



1

Επανάληψη στον ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟ

ΘΕΜΑ Α

2

Στις προτάσεις Α1α έως Α4Β να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

Α1α. Στο σχήμα φαίνονται τέσσερις μαγνητικές βελόνες μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο.

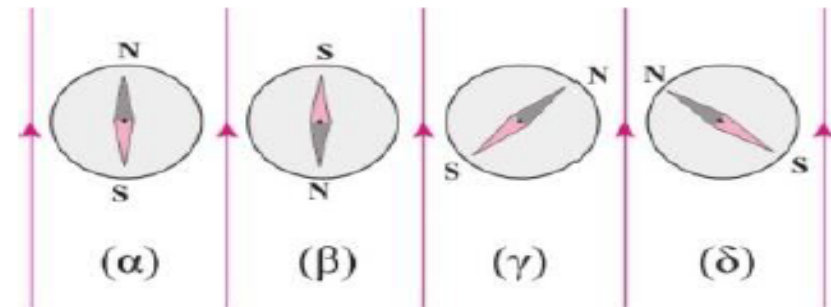
Η βελόνα που δείχνει τη σωστή κατεύθυνση είναι η

☒ α. (α).

☐ β. (β).

☐ γ. (γ).

☐ δ. (δ).



(Μονάδες 3)

Α1β. Ένας ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους διαρρέεται από ρεύμα έντασης I . Σε απόσταση r από αυτόν το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι B . Αν τριπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος, τότε σε απόσταση $6r$ από τον αγωγό, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου θα είναι

☒ α. $B/2$.

☐ β. B .

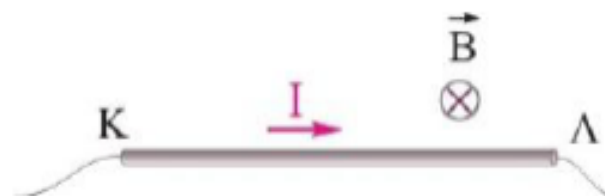
☐ γ. $2B$.

☐ δ. $4B$.

(Μονάδες 2)

A2α. Ο οριζόντιος ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ, ισορροπεί λόγω της δύναμης που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο και του βάρους του. Αν αντιστρέψουμε ακαριαία τη φορά της έντασης του ρεύματος, καθώς και τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου, τότε ο αγωγός ΚΛ θα

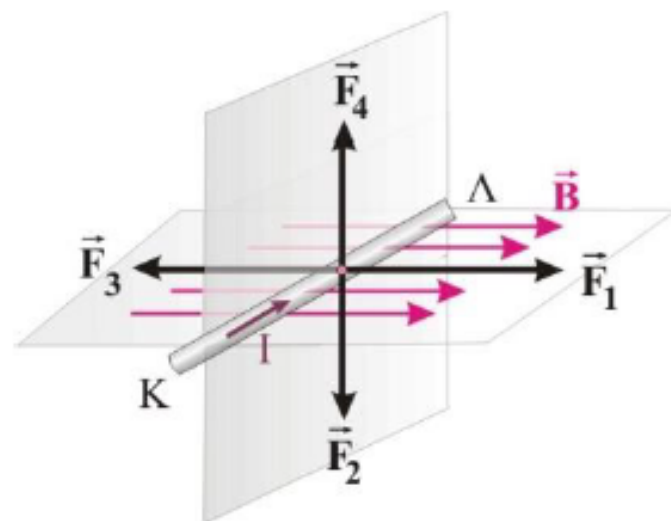
- α. κινηθεί προς τα πάνω.
- β. κινηθεί προς τα κάτω.
- ☒ γ. συνεχίσει να ισορροπεί.
- δ. εκτελέσει ταλάντωση.



(Μονάδες 3)

A2β. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος ρευματοφόρος αγωγός ΚΛ, δέχεται δύναμη Laplace που έχει κατεύθυνση όπως η δύναμη

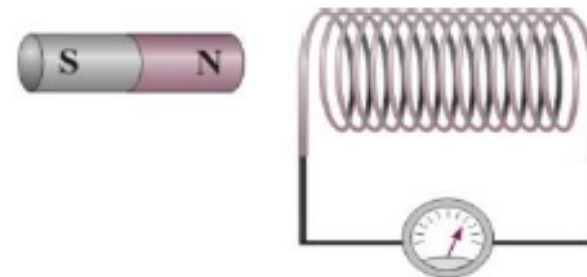
- α. $\vec{F}_1$.
- ☒ β. $\vec{F}_2$.
- γ. $\vec{F}_3$.
- δ. $\vec{F}_4$.



(Μονάδες 2)

A3α. Στο διπλανό σχήμα, μεγαλύτερη ηλεκτρεγερτική

δύναμη από επαγωγή αναπτύσσεται στο πηνίο όταν ο μαγνήτης



α. Βρίσκεται ακίνητος ολόκληρος μέσα στο πηνίο.

β. πλησιάζει αργά το πηνίο.

γ. είναι ακίνητος μπροστά από το πηνίο.

☒ δ. απομακρύνεται γρήγορα από το πηνίο.

(Μονάδες 3)

A3β. Όταν το πλαίσιο στρέφεται γύρω από την πλευρά του ΚΛ κατά 90° μέσα σε χρονικό διάστημα Δt , διέρχεται φορτίο Q από μια διατομή του.

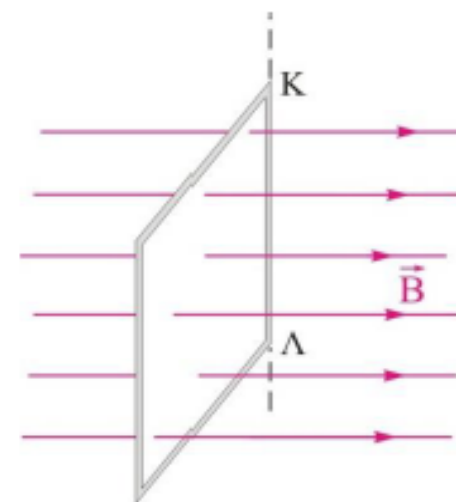
Αν η περιστροφή του πλαισίου γίνει σε χρονικό διάστημα $2\Delta t$, το φορτίο που θα περάσει από μια διατομή του πλαισίου είναι

α. $2Q$.

β. $4Q$.

γ. $Q/2$.

☒ δ. Q .



(Μονάδες 2)

A4α. Εναλλασσόμενη τάση ονομάζουμε την τάση της οποίας μεταβάλλεται περιοδικά

α. η στιγμιαία τιμή της.

β. η φάση της.

☒ γ. η πολικότητά της.

δ. το πλάτος της.

(Μονάδες 3)

A4β. Στα άκρα ενός αγωγίμου πλαισίου, το οποίο περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, δημιουργείται εναλλασσόμενη τάση της μορφής $v = 220\sqrt{2} \eta \mu(100\pi t) (SI)$.

Η ενεργός τάση και η συχνότητα περιστροφής του πλαισίου είναι αντίστοιχα

α. $220V$, $50\pi Hz$.

β. $220\sqrt{2} V$, $100\pi Hz$.

γ. $220\sqrt{2} V$, $50 Hz$.

☒ δ. $220V$, $50 Hz$.

(Μονάδες 2)

A5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

α. Η σχέση $B = 2\pi k_\mu \frac{I}{r}$ υπολογίζει το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο που βρίσκεται στο εσωτερικό ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού. **Λ**

β. Η δύναμη Laplace που ασκείται σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό όταν αυτός βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο εξαρτάται από το βάρος του αγωγού. **Λ**

γ. Οι σπείρες ενός εύκαμπτου ρευματοφόρου σωληνοειδούς έλκονται πάντα μεταξύ τους. **Σ**

δ. Η ΗΕΔ από επαγωγή σε ένα πλαίσιο εμφανίζεται για όσο χρονικό διάστημα μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από αυτό. **Σ**

ε. Για την Ελλάδα η ενεργός τάση και η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης είναι 220V, 50Hz. **Σ**
(Μονάδες 5)

Β1. Ένας κυκλικός αγωγός (Α) συνδέεται με ιδανική πηγή σταθερής τάσης, οπότε δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, του οποίου η ένταση στο κέντρο του έχει μέτρο B . Χρησιμοποιούμε το σύρμα του κυκλικού αγωγού και σχηματίζουμε ένα κυκλικό πλαίσιο (Γ) με δύο σπείρες, το οποίο συνδέουμε με την ίδια πηγή. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου (Γ) είναι

α. B .

β. $2B$.

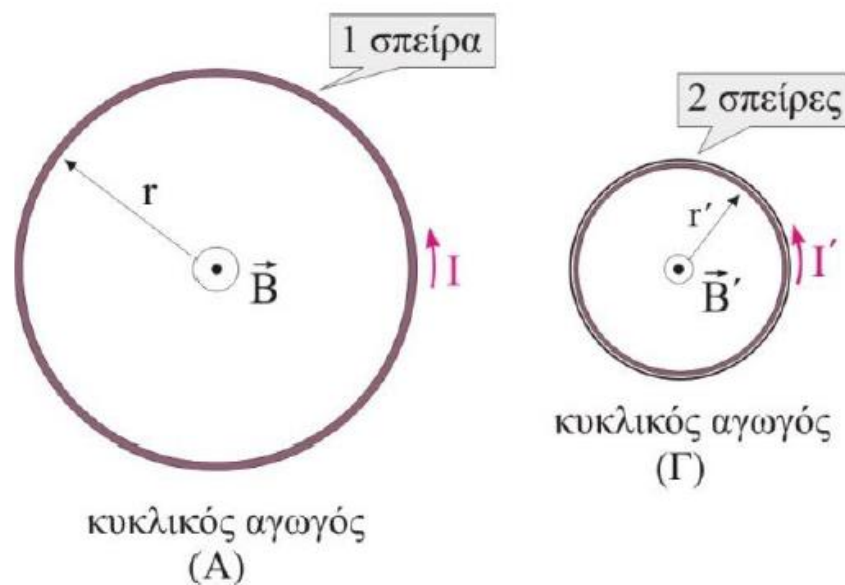
γ. $4B$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)



Χρησιμοποιούμε το ίδιο σύρμα, επομένως η αντίστασή του είναι ίδια και εφόσον το συνδέουμε με την ίδια πηγή, διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα.

Αν το σύρμα έχει μήκος ℓ , για τη σχέση ανάμεσα στις δύο ακτίνες των κυκλικών αγωγών έχουμε:

Αγωγός (Α), 1 σπείρα, $\ell = 2\pi r$,

Αγωγός (Γ): 2 σπείρες, $\ell = 2 \cdot 2\pi r'$,

Εξισώνοντας τις δύο σχέσεις παίρνουμε

$$2\pi r = 4\pi r' \Rightarrow r' = r/2$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού (Α) είναι

$$B = \frac{2k_{\mu}\pi I}{r}, \quad (1)$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου (Γ) είναι

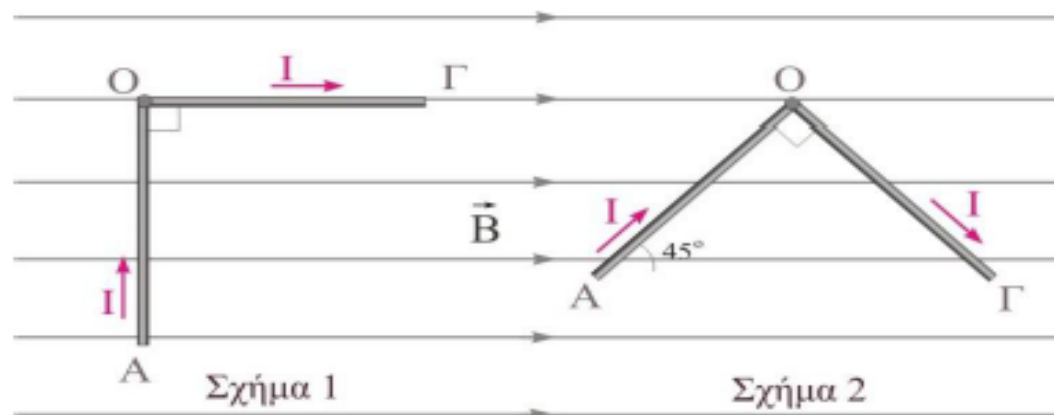
$$B' = 2 \frac{2k_{\mu}\pi I}{r'}, \quad (2) \quad (\text{είναι κυκλικός αγωγός με 2 σπείρες})$$

Διαιρώντας τις (1),(2) κατά μέλη παίρνουμε

$$\frac{B}{B'} = \frac{\frac{2k_{\mu}\pi I}{r}}{2 \frac{2k_{\mu}\pi I}{r/2}} \Rightarrow \frac{B}{B'} = \frac{1}{4} \Rightarrow B' = 4B.$$

Σωστή η **γ**

B2. Ο άκαμπτος αγωγός ΑΟΓ, σχήματος ισοσκελούς κεφαλαίου γράμματος Γ ($AO = OG = \ell$, $AO \perp OG$), διαρρέεται από ρεύμα έντασης I και είναι τοποθετημένος με το επίπεδό του κατακόρυφο και παράλληλο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς οριζόντιου μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}$.



Όταν η πλευρά ΑΟ είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές (Σχήμα 1), τότε ο αγωγός δέχεται δύναμη μέτρου F από το πεδίο. Στρέφουμε τον αγωγό κατά 45° και γύρω από το σημείο Ο, έτσι ώστε το επίπεδό του να παραμείνει παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές (Σχήμα 2).

Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται τώρα ο αγωγός ΑΟΓ έχει μέτρο

α. $\Sigma F = F$.

β. $\Sigma F = 2F$.

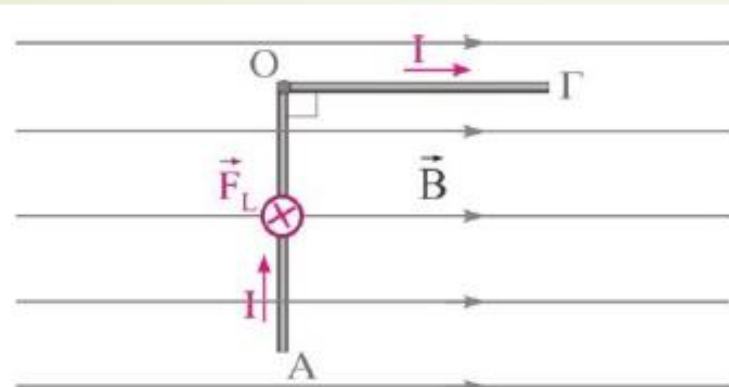
γ. $\Sigma F = 0$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

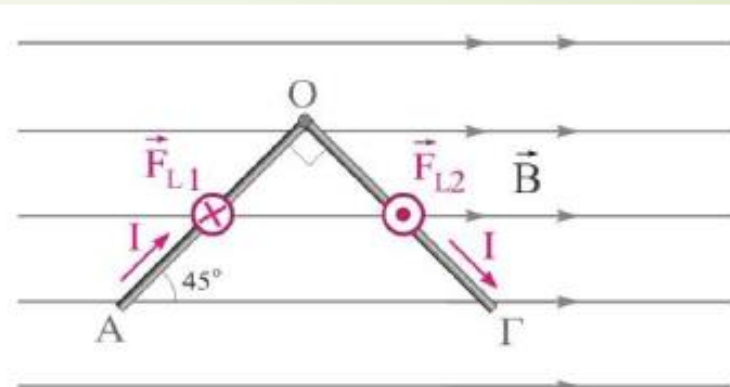
(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Στο Σχήμα 2:

Η πλευρά AO σχηματίζει γωνία 45° με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, οπότε δέχεται δύναμη

Laplace μέτρου $F_{L1} = BI\ell \eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} BIl$ και φοράς από τον αναγνώστη προς την σελίδα.

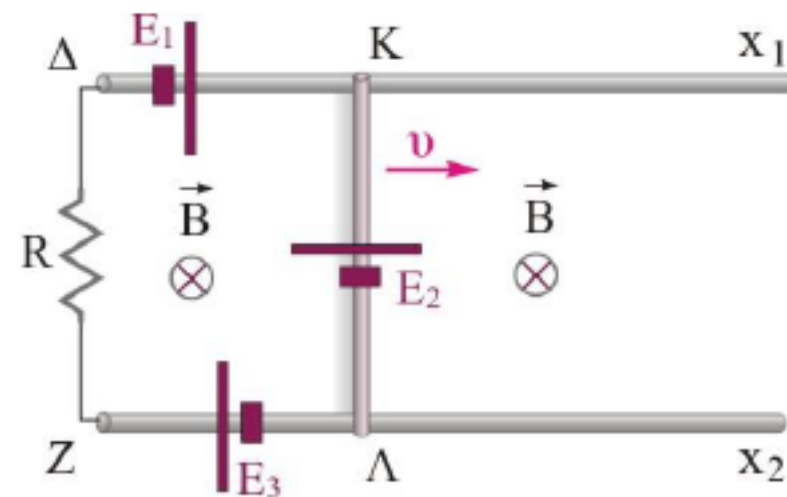
Η πλευρά OG, επίσης σχηματίζει γωνία 45° με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, οπότε δέχεται

δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο μέτρου $F_{L2} = BI\ell \eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} BIl$

και φοράς από την σελίδα προς τον αναγνώστη (αντίθετη της δύναμης F_{L1}).

Επειδή οι δυνάμεις $\vec{F}_{L1}$, $\vec{F}_{L2}$ είναι αντίθετες, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στον αγωγό AOG είναι ίση με μηδέν.

B3. Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΚΛ κινείται με σταθερή ταχύτητα u , πάνω στους οριζόντιους - αμελητέας αντίστασης - μεταλλικούς οδηγούς x_1 και x_2 , τα άκρα των οποίων Δ, Ζ συνδέονται με αντιστάτη, αντίστασης R . Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, με φορά όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Κατά τη διάρκεια της κίνησης της ράβδου, στο κλειστό κύκλωμα ΔΚΛΖΔ δημιουργείται ΗΕΔ από επαγωγή με πολικότητα όπως αυτή της πηγής



α. E_1 .

β. E_2 .

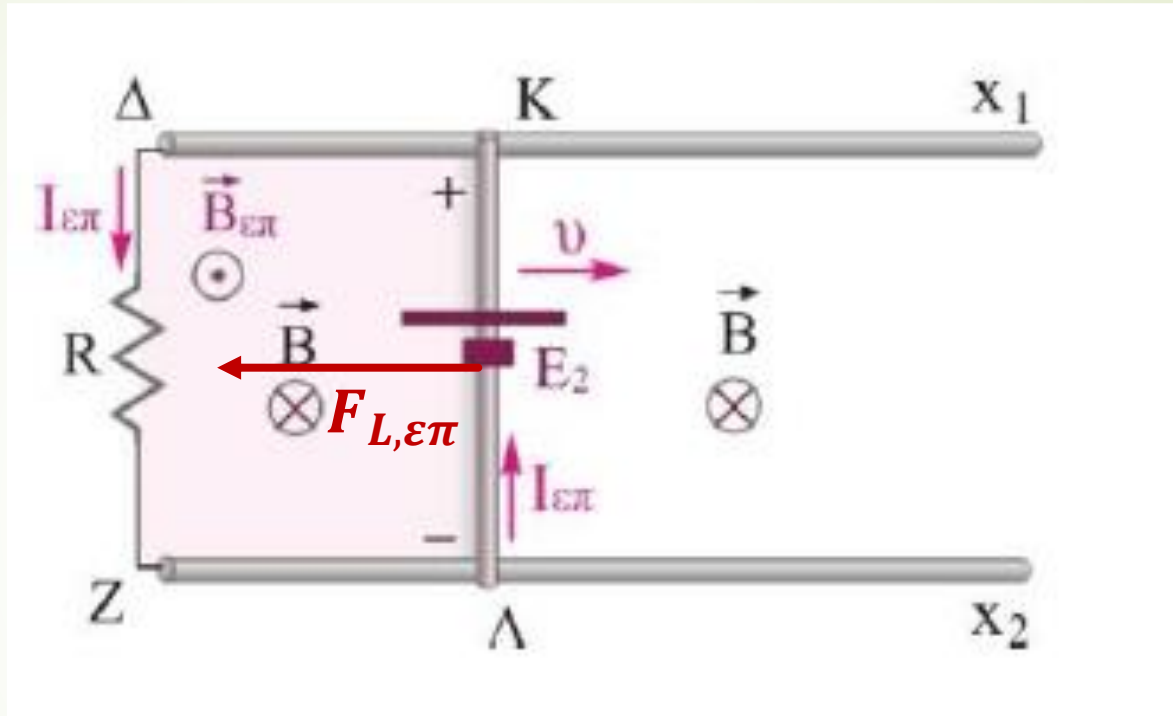
γ. E_3 .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)



Σωστή η β

B4. Ένα αγώγιμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης έχει N σπείρες και στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B με γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης R .

Για να τετραπλασιάσουμε τη μέση ισχύ στον αντιστάτη, αλλάζοντας τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου και διατηρώντας όλα τα άλλα μεγέθη σταθερά, πρέπει να μεταβάλλουμε τη γωνιακή ταχύτητα του πλαισίου κατά

α. 100%.

β. 200% .

γ. -50%.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

Ισχύει $P = V_{sv} I_{sv} \Rightarrow P = \frac{V_{sv}^2}{R} \Rightarrow P = \frac{V^2}{2R}$ με $V = N\omega BA$.

Για τη νέα γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω' , θα έχουμε: $P' = \frac{V'^2}{2R}$ με $V' = N\omega' BA$

Σύμφωνα με την εκφώνηση:

$P' = 4P$ οπότε έχουμε:

$$\frac{V'^2}{2R} = 4 \frac{V^2}{2R} \Rightarrow V' = 2V \Rightarrow N\omega' BA = 2N\omega BA \Rightarrow \omega' = 2\omega.$$

Το ζητούμενο ποσοστό μεταβολής είναι:

$$\pi\% = \frac{\omega' - \omega}{\omega} 100\% = \frac{2\omega - \omega}{\omega} 100\% \Rightarrow \pi\% = 100\%$$

ΘΕΜΑ Γ

15

Ένα σωληνοειδές με $N_1 = 1000$ σπείρες και μήκος $\ell_1 = 1$ m έχει αντίσταση $R_1 = 8\Omega$. Συνδέουμε το σωληνοειδές σε σειρά με λαμπτήρα που έχει στοιχεία κανονικής λειτουργίας «12V, 48W» και στα άκρα της συνδεσμολογίας αυτής συνδέουμε μια ηλεκτρική πηγή που έχει ΗΕΔ, $\mathcal{E} = 48$ V και εσωτερική αντίσταση r . Ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.

Να υπολογίσετε:

Γ1. την αντίσταση του λαμπτήρα.

(Μονάδες 5)

Γ2. το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό του σωληνοειδούς.

(Μονάδες 7)

Κόβουμε στη μέση το σωληνοειδές και τοποθετούμε στη θέση του αρχικού το ένα από τα δύο κομμάτια που προέκυψαν.

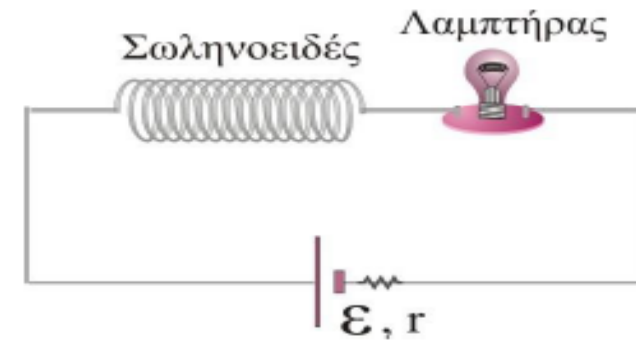
Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στα άκρα του νέου σωληνοειδούς.

(Μονάδες 8)

Γ4. Να εξετάσετε τι θα συμβεί με την λειτουργία του λαμπτήρα.

(Μονάδες 5)

$$\text{Δίνεται } K_\mu = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}.$$



Γ1. Στο συνεχές ρεύμα η εφαρμοζόμενη σε έναν αντιστάτη R , τάση V και η ισχύς που αυτός απορροφά συνδέονται με τη σχέση $P = \frac{V^2}{R}$.

Τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας του λαμπτήρα είναι $V_{\Lambda}=12V$ και $P_{\Lambda}=48W$. Από αυτά, μπορούμε να υπολογίσουμε την αντίσταση R_{Λ} του λαμπτήρα.

$$R_{\Lambda} = \frac{V_{\Lambda}^2}{P_{\Lambda}} = \frac{(12V)^2}{48W} \Rightarrow R_{\Lambda} = 3\Omega$$

Γ2. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση

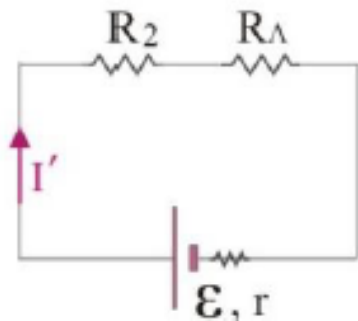
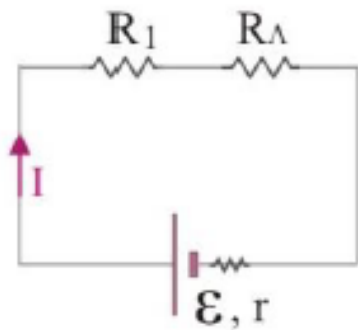
$$B_{\Sigma} = \frac{4\pi k_{\mu} N_1 I}{\ell_1}, \quad (1)$$

Το ρεύμα έντασης I είναι το ρεύμα κανονικής λειτουργίας του λαμπτήρα που δίνεται από το σχέ-ση

$$I = \frac{P_{\Lambda}}{V_{\Lambda}} = \frac{48W}{12V} \Rightarrow I = 4A$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

$$B_{\Sigma} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} 10^3 \cdot 4A}{1m} \Rightarrow B_{\Sigma} = 16\pi \cdot 10^{-4} T$$



Γ3. Κόβοντας το σωληνοειδές στη μέση προκύπτει ένα νέο σωληνοειδές με τις μισές σπείρες ($N_2 = \frac{N_1}{2}$), το μισό μήκος ($\ell_2 = \frac{\ell_1}{2}$) και τη μισή αντίσταση $R_2 = \frac{R_1}{2}$.

Το νέο ρεύμα έντασης I' που διαρρέει το κύκλωμα είναι

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_2 + R_A + r}, \quad (2)$$

όπου r η εσωτερική αντίσταση της πηγής. Αυτή θα υπολογιστεί από τις αρχικές συνθήκες του κυκλώματος.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_A + r} \Rightarrow r = \frac{\varepsilon - IR_1 - IR_A}{I} = \frac{48\text{V} - 4\text{A} \cdot 8\Omega - 4\text{A} \cdot 3\Omega}{4\text{A}} \Rightarrow r = 1\Omega$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) παίρνουμε

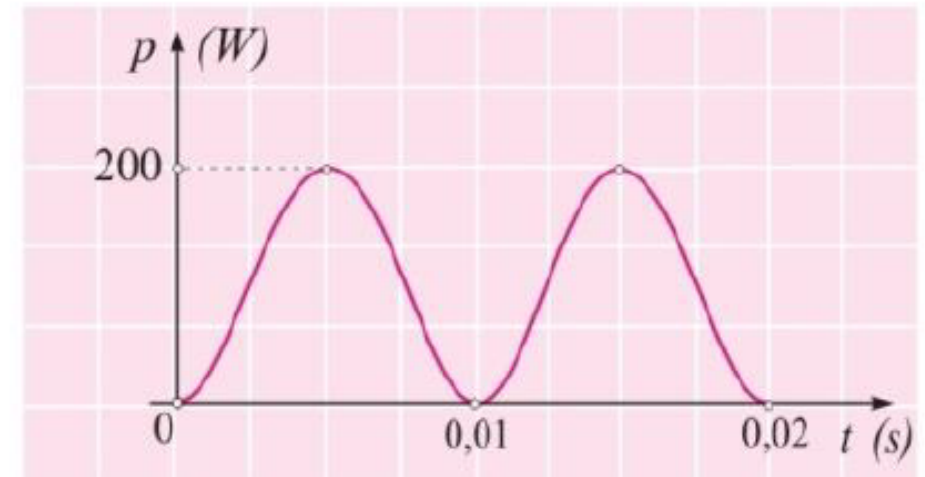
$$I' = \frac{\varepsilon}{R_2 + R_A + r} = \frac{48\text{V}}{4\Omega + 3\Omega + 1\Omega} \Rightarrow I' = 6\text{A}$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στα άκρα του σωληνοειδούς είναι το μισό από αυτό που είναι στο εσωτερικό του και δίνεται από τη σχέση:

$$B'_\Sigma = \frac{2\pi k_\mu \frac{N_1}{2} I'}{\frac{\ell_1}{2}} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \frac{10^3}{2} \cdot 6\text{A}}{\frac{1}{2}\text{m}} \Rightarrow B'_\Sigma = 12\pi \cdot 10^{-4}\text{T}$$

Γ4. Ο λαμπτήρας τώρα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I' > I$. Αυτό σημαίνει ότι εφαρμόζεται υψηλότερη τάση από την κανονική (υπερλειτουργεί) με κίνδυνο αυτός να καεί.

Ένας αντιστάτης αντίστασης $R = 200\Omega$ τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση $v = V\eta\mu\omega t$. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της στιγμιαίας ισχύος στον αντιστάτη σε συνάρτηση με το χρόνο.



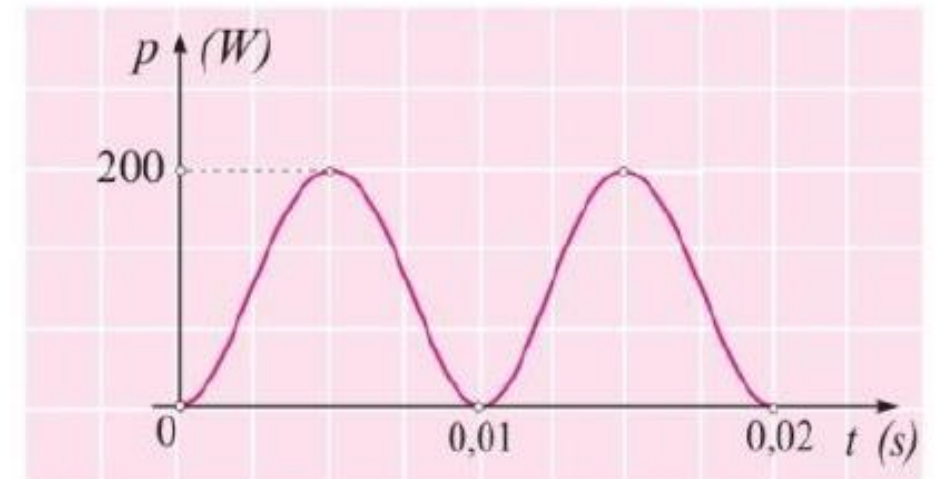
α) Να βρείτε την περίοδο, τη συχνότητα και το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.

β) Υπολογίστε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη σε χρόνο ίσο με αυτόν που χρειάζεται η τάση για να ολοκληρώσει 500 πλήρεις εναλλαγές.

γ) Ποια χρονική στιγμή η στιγμιαία ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος ισούται με τη μέση ισχύ για πρώτη φορά;

δ) Αντικαθιστούμε τον αντιστάτη με δύο άλλους αντίστασης 100Ω ο καθένας, τους οποίους συνδέουμε παράλληλα μεταξύ τους και στη συνέχεια στα άκρα του συστήματός τους εφαρμόζουμε την ίδια εναλλασσόμενη τάση. Να βρείτε πόσο τοις εκατό (%) μεταβάλλεται η μέση ισχύς στο κύκλωμα.

α) Να βρείτε την περίοδο, τη συχνότητα και το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.



$$\alpha) p=vi \Rightarrow p=i^2 R$$

Συνεπώς η στιγμιαία ισχύς μηδενίζεται κάθε φορά που μηδενίζεται και η ένταση του ρεύματος, οπότε:

$$\frac{T}{2} = 0,01s \Rightarrow T=0,02s, \quad f=50\text{Hz}, \quad \omega=100\pi\text{rad/s}.$$

$$\text{Ακόμη } p=i^2 R = I^2 R \eta \mu^2 \omega t, \quad 0 \leq \eta \mu^2 \omega t \leq 1 \quad \text{άρα } p_{\max} = I^2 R \Rightarrow 200\text{W} = I^2 200\Omega \Rightarrow I = 1\text{A} \quad \text{και} \\ V = IR \Rightarrow V = 200\text{V}$$

β) Υπολογίστε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη σε χρόνο ίσο με αυτόν που χρειάζεται η τάση για να ολοκληρώσει 500 πλήρεις εναλλαγές.

21

$$\beta) \quad f = \frac{N}{t} \Rightarrow t = \frac{500}{50} \text{ s} \Rightarrow t = 10 \text{ s} .$$

$$\text{Άρα, } Q = I_{\text{εφ}}^2 R t = \left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 R t = \frac{(1 \text{ A})^2}{2} \cdot (200 \Omega) \cdot (10 \text{ s}) \Rightarrow Q = 10^3 \text{ J}$$

γ) Ποια χρονική στιγμή η στιγμιαία ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος ισούται με τη μέση ισχύ για πρώτη φορά;

$$\gamma) p=P \Rightarrow I^2 R \eta \mu^2 \omega t = I_{\varepsilon \nu}^2 R \Rightarrow (I_{\varepsilon \nu} \sqrt{2})^2 \eta \mu^2 \omega t = I_{\varepsilon \nu}^2 \Rightarrow \eta \mu^2 \omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta \mu \omega t = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Για } \eta \mu \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{έχουμε } \omega t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{ή } \omega t = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4} \quad \text{με } \kappa \in \mathbb{N}$$

$$\text{Για } \eta \mu \omega t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{έχουμε } \omega t = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{ή } \omega t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{4} \quad \kappa \in \mathbb{N}.$$

Για πρώτη φορά η στιγμιαία ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος ισούται με τη μέση ισχύ όταν $\omega t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{400} \text{ s}$

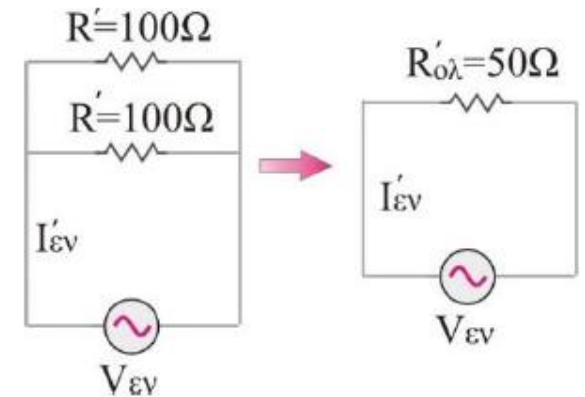
δ) Αντικαθιστούμε τον αντιστάτη με δύο άλλους αντίστασης 100Ω ο καθένας, τους οποίους συνδέουμε παράλληλα μεταξύ τους και στη συνέχεια στα άκρα του συστήματός τους εφαρμόζουμε την ίδια εναλλασσόμενη τάση. Να βρείτε πόσο τοις εκατό (%) μεταβάλλεται η μέση ισχύς στο κύκλωμα.

$$\delta) R'_{\text{ολ}} = \frac{R'R'}{R' + R'} = 50\Omega, I'_{\text{sv}} = \frac{V_{\text{sv}}}{R'_{\text{ολ}}}$$

$$\text{με } V_{\text{sv}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_{\text{sv}} = 100\sqrt{2}V, \text{ άρα } I'_{\text{sv}} = 2\sqrt{2}A$$

$$\text{και } P' = I'^2_{\text{sv}} R'_{\text{ολ}} = (2\sqrt{2}A)^2 \cdot (50\Omega) \Rightarrow P' = 400W.$$

$$\text{Αρχικά η ισχύς ήταν } P = I^2_{\text{sv}} R = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}A\right)^2 \cdot (200\Omega) \Rightarrow P = 100W$$



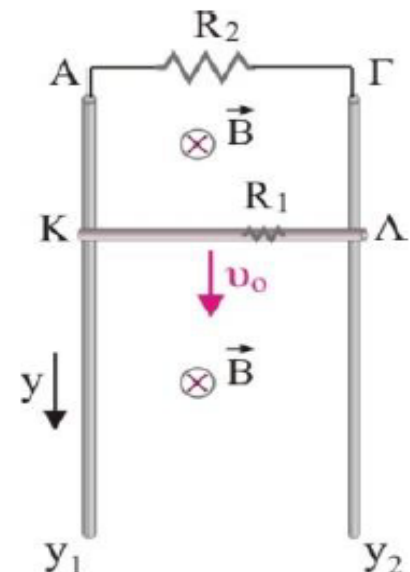
Άρα, η επί τοις εκατό (%) μεταβολή της μέσης ισχύος στο κύκλωμα είναι

$$\pi\% = \frac{P' - P}{P} 100\% = \frac{400 - 100}{100} 100\% \Rightarrow \pi\% = 300\%$$

Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΚΛ μήκους $L=0,5\text{ m}$, μάζας $m=0,5\text{ kg}$, έχει ωμική αντίσταση $R_1=0,1\Omega$ και συγκρατείται ακίνητη πάνω στους κατακόρυφους, αγωγίμους - αμελητέας αντίστασης - οδηγούς Ay_1 και Γy_2 . Στο χώρο υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2\text{ T}$, κάθετο στη ράβδο ΚΛ, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα άκρα Α, Γ συνδέονται με σύρμα αντίστασης $R_2=0,4\Omega$.

Τη χρονική στιγμή $t=0$, εκτοξεύουμε τη ράβδο ΚΛ προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα $u_{\text{αρχ}}=2\text{ m/s}$, η οποία κινείται δεχόμενη από τους δύο οδηγούς συνολική τριβή μέτρου $T=2\text{ N}$. Μετά από μετατόπιση $y=2\text{ m}$, ο αγωγός αποκτά σταθερή ταχύτητα.

Δ1. Να προσδιορίσετε τη φορά και την ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αμέσως μετά την εκτόξευση της ράβδου.



(Μονάδες 5)

Δ2. Να προσδιορίσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει η ράβδος και να βρείτε τη σταθερή (οριακή) ταχύτητα u_{op} , που θα αποκτήσει η ράβδος.

(Μονάδες 5)

Δ3. Να υπολογίσετε τη θερμική ενέργεια που εκλύθηκε στους ωμικούς αντιστάτες μέχρι τη στιγμή που η ράβδος αποκτάει την οριακή ταχύτητα.

(Μονάδες 5)

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ράβδου τη χρονική στιγμή t_1 , που η δύναμη Laplace ισούται με $3,5\text{ N}$.

(Μονάδες 5)

Δ5. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού στην αντίσταση R_2 , τη χρονική στιγμή t_1 .

(Μονάδες 5)

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$.

Δ1. Να προσδιορίσετε τη φορά και την ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αμέσως μετά την εκτόξευση της ράβδου.

Οι δύο μεταλλικοί οδηγοί, η ράβδος και ο αντιστάτης αποτελούν ένα κλειστό πλαίσιο από το οποίο διέρχεται μαγνητική ροή $\Phi = BS$, όπου S το εμβαδόν του σχηματιζόμενου πλαισίου. Καθώς η ράβδος κινείται, μεταβάλλεται η επιφάνεια S με συνέπεια να αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο και να εμφανίζεται επαγωγική τάση. Αν σε χρόνο Δt η ράβδος έχει μετατοπιστεί κατά Δy , τότε η επαγωγική τάση που εμφανίζεται στο πλαίσιο είναι

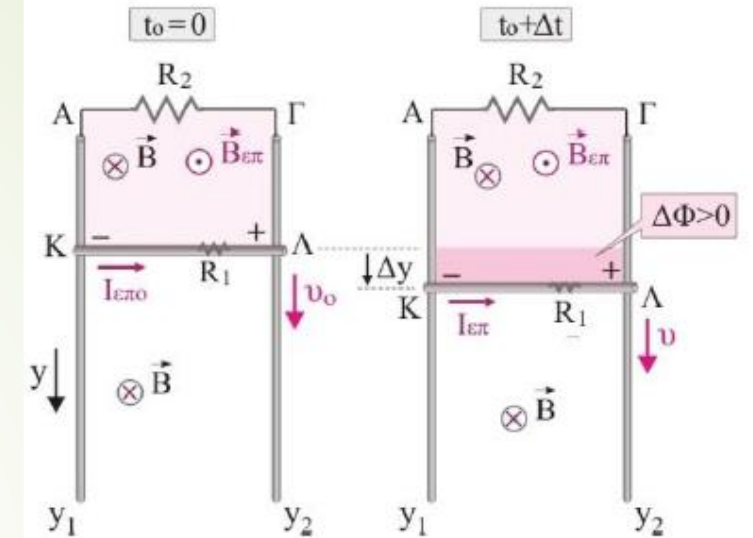
$$E_{\text{επ}} = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{\Phi_{\text{τελ}} - \Phi_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{BS_{\text{τελ}} - BS_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$E_{\text{επ}} = \frac{B(S_{\text{τελ}} - S_{\text{αρχ}})}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{E_{\text{επ}} = \frac{BL\Delta y}{\Delta t}} \quad (1)$$

Όμως, $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ μας κάνει την ταχύτητα της ράβδου, άρα η σχέση (1) γίνεται $E_{\text{επ}} = BvL$.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\text{s}$, η επαγωγική τάση είναι

$$\boxed{E_{\text{επ},0} = Bv_0 L = 2\text{T} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5\text{m} \Rightarrow E_{\text{επ},0} = 2\text{V} .}$$



$$I_{\text{επ},0} = \frac{E_{\text{επ},0}}{R_1 + R_2} = \frac{2\text{V}}{0,1\Omega + 0,4\Omega} \Rightarrow \boxed{I_{\text{επ},0} = 4\text{A}}$$

Δ2. Να προσδιορίσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει η ράβδος και να βρείτε τη σταθερή (οριακή) ταχύτητα u_{op} , που θα αποκτήσει η ράβδος.

Το μέτρο της δύναμης Laplace τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ είναι:

$$F_{L,0} = BI_0L = 2T \cdot 4A \cdot 0,5m \Rightarrow F_{L,0} = 4N$$

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη ράβδο, τη χρονική στιγμή $t_0=0s$, αν πάρουμε θετικά προς τα κάτω, είναι:

$$\Sigma F = w - F_{L,0} - T = mg - F_{L,0} - T \Rightarrow \Sigma F = 0,5kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} - 4N - 2N \Rightarrow$$

$$\Sigma F = -1N$$

Επειδή η συνισταμένη δύναμη είναι αντίθετη της ταχύτητας, η ράβδος θα εκτελέσει επιβραδυνόμενη κίνηση.

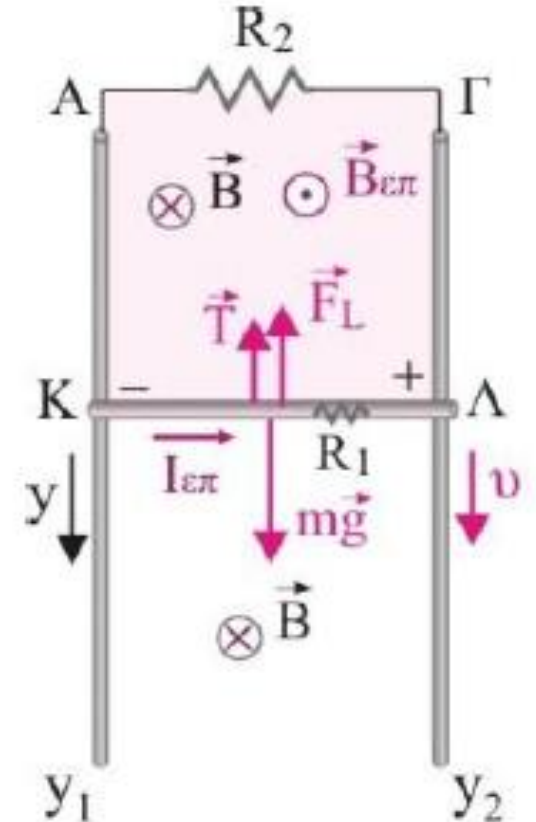
Η μείωση της ταχύτητας θα προκαλέσει μείωση της δύναμης Laplace, καθώς αυτή δίνεται από τη σχέση

$$F_L = BIL = B \frac{E_{\epsilon\pi}}{R_{\sigma\lambda}} L = B \frac{BuL}{R_1 + R_2} L = \frac{B^2 u L^2}{R_1 + R_2}$$

Με αντικατάσταση των μεγεθών B, L, R_1, R_2 παίρνουμε:

$$F_L = \frac{(2T)^2 u (0,5m)^2}{0,1\Omega + 0,4\Omega} \Rightarrow F_L = 2u (SI)$$

(2)

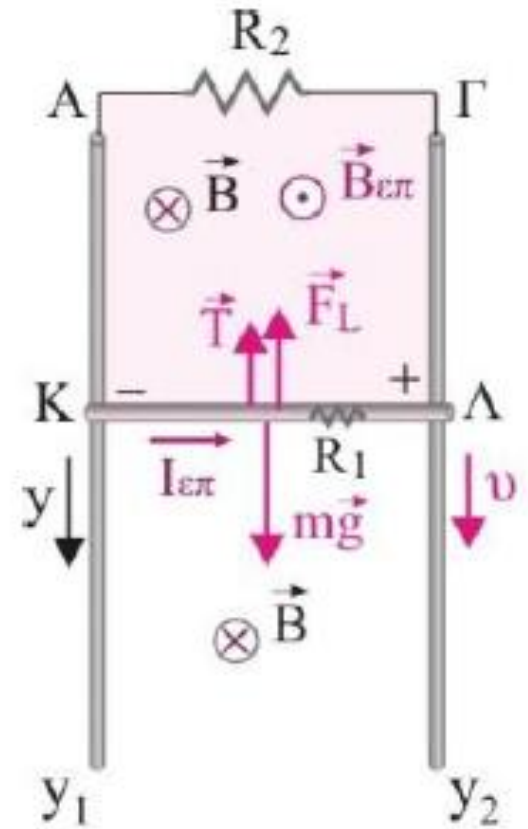


Η συνισταμένη δύναμη τη χρονική στιγμή t θα δίνεται από τη σχέση:

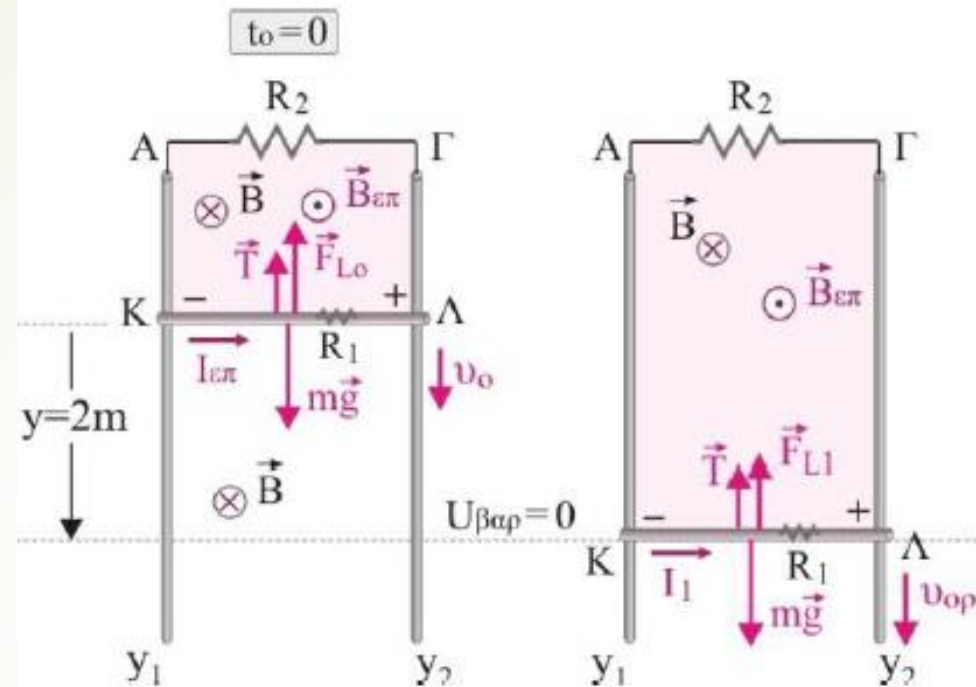
$$\Sigma F = w - F_L - T = 5 - 2v - 2 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma F = 3 - 2v \text{ (SI)} \quad (3)$$

Η v_{op} που αποκτά τελικά η ράβδος προκύπτει από τη σχέση (3), όταν $\Sigma F = 0$.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 3 - 2v_{op} = 0 \Rightarrow v_{op} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Δ3. Να υπολογίσετε τη θερμική ενέργεια που εκλύθηκε στους ωμικούς αντιστάτες μέχρι τη στιγμή που η ράβδος αποκτάει την οριακή ταχύτητα.



$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\tau\epsilon\lambda} + K_{\tau\epsilon\lambda} + Q_{R_{\text{ολ}}} + Q_T \Rightarrow$$

$$U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\tau\epsilon\lambda} + K_{\tau\epsilon\lambda} + Q_{R_{\text{ολ}}} + |W_T| \Rightarrow mgy + \frac{1}{2}mv_{\alpha\rho\chi}^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_{op}^2 + Q_{R_{\text{ολ}}} + |-Ty| \Rightarrow$$

$$Q_{R_{\text{ολ}}} = mgy + \frac{1}{2}mv_{\alpha\rho\chi}^2 - Ty - \frac{1}{2}mv_{op}^2 \Rightarrow$$

$$Q_{R_{\text{ολ}}} = 0,5\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\text{m} + \frac{1}{2}0,5\text{kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2\text{N} \cdot 2\text{m} - \frac{1}{2}0,5\text{kg} \cdot \left(1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$Q_{R_{\text{ολ}}} = 6,4375\text{J}$$

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ράβδου τη χρονική στιγμή t_1 , που η δύναμη Laplace ισούται με 3,5N.

Δ4. Τη χρονική στιγμή t_1 , που η δύναμη Laplace ισούται με 3,5N , από τη σχέση (2) προκύπτει

$$F_L = 2v \text{ (SI)} \Rightarrow 3,5 = 2v \text{ (SI)} \Rightarrow v = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t_1 , είναι:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{\Delta W_w}{\Delta t} = -mg \frac{\Delta y}{\Delta t} = -mgv = -0,5\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -8,75 \frac{\text{J}}{\text{s}}.$$

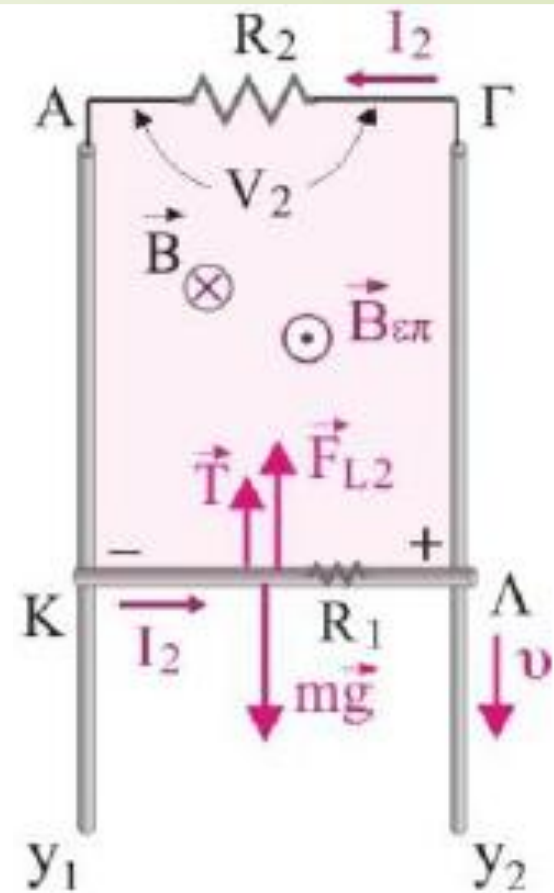
Δ5. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού στην αντίσταση R_2 , τη χρονική στιγμή t_1 .

Δ5. Το κλειστό κύκλωμα ΚΛΓΑΚ διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα του οποίου η ένταση είναι

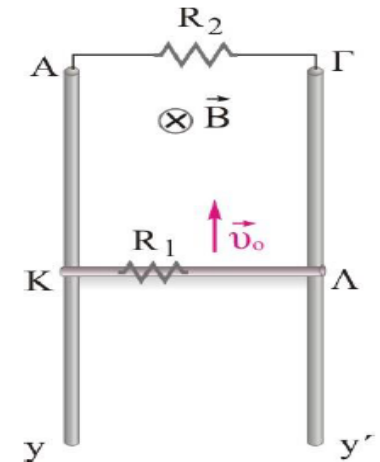
$$I_2 = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{BvL}{R_1 + R_2} = \frac{2\text{T} \cdot 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5\text{m}}{0,1\Omega + 0,4\Omega} \Rightarrow I_2 = 3,5\text{A}$$

Η διαφορά δυναμικού στην αντίσταση R_2 , τη χρονική στιγμή t_1 είναι

$$V_{\Gamma A} = I_2 R_2 = 3,5\text{A} \cdot 0,4\Omega \Rightarrow V_{\Gamma A} = 1,4\text{V}$$



Στη διπλανή διάταξη, ο αγωγός ΚΛ έχει αντίσταση $R_1=0,5\Omega$, μήκος $\ell=1m$, μάζα $m=0,3kg$ και αποτελεί τμήμα ενός κλειστού κυκλώματος που δημιουργούν οι κατακόρυφοι παράλληλοι αγωγοί-οδηγοί Αγ, Γγ' και ο αντιστάτης $R_2=1,5\Omega$. Ο αγωγός ΚΛ μπορεί να ολισθαίνει, παρουσιάζοντας τριβή ολίσθησης $T=0,5N$, πάνω στους αγωγούς Αγ, Δγ', που είναι αμελητέας αντίστασης, παραμένοντας διαρκώς κάθετος σε αυτούς. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B=1T$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί Αγ, Γγ' και έχουν φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.



Τον αρχικά ακίνητο αγωγό ΚΛ, τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ τον εκτοξεύουμε προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $3m/s$. Ο αγωγός ξαναπερνά από τη θέση εκτόξευσης με ταχύτητα $1,9 m/s$ και στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα η θερμότητα που αναπτύσσεται στο κύκλωμα λόγω φαινομένου Joule είναι μεγαλύτερη κατά $0,2J$ από την θερμότητα λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης.

Δ1. Αμέσως μετά την εκτόξευση της ράβδου, να προσδιορίσετε την φορά και την ένταση του επαγωγικού ρεύματος που θα δημιουργηθεί στο κύκλωμα.

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε την επιτάχυνση της ράβδου τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

Μονάδες 5

Δ3. Να βρείτε πόσο μετατοπίστηκε η ράβδος μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

Μονάδες 5

Δ4. Να βρείτε την οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει τελικά ο αγωγός.

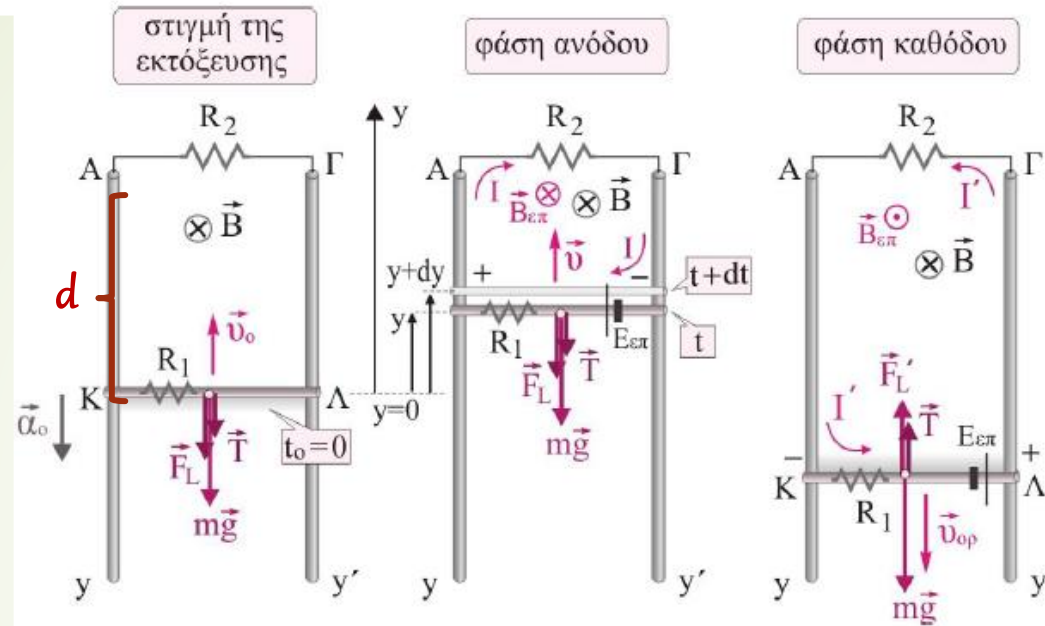
Μονάδες 5

Δ5. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ την στιγμή που κατερχόμενος διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_1=2A$.

Μονάδες 5

Δίνεται $g=10m/s^2$, $1,9^2=3,6$.

Δ1. Αμέσως μετά την εκτόξευση της ράβδου, να προσδιορίσετε την φορά και την ένταση του επαγωγικού ρεύματος που θα δημιουργηθεί στο κύκλωμα.



Έστω μια χρονική στιγμή t που ο ΚΛ είναι στη θέση y , όπου η μαγνητική ροή είναι $\Phi_1 = B \cdot A_1 = B \cdot l \cdot (d - y)$

και τη χρονική στιγμή $t+dt$ στη θέση $y+dy$ όπου η μαγνητική ροή είναι

$\Phi_2 = B \cdot A_2 = B \cdot l \cdot [d - (y + dy)]$ και η μεταβολή της $d\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -B \cdot l \cdot dy$

Από το νόμο του Faraday έχουμε: $E_{επαγ.} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{-B \cdot l \cdot dy}{dt} = +B \cdot l \cdot v$, όπου $v = \frac{dy}{dt}$.

Έτσι, αμέσως μετά την εκτόξευση, το κύκλωμα θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα που έχει ένταση:

$$I_0 = \frac{E_{επαγ.}}{R_{ολ.}} = \frac{+B \cdot l \cdot v}{R_1 + R_2} = \frac{(1T) \cdot (1m) \cdot (3m/s)}{0,5\Omega + 1,5\Omega} \Rightarrow I_0 = 1,5A$$

Δ2. Να βρείτε την επιτάχυνση της ράβδου τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

Δ2. Στον αγωγό ΚΛ θα ασκηθεί δύναμη Laplace, η οποία σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο

$$F_L = BIl = \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R_1 + R_2}$$

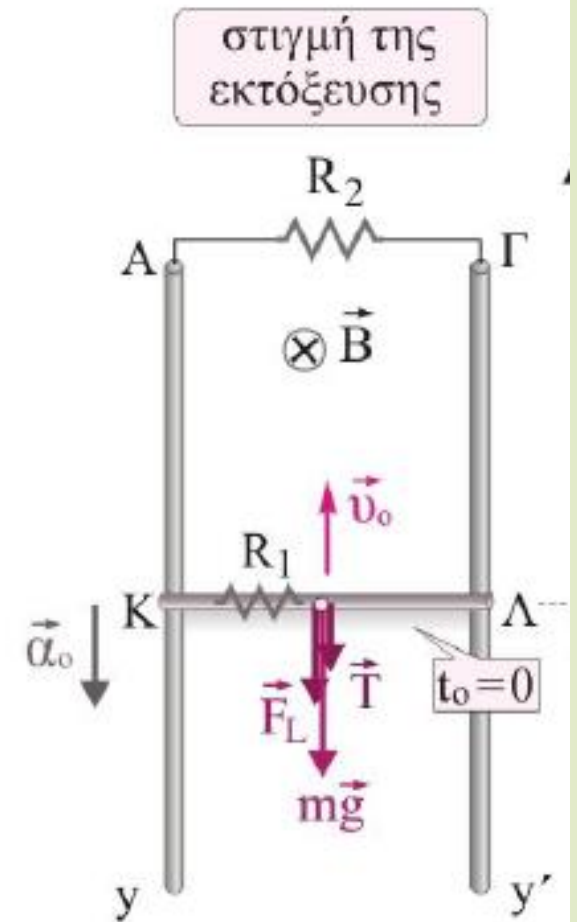
Με αριθμητική αντικατάσταση των δεδομένων αμέσως μετά την εκτόξευση παίρνουμε:

$$F_{L_0} = \frac{(1T)^2 \cdot (1m)^2 \cdot (3m/s)}{0,5\Omega + 1,5\Omega} \Rightarrow F_{L_0} = 1,5N$$

$$\Sigma F = ma_o \Rightarrow -F_L - T - mg = ma_o \Rightarrow a_o = -\frac{F_L + T + mg}{m} = -\frac{1,5N + 0,5N + 3N}{0,3kg} \Rightarrow$$

$$a_o = -\frac{50}{3} m/s^2$$

Η κίνηση του αγωγού ΚΛ είναι επιβραδυνόμενη μη ομαλά, γιατί η F_L μειώνεται.



Δ3. Να βρείτε πόσο μετατοπίστηκε η ράβδος μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

Δ3. Η άνοδος του αγωγού είναι μη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, ο αγωγός κάποια χρονική στιγμή θα σταματήσει στιγμιαία, οπότε μηδενίζεται η δύναμη Laplace και λόγω του βάρους του θα αρχίσει να κατέρχεται. Η τριβή T αντιστρέφει τη φορά της κατά την κάθοδο.

Επειδή από το κύκλωμα ΚΛΓΑΚ θα αυξάνεται η μαγνητική ροή, θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή και επαγωγικό ρεύμα αντίθετης φοράς από αυτή της ανόδου, δηλαδή η φορά του ρεύματος στο εσωτερικό της ράβδου είναι από το Κ προς το Λ. Έτσι, θα εμφανιστεί

πάλι δύναμη Laplace με φορά τώρα προς τα πάνω, και μέτρου
$$F'_L = \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R_1 + R_2}$$

Το έργο της δύναμης Laplace μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια και στη συνέχεια σε θερμότητα λόγω του φαινομένου Joule.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κλειστή διαδρομή από το σημείο εκτόξευσης Ο ($y=0$), έως την ίδια θέση, όταν επανέρχεται στο σημείο Ο. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό στη διάρκεια της κίνησης είναι η τριβή T , το βάρος mg και η F_L .

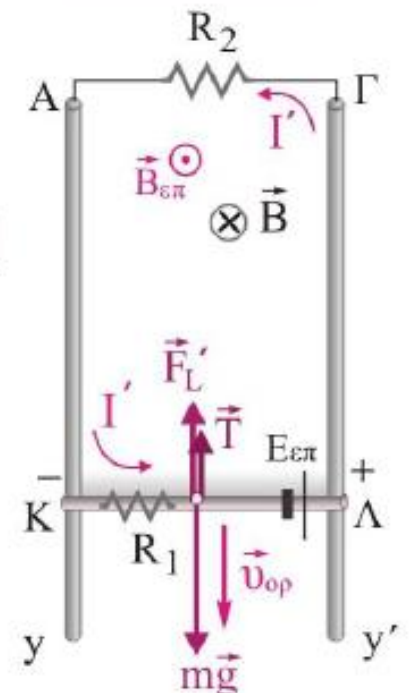
Το έργο του βάρους είναι μηδέν, αφού είναι συντηρητική δύναμη.

Το έργο της τριβής είναι: $W_T = -T \cdot s_{ολ} = -T \cdot 2y_{max}$

Το έργο της δύναμης Laplace είναι ίσο κατ' απόλυτη τιμή με τη θερμότητα Joule, άρα

$$W_{F_L} = -Q_g = -(|W_T| + 0,2J)$$

φάση καθόδου



$$K_{ts\lambda.} - K_{a\rho\chi.} = W_B - |W_T| + W_{F_L} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 = 0 - |W_T| - |W_T| - 0,2J$$

$$-0,81J = -2 \cdot |W_T| - 0,2J \Rightarrow |W_T| = 0,305J \Rightarrow T \cdot 2y_{\max.} = 0,305J \Rightarrow y_{\max.} = 0,305m$$

Δ4. Να βρείτε την οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει τελικά ο αγωγός.

Δ4. Η κίνηση του αγωγού ΚΛ κατά την κάθοδο θα είναι μη ομαλά επιταχυνόμενη, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η ταχύτητα, άρα και το μέτρο της F'_L . Όταν $\Sigma F = 0$, ο αγωγός θα αποκτήσει σταθερή ταχύτητα (οριακή) $v_{op.}$ με την οποία θα κατέρχεται. Δηλαδή όταν $mg - T - F'_L = 0 \Rightarrow F'_L = 2,5N \Rightarrow B \cdot I' \cdot l = 2,5N \Rightarrow I' = 2,5A$

$$\text{Όμως } I' = \frac{E'_{επαγ.}}{R_{ολ.}} = \frac{B \cdot l \cdot v_{op.}}{R_1 + R_2} \Rightarrow v_{op.} = \frac{I'(R_1 + R_2)}{B \cdot l} = \frac{(2,5A) \cdot (0,5\Omega + 1,5\Omega)}{1T \cdot 1m} \Rightarrow v_{op.} = 5m/s$$

Δ5. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ την στιγμή που κατερχόμενος διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_1=2A$.

Δ5. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy}{dt} = \Sigma F \cdot v = (mg - T - F_L) \cdot v$$

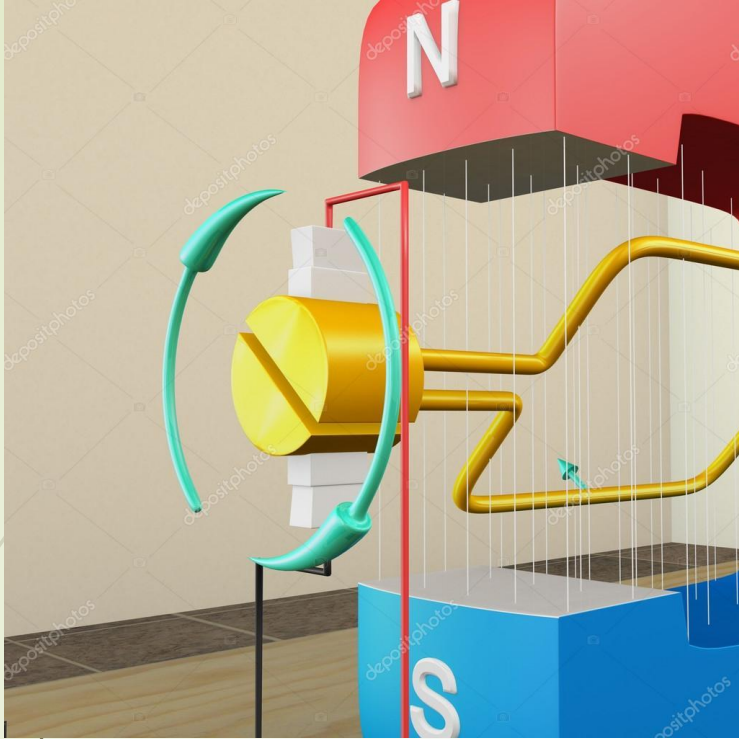
$$F_L = B \cdot I_1 \cdot l = (1T)(2A)(1m) \Rightarrow F_L = 2N$$

Η ΗΕΔ από επαγωγή θα έχει τιμή $E_{επαγ.} = I_1 \cdot (R_1 + R_2) = 4V$

$$\text{Όμως, } E_{επαγ.} = Blv \Rightarrow v = \frac{E_{επαγ.}}{Bl} = 4m/s$$

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt} = (mg - T - F_L) \cdot v = (3N - 0,5N - 2N) \cdot (4m/s) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 2J/s$$



Μερικά θέματα ακόμη...
ΕΝΑΛΛΑΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ - ΡΕΥΜΑ

Δύο αντιστάτες αντιστάσεων $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 30\Omega$ αντίστοιχα, συνδέονται σε σειρά και στα άκρα του συστήματός τους εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση που περιγράφεται από τη συνάρτηση $v = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t (SI)$.

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος, καθώς και τις χρονικές εξισώσεις της τάσης στα άκρα κάθε αντιστάτη ξεχωριστά.

β) Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ που απορροφά το κύκλωμα.

γ) Να βρείτε το λόγο των θερμότητων που εκλύονται στους δύο αντιστάτες, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

δ) Να υπολογίστε τη στιγμιαία ισχύ που απορροφά το κύκλωμα τις χρονικές στιγμές στις οποίες η ένταση του ρεύματος γίνεται ίση με την ενεργό της τιμή.

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος, καθώς και τις χρονικές εξισώσεις της τάσης στα άκρα κάθε αντιστάτη ξεχωριστά.

$$\alpha) R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 = 40\Omega$$

$$i = \frac{v}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow i = 5\sqrt{2} \eta\mu 100\pi t (SI), \text{ επίσης}$$

$$v_1 = iR_1 \Rightarrow v_1 = 50\sqrt{2} \eta\mu 100\pi t (SI) \text{ και}$$

$$v_2 = iR_2 \Rightarrow v_2 = 150\sqrt{2} \eta\mu 100\pi t (SI)$$

β) Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ που απορροφά το κύκλωμα.

$$\beta) \text{ Γνωρίζουμε ότι } I_{\varepsilon\nu} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \text{ A} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = 5 \text{ A}$$

$$\text{και η μέση ισχύς στο κύκλωμα είναι: } P = I_{\varepsilon\nu}^2 R_{\text{ολ}} = (5 \text{ A})^2 \cdot (40 \Omega) \Rightarrow P = 10^3 \text{ W}$$

γ) Να βρείτε το λόγο των θερμότητων που εκλύονται στους δύο αντιστάτες, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

$$\gamma) \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{I_{\varepsilon\nu}^2 R_1 \Delta t}{I_{\varepsilon\nu}^2 R_2 \Delta t} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{3}$$

δ) Να υπολογίσετε τη στιγμιαία ισχύ που απορροφά το κύκλωμα τις χρονικές στιγμές στις οποίες η ένταση του ρεύματος γίνεται ίση με την ενεργό της τιμή.

$$\delta) \quad p = \upsilon i \Rightarrow p = i^2 R_{\text{ολ}} \quad \text{όταν} \quad i = I_{\text{εφ}} = 5\text{A} \quad \text{τότε} \quad p = (5\text{A})^2 \cdot (40\Omega) \Rightarrow p = 10^3 \text{W} .$$

Στα άκρα ενός αντιστάτη αντίστασης R εφαρμόζεται η εναλλασσόμενη τάση $v = V\eta\mu 100\pi t (SI)$. Ο μέσος ρυθμός έκλυσης θερμότητας στον αντιστάτη είναι $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 10^3 J/s$ και η τιμή της τάσης τη χρονική στιγμή $t = \frac{25T}{12}$ είναι $v = 100\sqrt{2}V$.

- α) Να υπολογίστε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης και την τιμή της αντίστασης R .
- β) Να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη, στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της εναλλασσόμενης τάσης.
- γ) Να βρείτε τη συνάρτηση που περιγράφει τη στιγμιαία ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.
- δ) Να βρείτε ποιες χρονικές στιγμές μέσα στην πρώτη περίοδο η στιγμιαία ισχύς ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής της.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης και την τιμή της αντίστασης R.

α) Η εναλλασσόμενη τάση είναι $v = V\eta\mu\omega t$ και για $t = \frac{25T}{12}$ ισχύει

$$V\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{25T}{12}\right) = 100\sqrt{2}V \Rightarrow V\eta\mu\frac{25\pi}{6} = 100\sqrt{2}V \Rightarrow V\eta\mu\frac{\pi}{6} = 100\sqrt{2}V \Rightarrow V = 200\sqrt{2}V \text{ άρα}$$

$$V_{\varepsilon v} = \frac{V}{\sqrt{2}} = 200V$$

Ο μέσος ρυθμός έκλυσης θερμότητας στον αντιστάτη είναι η μέση ισχύς. Άρα

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = I_{\varepsilon v}^2 R = \left(\frac{V_{\varepsilon v}}{R}\right)^2 R \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{V_{\varepsilon v}^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_{\varepsilon v}^2}{(\Delta Q / \Delta t)} = \frac{(200V)^2}{10^3 J/s} \Rightarrow R = 40\Omega$$

Β) Να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη, στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της εναλλασσόμενης τάσης.

$$v = V \eta \mu 100 \pi t (SI)$$

Β) Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της τάσης είναι $\Delta t = \frac{T}{2}$,

όπου $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,02s$, άρα $\Delta t = 0,01s$.

$$Q = I_{\varepsilon v}^2 R \Delta t$$

$$I_{\varepsilon v} = \frac{V_{\varepsilon v}}{R} = \frac{200V}{40\Omega} \Rightarrow I_{\varepsilon v} = 5A .$$

$$\text{Άρα, } Q = I_{\varepsilon v}^2 R \Delta t \Rightarrow Q = (5A)^2 \cdot (40\Omega) \cdot (10^{-2}s) \Rightarrow Q = 10J$$

γ) Να βρείτε τη συνάρτηση που περιγράφει τη στιγμιαία ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

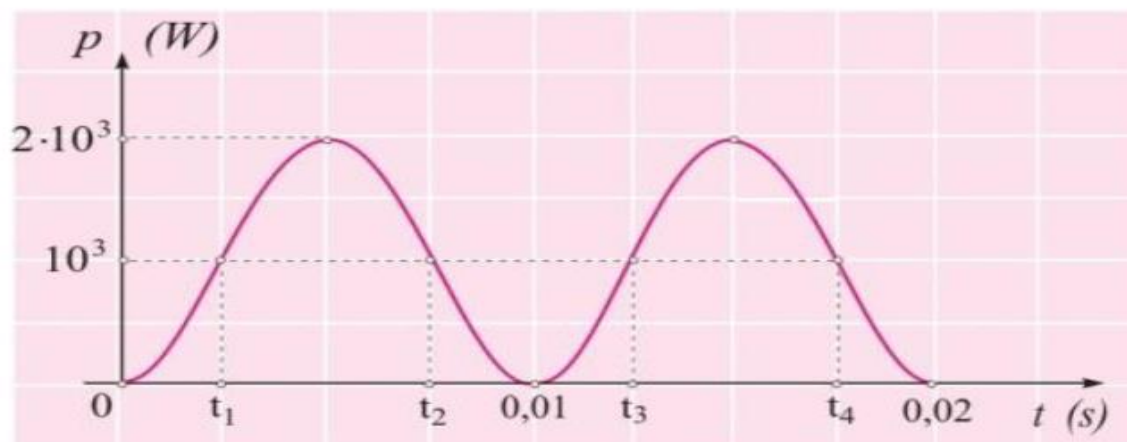
Η εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος είναι $p = v i$

$$v = V \eta \mu 100 \pi t (SI)$$

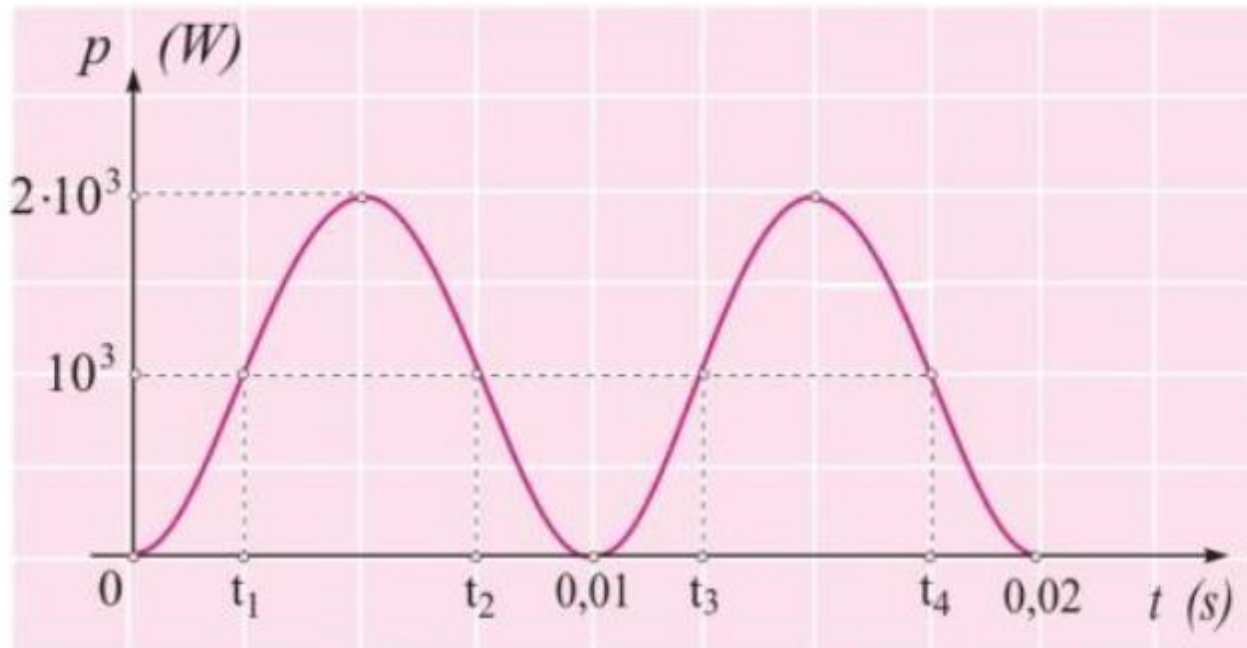
$$I = I_{\varepsilon v} \sqrt{2} \Rightarrow I = 5\sqrt{2} A$$

$$p = v i = 200\sqrt{2} \eta \mu 100 \pi t \cdot 5\sqrt{2} \eta \mu 100 \pi t \Rightarrow p = 2 \cdot 10^3 \eta \mu^2 100 \pi t (SI)$$

Το διάγραμμα της στιγμιαίας ισχύος που καταναλώνει ο αντιστάτης σε σχέση με το χρόνο φαίνεται παρακάτω.



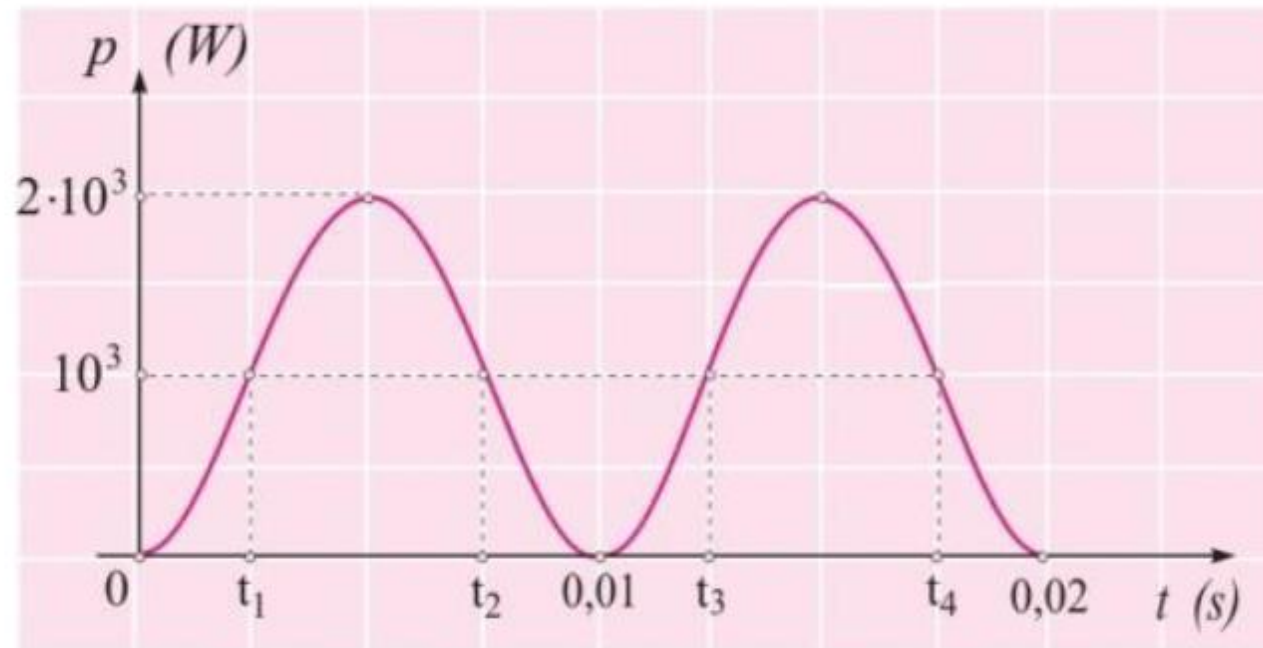
δ) Να βρείτε ποιες χρονικές στιγμές μέσα στην πρώτη περίοδο η στιγμιαία ισχύς ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής της.



$$p = 2 \cdot 10^3 \eta \mu^2 100 \pi t$$

δ) Επειδή $0 \leq \eta \mu^2 100 \pi t \leq 1$, $P_{\max} = 2 \cdot 10^3 W$.

$$\text{Πρέπει } p = \frac{P_{\max}}{2} \Rightarrow \eta \mu^2 100 \pi t = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta \mu 100 \pi t = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Για $\eta\mu 100\pi t = \frac{\sqrt{2}}{2}$, οι λύσεις είναι: $100\pi t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}$ ή $100\pi t = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4}$ με $\kappa \in \mathbb{N}$. Για

$\eta\mu 100\pi t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ οι λύσεις είναι: $100\pi t = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{4}$ ή $100\pi t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{4}$ με $\kappa \in \mathbb{N}$.

Οι χρονικές στιγμές που είναι λύσεις των παραπάνω εξισώσεων και ανήκουν στο χρονικό διάστημα $[0, T]$ είναι:

$$t_1 = \frac{1}{400} s, \quad t_2 = \frac{3}{400} s, \quad t_3 = \frac{5}{400} s, \quad t_4 = \frac{7}{400} s.$$

Με σύρμα μήκους $L=16m$ αμελητέας αντίστασης κατασκευάζουμε πλαίσιο με $N=10$ σπείρες. Κάθε σπείρα έχει σχήμα τετραγώνου πλευράς a . Το πλαίσιο στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=\sqrt{2}T$ με γωνιακή ταχύτητα $\omega=100rad/s$, γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Την αρμονικά εναλλασσόμενη τάση που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου την εφαρμόζουμε σε θερμική συσκευή με στοιχεία κανονικής λειτουργίας $120V$ και $100W$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το πλαίσιο είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο.

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που περνά από κάθε σπείρα του πλαισίου και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση μαγνητικής ροής-χρόνου σε αριθμημένους άξονες.

β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Να εξετάσετε αν η συσκευή λειτουργεί κανονικά. Αν όχι, να υπολογίσετε την αντίσταση R_x του αντιστάτη που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τη συσκευή, για να λειτουργήσει κανονικά.

δ) Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατό (%) πρέπει να μεταβάλλουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά, χωρίς την προσθήκη της R_x .

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που περνά από κάθε σπείρα του πλαισίου και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση μαγνητικής ροής-χρόνου σε αριθμημένους άξονες.

$$\Phi = BA \sin \omega t$$

$$B = \sqrt{2} T$$

$$L = 16 m$$

$$N = 10$$

$$\omega = 100 \text{ rad} / s$$

α) Το μήκος του σύρματος και οι πλευρές του τετραγωνικού πλαισίου συνδέονται με τη σχέση, $L = N4a \Rightarrow a = 0,4 m$, οπότε το εμβαδόν κάθε σπείρας του πλαισίου είναι:

$$A = a^2 = 0,16 m^2.$$

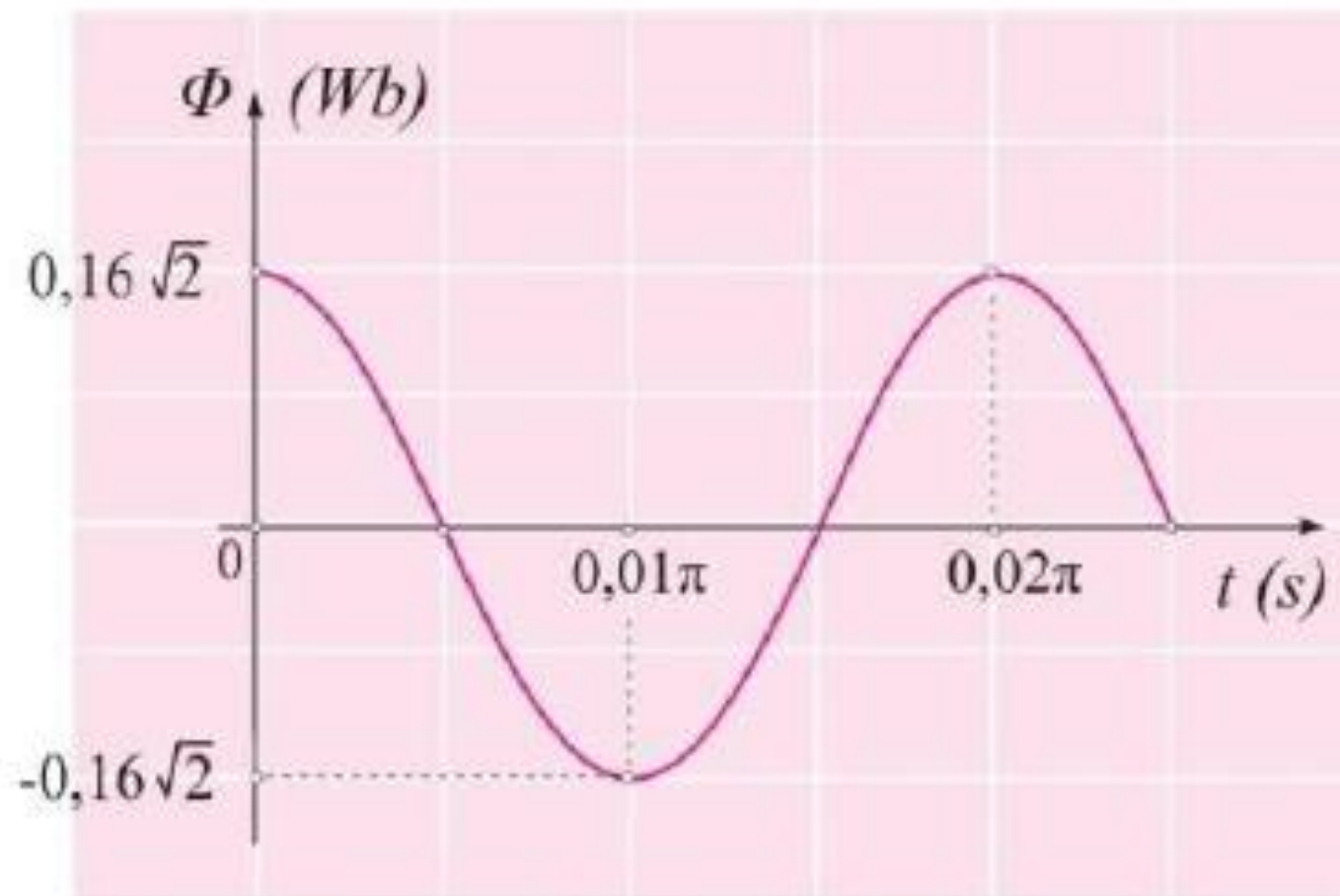
Η μαγνητική ροή που περνά από κάθε σπείρα του πλαισίου δίνεται από τη σχέση

$$\Phi = BA \sin \omega t \Rightarrow$$

$$\Phi = 0,16 \sqrt{2} \sin 100 t \text{ (SI)}$$

Η περίοδος μεταβολής της μαγνητικής ροής είναι

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100 \text{ rad} / s} \Rightarrow T = 0,02 \pi s.$$



β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης.

β) Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης είναι

$$V = N\omega BA \Rightarrow V = 10 \cdot \left(100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot (\sqrt{2}T) \cdot (0,16\text{m}^2) \Rightarrow V = 160\sqrt{2}V$$

$$v = V\eta\mu\omega t \Rightarrow v = 160\sqrt{2}\eta\mu 100t (SI)$$

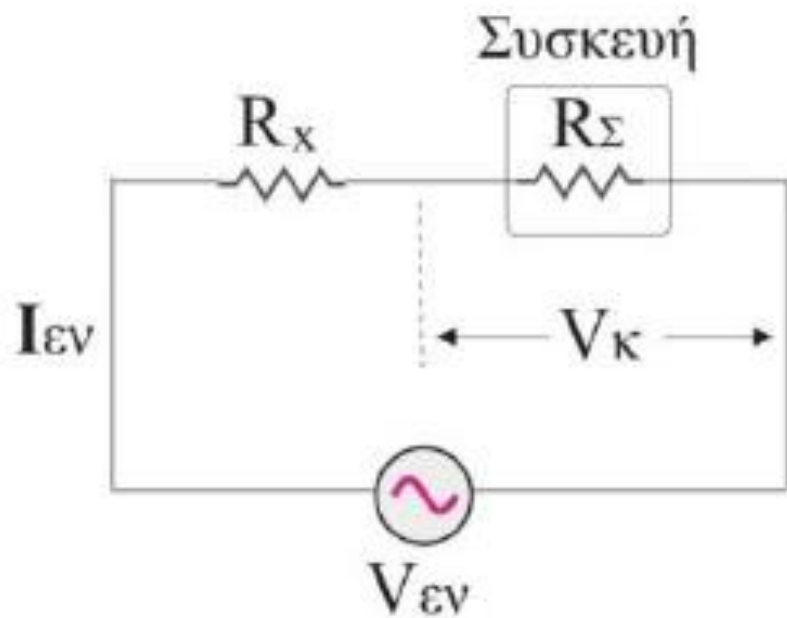
γ) Να εξετάσετε αν η συσκευή λειτουργεί κανονικά. Αν όχι, να υπολογίσετε την αντίσταση R_x του αντιστάτη που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τη συσκευή, για να λειτουργήσει κανονικά.

Στοιχεία κανονικής λειτουργίας της συσκευής: $120V$ και $100W$

Άρα το ρεύμα κανονικής λειτουργίας είναι $I_K = \frac{P_K}{V_K} = \frac{5}{6} A$ και η αντίσταση της θερμικής συσκευής $R_\Sigma = \frac{V_K}{I_K} = 144\Omega$.

$$V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_{\varepsilon\nu} = 160V.$$

Παρατηρούμε ότι η εφαρμοζόμενη ενεργός τάση στα άκρα της συσκευής είναι μεγαλύτερη από την τάση κανονικής λειτουργίας ($V_K < V_{\varepsilon\nu}$), άρα η συσκευή κινδυνεύει να καταστραφεί.



Για να λειτουργήσει κανονικά η συσκευή πρέπει για την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη συσκευή να ισχύει

$$I_{\varepsilon\nu} = I_K = \frac{5}{6} \text{ A} ,$$

$$\text{οπότε } R_{\text{ολ}} = \frac{V_{\varepsilon\nu}}{I_{\varepsilon\nu}} = \frac{160\text{V}}{\frac{5}{6}\text{A}} \Rightarrow R_{\text{ολ}} = 192\Omega .$$

$$\text{Όμως } R_{\text{ολ}} = R_\Sigma + R_X \Rightarrow 192\Omega = 144\Omega + R_X \Rightarrow R_X = 48\Omega .$$

δ) Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατό (%) πρέπει να μεταβάλλουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά, χωρίς την προσθήκη της R_x .

$$\delta) \text{ Πρέπει } V'_{\varepsilon\nu} = V_K \Rightarrow V'_{\varepsilon\nu} = 120V \text{ και } V' = V_{\varepsilon\nu} \sqrt{2} = 120\sqrt{2}V$$

$$\text{Άρα, } N\omega B'A = 120\sqrt{2} \Rightarrow B' = \frac{120\sqrt{2}V}{10 \cdot \left(100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot (0,16\text{m}^2)} \Rightarrow B' = \frac{3\sqrt{2}}{4} \text{T}$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι

$$\pi\% = \frac{B' - B}{B} 100\% = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} 100\% \Rightarrow \pi\% = -25\%$$

Θερμική συσκευή με στοιχεία κανονικής λειτουργίας $P_{\kappa} = 400W$, $V_{\kappa} = 160V$ συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη αντίστασης $R = 16\Omega$. Στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση $v = V\eta\mu\omega t$ και η συσκευή λειτουργεί κανονικά. Η τάση εκτελεί 6000 πλήρεις εναλλαγές σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 2 \text{ min}$.

α) Να βρείτε την ενεργό ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη θερμική συσκευή και την αντίστασή της, R_{Σ} .

β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Να βρείτε το ρυθμό έκλυσης θερμότητας στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή $t = \frac{11}{600} \text{ s}$.

δ) Η εναλλασσόμενη τάση παράγεται από αγωγίμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης, που στρέφεται κατάλληλα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B . Αφαιρούμε τον αντιστάτη από το κύκλωμα. Να βρείτε πόσο τοις εκατό (%) πρέπει να μεταβάλλουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά.

α) Να βρείτε την ενεργό ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη θερμική συσκευή και την αντίστασή της, R_{Σ} .

στοιχεία κανονικής λειτουργίας $P_K = 400W$, $V_K = 160V$

α) Από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας για τη θερμική συσκευή βρίσκουμε το ρεύμα κανονικής της λειτουργίας και την αντίστασή της.

$$I_K = \frac{P_K}{V_K} = \frac{400W}{160V} \Rightarrow I_K = 2,5A \text{ και}$$

Επειδή η συσκευή λειτουργεί κανονικά, $I_{\varepsilon\upsilon} = I_K = 2,5A$

$$P_K = \frac{V_K^2}{R_{\Sigma}} \Rightarrow R_{\Sigma} = \frac{V_K^2}{P_K} = \frac{(160V)^2}{400W} \Rightarrow R_{\Sigma} = 64\Omega.$$

Β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης.

$$v = V \eta \mu \omega t$$

$$V = V_{\varepsilon v} \sqrt{2}$$

$$V_{\varepsilon v} = I_{\varepsilon v} R_{O\Lambda}$$

$$R_{O\Lambda} = R + R_{\Sigma} = 80\Omega$$

$$V_{\varepsilon v} = I_{\varepsilon v} R_{O\Lambda} = (2,5A) \cdot (80\Omega) \Rightarrow V_{\varepsilon v} = 200V$$

$$V = V_{\varepsilon v} \sqrt{2} = 200\sqrt{2}V$$

Η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης δίνεται από τη σχέση

$$f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{6000}{2 \cdot 60s} \Rightarrow f = 50Hz \quad \text{και η γωνιακή συχνότητα}$$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \frac{rad}{s}$$

$$\text{Άρα } v = V \eta \mu \omega t \Rightarrow v = 200\sqrt{2} \eta \mu 100\pi t \text{ (SI)}$$

γ) Να βρείτε το ρυθμό έκλυσης θερμότητας στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή $t = \frac{11}{600} s$

Ο ρυθμός έκλυσης θερμότητας στο κύκλωμα είναι η στιγμιαία ισχύς

$$\frac{dQ}{dt} = p = i^2 R_{\text{ολ}} \quad \frac{dQ}{dt} = p = i^2 R_{\text{ολ}} = (-1,25\sqrt{2}A)^2 \cdot (80\Omega) \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = 250 J / s$$

$$i = I\eta\mu\omega t$$

$$I = I_{\text{εV}} \sqrt{2} \Rightarrow I = 2,5\sqrt{2}A$$

Άρα, η χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης έντασης είναι

$$i = I\eta\mu\omega t = 2,5\sqrt{2}\eta\mu 100\pi t (SI).$$

$$\text{Για } t = \frac{11}{600} s, \quad i = 2,5\sqrt{2}\eta\mu \frac{11\pi}{6} A = 2,5\sqrt{2}\eta\mu \left(-\frac{\pi}{6}\right) A \Rightarrow i = -1,25\sqrt{2}A$$

δ) Η εναλλασσόμενη τάση παράγεται από αγωγίμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης, που στρέφεται κατάλληλα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B . Αφαιρούμε τον αντιστάτη από το κύκλωμα. Να βρείτε πόσο τοις εκατό (%) πρέπει να μεταβάλλουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά.

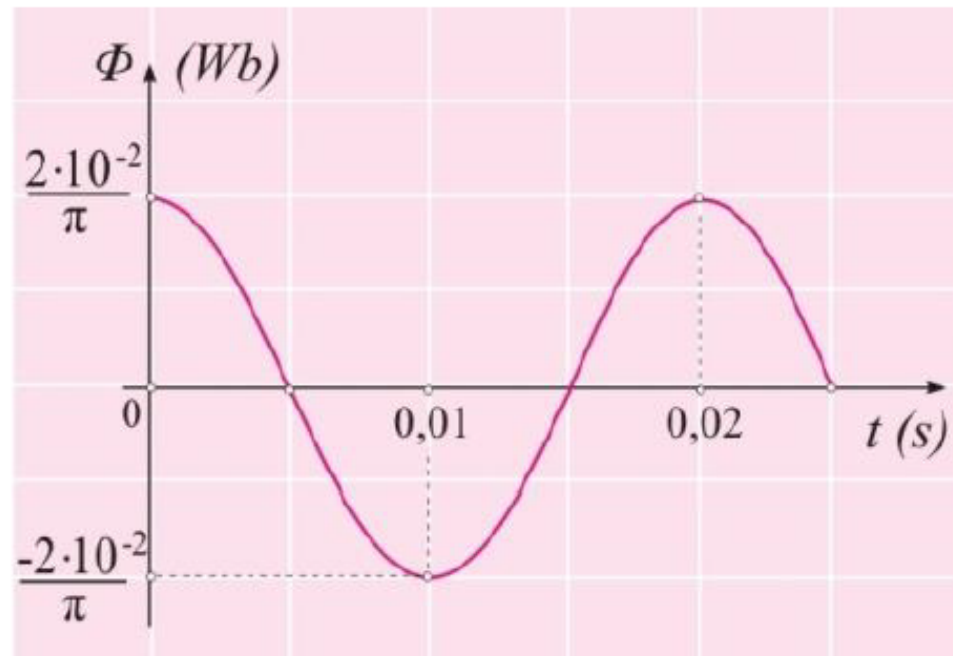
δ) Πρέπει $V'_{sv} = V_K = 160V$, άρα $V' = 160\sqrt{2}V$

Αρχικά είναι $V = N\omega BA$ και τελικά $V' = N\omega B'A$.

$$\frac{V'}{V} = \frac{N\omega B'A}{N\omega BA} \Rightarrow \frac{B'}{B} = \frac{160\sqrt{2}}{200\sqrt{2}} \Rightarrow B' = \frac{4}{5}B$$

$$\text{Άρα, } \pi\% = \frac{B' - B}{B} 100\% = \frac{\frac{4B}{5} - B}{B} \Rightarrow \pi\% = -20\%$$

Ένα συρμάτινο πλαίσιο σχήματος τετραγώνου πλευράς $\alpha = 0,1\text{m}$, αμελητέας αντίστασης, έχει $N=100$ σπείρες και στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B , με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που περνά από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του πλαισίου και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Στο διπλανό σχήμα παριστάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του πλαισίου σε συνάρτηση με το χρόνο.



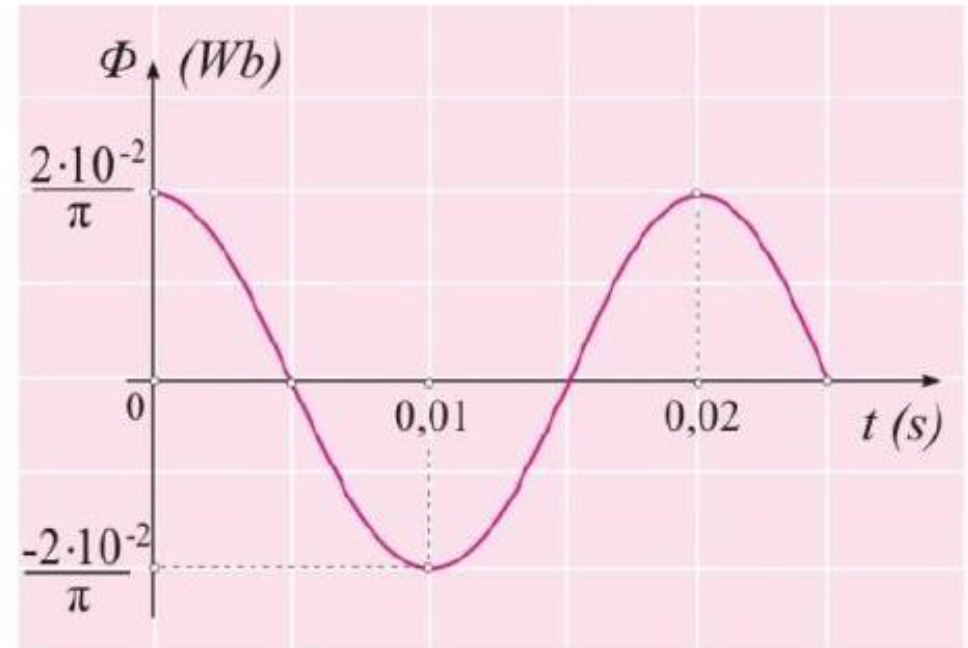
α) Να βρείτε την ένταση B του μαγνητικού πεδίου.

β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης που δημιουργείται στα άκρα του πλαισίου.

γ) Να βρείτε για πόσο χρονικό διάστημα σε κάθε περίοδο η αλγεβρική τιμή της στιγμιαίας τάσης είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ενεργό τάση.

δ) Συνδέουμε τα άκρα του πλαισίου με αντιστάτη αντίστασης $R=10\Omega$. Να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη, στο χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο το πλαίσιο εκτελεί 200 στροφές.

α) Να βρείτε την ένταση B του μαγνητικού πεδίου.



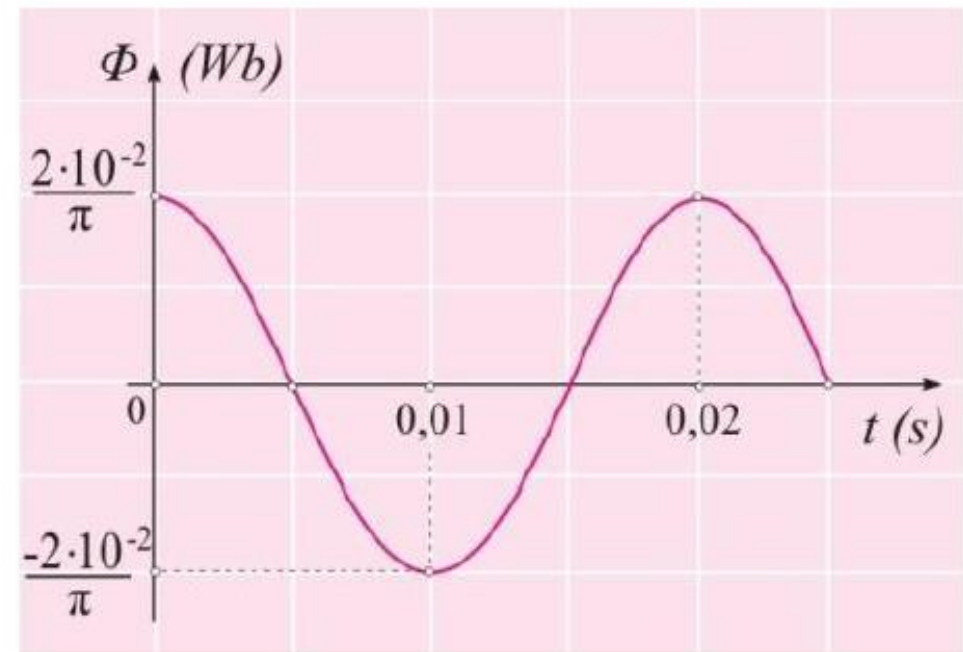
α) Για τη μαγνητική ροή που διέρχεται από μια σπείρα του πλαισίου ισχύει:

$$\Phi = BA \sin \omega t \quad \text{άρα} \quad \Phi_{\max} = BA \Rightarrow \Phi_{\max} = B a^2 \Rightarrow B = \frac{\frac{2 \cdot 10^{-2}}{\pi} \text{ Wb}}{10^{-2} \text{ m}^2} \Rightarrow B = \frac{2}{\pi} \text{ T}$$

Β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης που δημιουργείται στα άκρα του πλαισίου.

$$v = V \eta \mu \omega t$$

$$\text{Β) } T = 0,02\text{s}, \quad f = 50\text{Hz}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi \text{ rad/s}$$

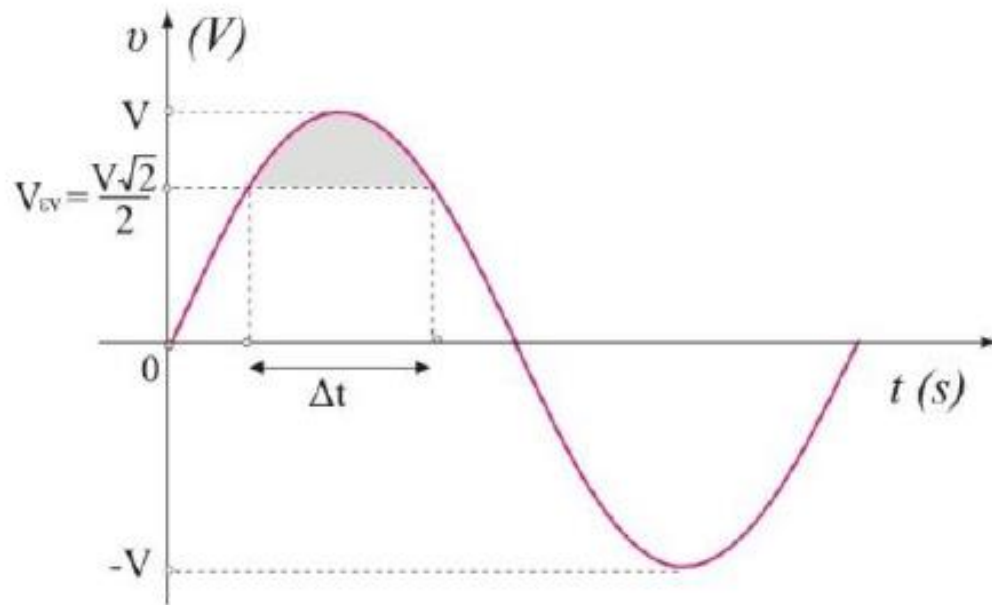


Για το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης έχουμε:

$$V = N\omega BA = 100 \cdot \left(100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{2}{\pi} \text{T}\right) \cdot (10^{-2} \text{m}^2) \Rightarrow V = 200\text{V}$$

$$v = 200 \eta \mu 100\pi t \text{ (SI)}$$

γ) Να βρείτε για πόσο χρονικό διάστημα σε κάθε περίοδο η αλγεβρική τιμή της στιγμιαίας τάσης είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ενεργό τάση.



$$\gamma) \quad v \geq V_{\text{ev}} \Rightarrow V_{\text{ev}} \sqrt{2} \eta \mu 100\pi t \geq V_{\text{ev}} \Rightarrow \eta \mu 100\pi t \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{άρα} \quad 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4} \leq 100\pi t \leq 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4} \text{ (SI)} \quad \mu\epsilon$$

$$\kappa \in \mathbb{N}.$$

Συνεπώς το ζητούμενο χρονικό διάστημα για κάθε περίοδο θα είναι

$$\Delta t = \frac{(2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4}) - (2\kappa\pi + \frac{\pi}{4})}{100\pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{200} \text{ s}.$$

δ) Συνδέουμε τα άκρα του πλαισίου με αντιστάτη αντίστασης $R=10\Omega$. Να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη, στο χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο το πλαίσιο εκτελεί 200 στροφές.

$$Q=I_{\varepsilon V}^2 R t$$

$$I_{\varepsilon V} = \frac{V_{\varepsilon V}}{R} = \frac{V}{R\sqrt{2}} = \frac{200V}{10\Omega\sqrt{2}} \Rightarrow I_{\varepsilon V} = 10\sqrt{2}A$$

$$f = \frac{N}{t} \Rightarrow t = \frac{200}{50\text{Hz}} \Rightarrow t = 4s$$

$$\Rightarrow Q = (10\sqrt{2}A)^2 \cdot (10\Omega) \cdot (4s) \Rightarrow Q = 8 \cdot 10^3 J$$