είναι αμελητέας αντίστασης. Ο αγωγός ΑΓ έχει αντίσταση $R = 2 \Omega$. Ο ΚΛ έχει μήκος $0,5 \text{ m}$. Δίνονται $g = 10 \text{ m/s}^2$, $B = 2 \text{ T}$, $\phi = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτά ο ΚΛ.

(16 m/s)



- 62.*Οι αγωγοί ΚΛ και ΜΝ μπορούν να κινηθούν σε οριζόντιο επίπεδο, έχοντας συνεχώς επαφή με τους παράλληλους αγωγούς του σχήματος, χωρίς τριβή. Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο. Αρχικά εκτοξεύω τον ΚΛ με ταχύτητα u_0 και αρχική κινητική ενέργεια 24 J ενώ ο ΜΝ δεν έχει αρχική ταχύτητα. Δίνεται ότι ο ΚΛ έχει μάζα m και αντίσταση R ενώ ο ΜΝ έχει μάζα $3m$ και αντίσταση $2R$. Να υπολογίσετε τη συνολική θερμότητα που εκλύεται στον αγωγό ΚΛ και ΜΝ.

(6 J , 12 J)



63. Στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 δημιουργούν εγκάρσια αρμονικά κύματα. Η ΑΒ είναι κάθετη στην $\Pi_1\Pi_2$ και γνωρίζω ότι : $\Pi_1A = 16 \text{ cm}$, $\Pi_2A = 9 \text{ cm}$ και $AB = 12 \text{ cm}$. Να αποδείξετε ότι είναι αδύνατον το Β να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος και το Α να παραμένει ακίνητο, μετά τη συμβολή.

