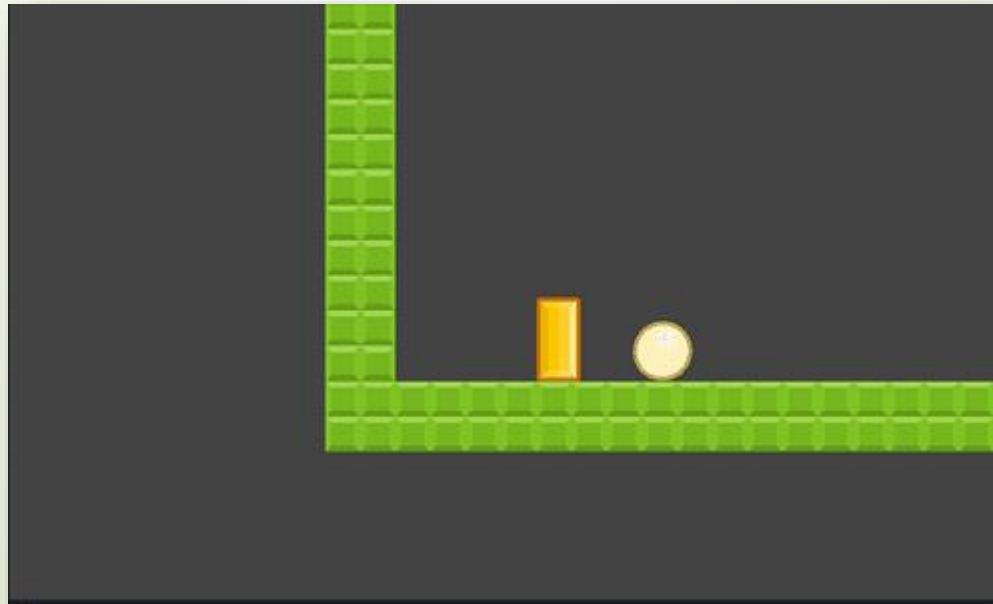


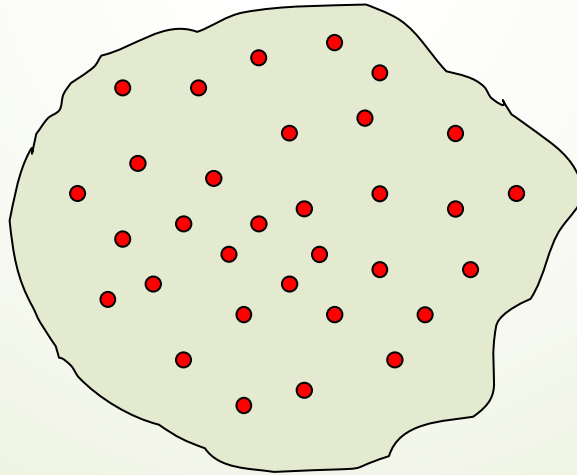
Μηχανική του στερεού σώματος



Το μοντέλο «στερεό σώμα»

Στερεό είναι ένα σώμα με καθορισμένο
σχήμα και μέγεθος.

Το **ΣΤΕΡΕΟ ΣΩΜΑ** θεωρείται σύνολο υλικών
σημείων, σε αναλλοίωτες αποστάσεις μεταξύ τους.



Σε καθένα από τα υλικά σημεία αποδίδεται μία ορισμένη μάζα. Η θεώρηση αυτή «γεφυρώνει» τη Μηχανική του “υλικού σημείου” με τη Μηχανική του “στερεού” σώματος.

Παρατήρηση: Όσα έχουμε γνωρίσει για την κυκλική κίνηση ενός υλικού σημείου, ισχύουν και για την κίνηση μιας στοιχειώδους μάζας στερεού σώματος, που περιστρέφεται γύρω από άξονα.

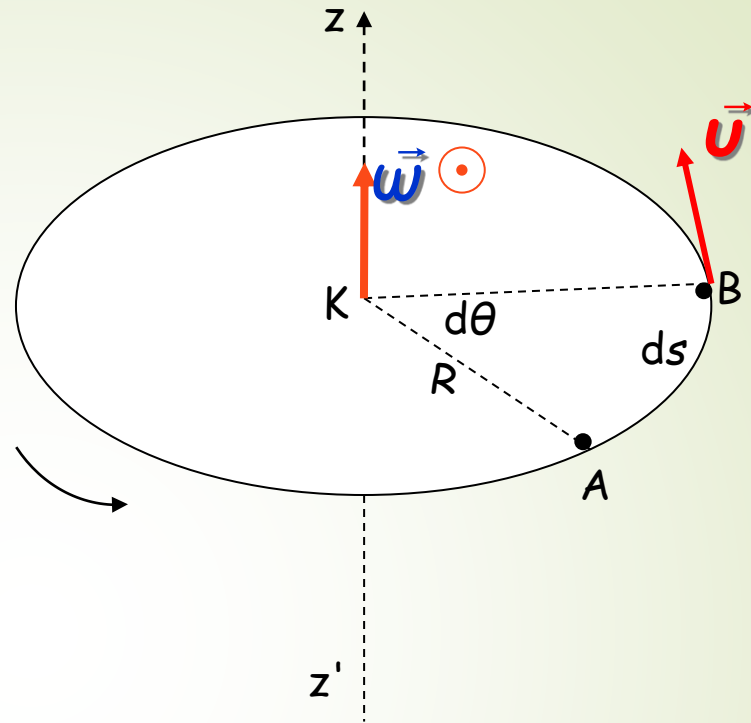
Μηχανικό στερεό λέγεται το στερεό που θεωρούμε ότι δεν παραμορφώνεται, όταν ασκούνται σ' αυτό δυνάμεις.

**Εισαγωγικές γνώσεις
από την κυκλική κίνηση
του «κυλικού σημείου»**

Ονομάζουμε **γραμμική ταχύτητα** $\vec{u}$ του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t , ένα διάνυσμα που έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο του τόξου ds που διανύει το υλικό σημείο σε χρόνο dt προς τον αντίστοιχο χρόνο.

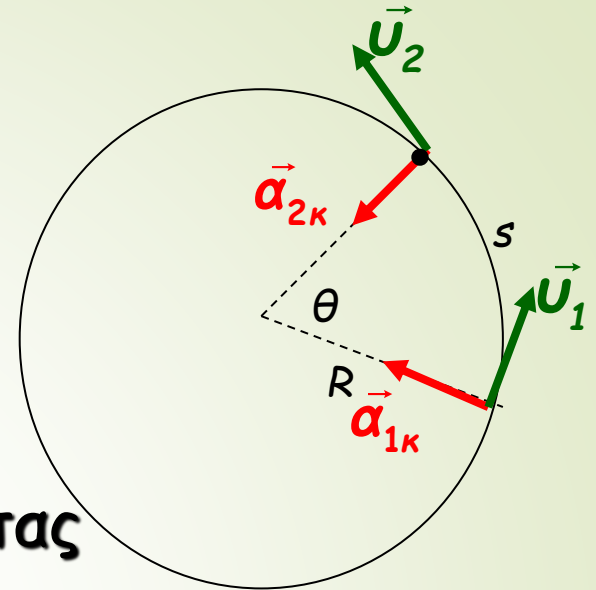
$$u = \frac{ds}{dt}$$

Ονομάζουμε **γωνιακή ταχύτητα** $\vec{\omega}$ του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t , ένα διάνυσμα που έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του και μέτρο ίσο με το πηλίκο της γωνίας $d\theta$ που διαγράφει η «επιβατική» ακτίνα R σε χρόνο dt προς τον αντίστοιχο χρόνο.



$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Επίκεντρη γωνία: $\theta = \frac{s}{R}$



Σχέση γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας

$$v = \omega \cdot R$$

Κεντρομόλος επιτάχυνση: $a_{\kappa} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$

Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι υπεύθυνη για τη **μεταβολή της διεύθυνσης** της γραμμικής ταχύτητας.

Ομαλή κυκλική κίνηση

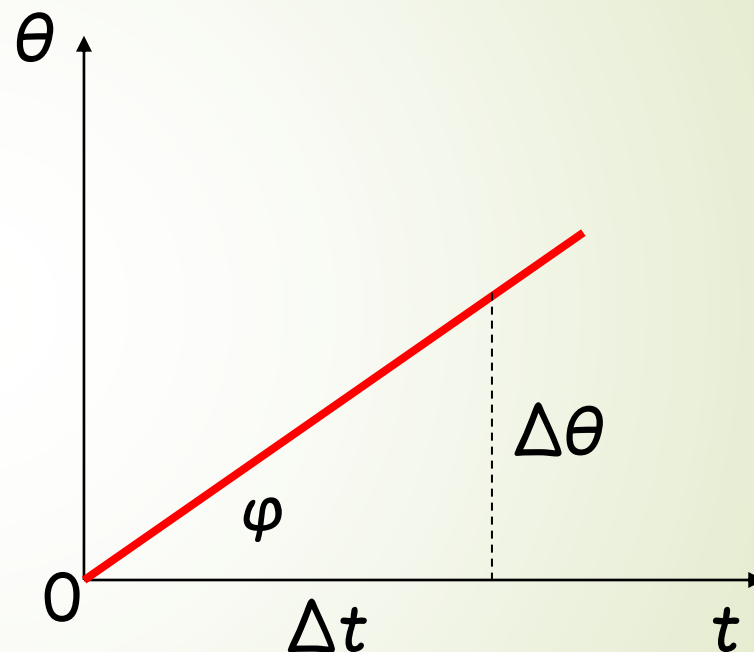
$v = \text{σταθ.}$, $\vec{\omega} = \text{σταθ.}$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

για $\theta_0 = 0$ και $t_0 = 0$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \omega$$



Μεταβαλλόμενη κυκλική κίνηση

8

Ονομάζουμε **επιτρόχια** $\vec{a}_\varepsilon$ (ή **γραμμική**) **επιτάχυνση** του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t ένα διάνυσμα που το μέτρο του είναι ίσο με το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της γραμμικής ταχύτητας.

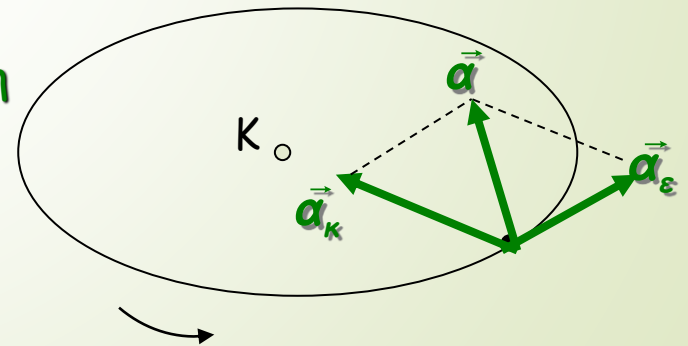
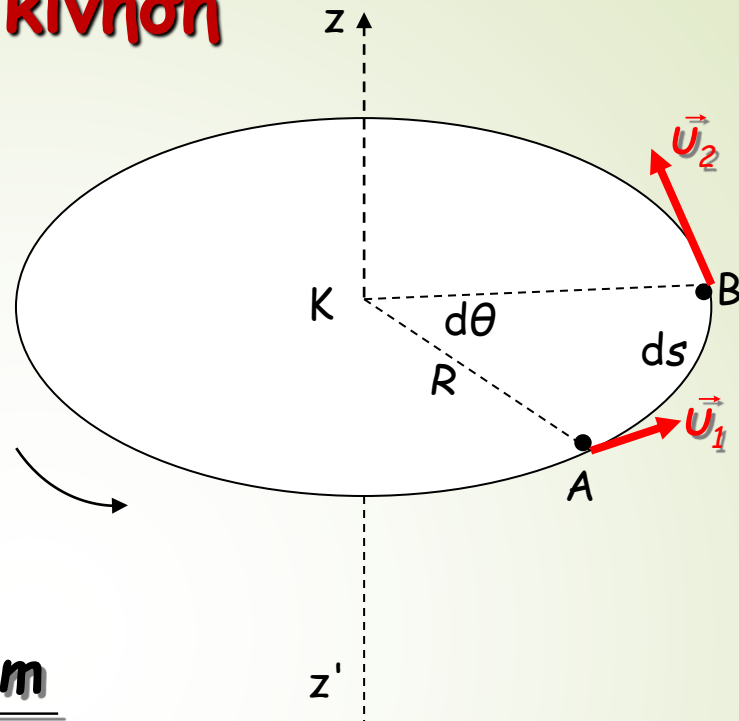
$$a_\varepsilon = \frac{du}{dt}$$

$$a_\varepsilon \rightarrow \frac{m}{s^2}$$

Η **επιτρόχια επιτάχυνση** είναι υπεύθυνη για τη **μεταβολή του μέτρου** της γραμμικής ταχύτητας.

$$\vec{a} = \vec{a}_\varepsilon + \vec{a}_K$$

$$a = \sqrt{a_\varepsilon^2 + a_K^2}$$



Ονομάζουμε **γωνιακή επιτάχυνση** $\vec{a}_y$ του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t ένα διάνυσμα που το μέτρο του είναι ίσο με το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας.

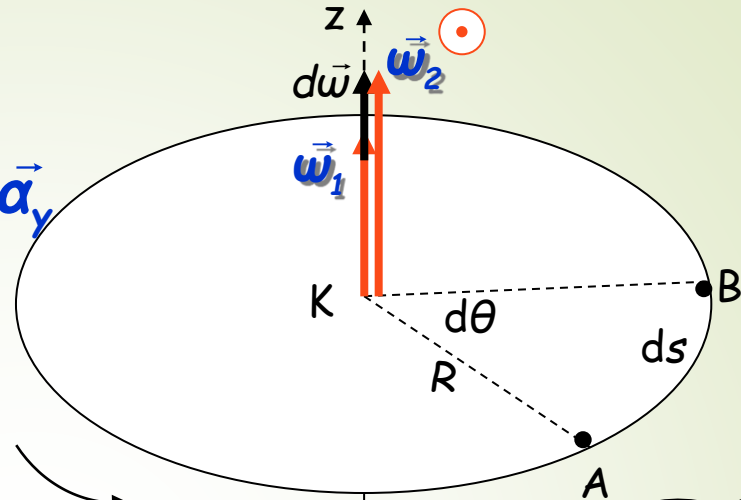
$$\alpha_y = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\alpha_y \rightarrow 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

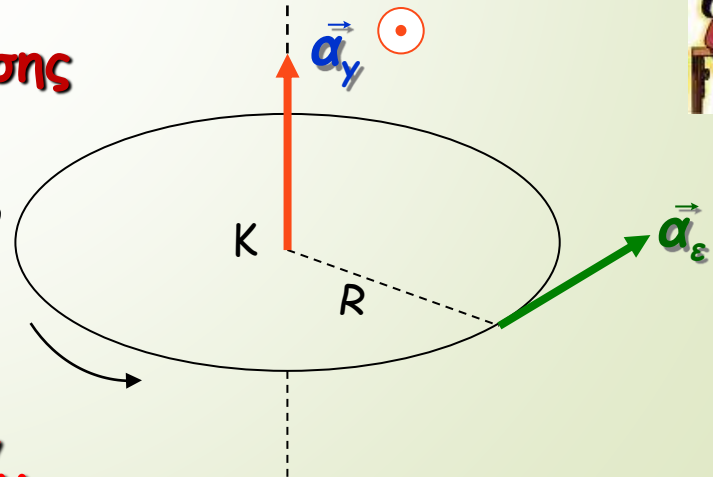
Σχέση επιτρόχιας και γωνιακής επιτάχυνσης

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow dv = R \cdot d\omega$$

$$\frac{dv}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \alpha_\epsilon = R \cdot \alpha_y$$



Τι γίνεται όμως με τη γωνιακή ταχύτητα;



Ομαλά μεταβαλλόμενη κυκλική κίνηση

$$\alpha_\varepsilon = \text{σταθ.}$$

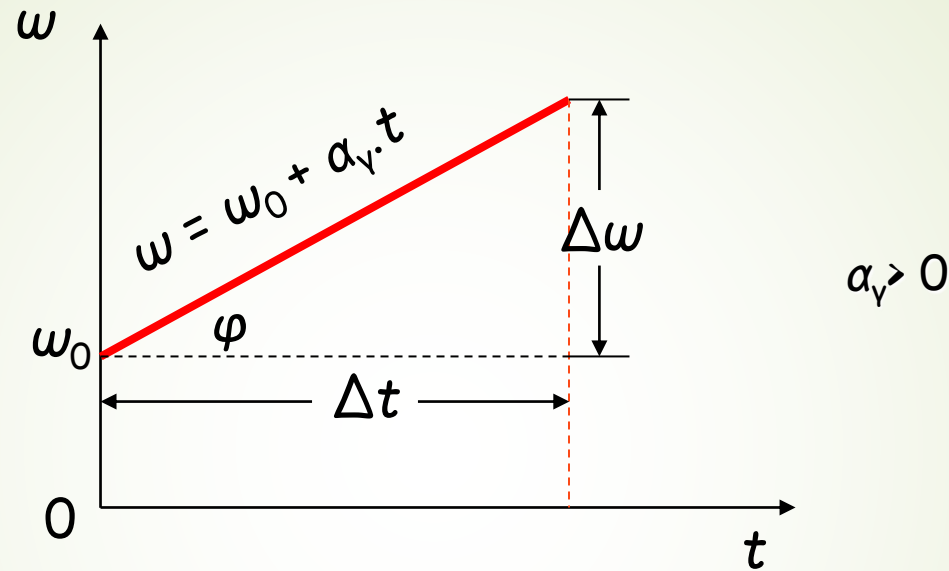
$$\vec{\alpha}_\gamma = \text{σταθ.}$$

$$\alpha_\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

$$\text{για } t_0 = 0$$

$$\alpha_\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t} \longrightarrow \omega = \omega_0 + \alpha_\gamma \cdot t$$

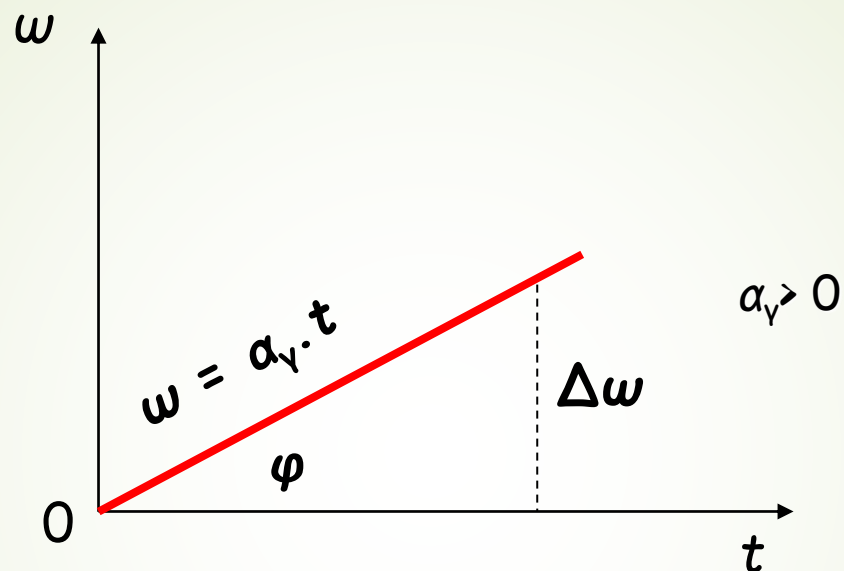
Γραφική παράσταση $\omega \rightarrow t$



$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_y t^2$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \alpha_y$$

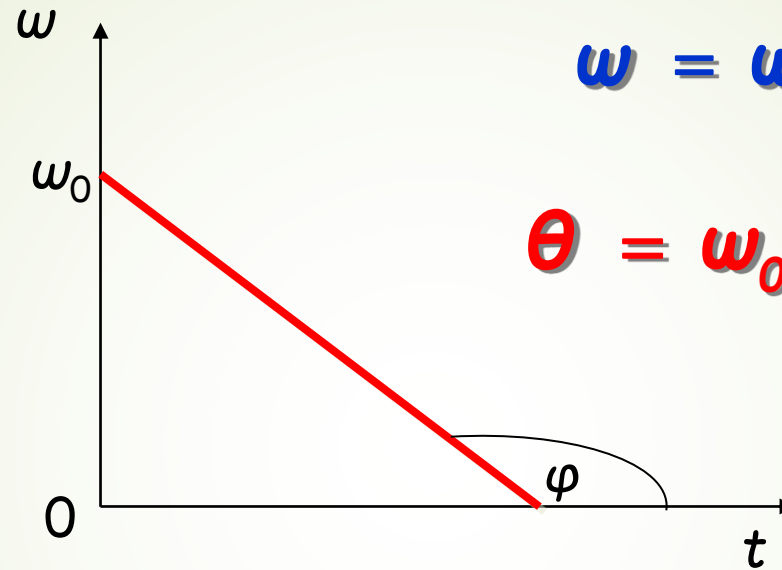
Για $\omega_0 = 0$ και $t_0 = 0$



$$\theta = \frac{1}{2} \alpha_y t^2$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \alpha_y$$

Αν το υλικό σημείο επιβραδύνεται ομαλά, τότε $a_y < 0$



$$\omega = \omega_0 - |a_y|.t$$

$$\theta = \omega_0.t - \frac{1}{2}|a_y|.t^2$$

Μέχρι να σταματήσει χρειάζεται χρόνο

$$t_{\text{stop}} = \frac{\omega_0}{|a_y|}$$

και θα έχει διαγράψει γωνία

$$\theta_{\text{stop}} = \frac{\omega_0^2}{2|a_y|}$$

Αντιστοιχία γραμμικών και γωνιακών μεγεθών στην κυκλική κίνηση

Μήκος τόξου s	Γωνία στροφής θ
Γραμμική ταχύτητα v	Γωνιακή ταχύτητα ω
Γραμμική επιτάχυνση $a = \frac{dv}{dt}$	Γωνιακή επιτάχυνση $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$

Ομαλή κυκλική κίνηση

$s = v \cdot t$	$\theta = \omega \cdot t$
-----------------	---------------------------

Ομαλά επιταχυνόμενη κυκλική κίνηση

$v = v_0 + a_\epsilon \cdot t$	$\omega = \omega_0 + a_{\gamma\omega\nu} \cdot t$
$s = v_0 t + \frac{1}{2} a_\epsilon t^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} a_{\gamma\omega\nu} t^2$

Ομαλά επιβραδυνόμενη κυκλική κίνηση

$$v = v_0 - |a_\varepsilon| t$$

$$\omega = \omega_0 - |a_{\gamma\omega\nu}| \cdot t$$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} |a_\varepsilon| t^2$$

$$\theta = \omega_0 \cdot t - \frac{1}{2} |a_{\gamma\omega\nu}| \cdot t^2$$

$$t_{\text{stop}} = \frac{v_0}{|a_\varepsilon|}$$

$$t_{\text{stop}} = \frac{\omega_0}{|a_{\gamma\omega\nu}|}$$

$$s_{\text{stop}} = \frac{v_0^2}{2 |a_\varepsilon|}$$

$$\theta_{\text{stop}} = \frac{\omega_0^2}{2 |a_{\gamma\omega\nu}|}$$