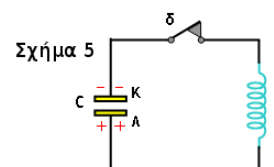
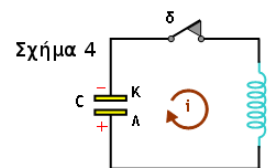
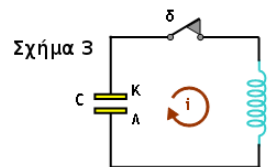
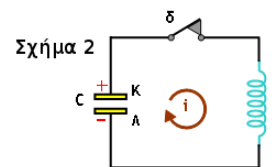
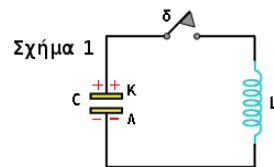


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο: ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ - ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

Στο κύκλωμα του Σχήματος 1 ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με φορτίο Q . Όταν κλείσουμε το διακόπτη δ , το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα και ο πυκνωτής εκφορτίζεται (Σχήμα 2). Ταυτόχρονα το πηνίο, λόγω του φαινομένου της αυτεπαγωγής, συμπεριφέρεται σαν πηγή ΗΕΔ. Έτσι, όταν το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν (Σχήμα 3), το φαινόμενο εξελίσσεται και ο πυκνωτής αρχίζει να φορτίζεται αντίθετα (Σχήμα 4) μέχρι να αποκτήσει φορτίο $-Q$ (Σχήμα 5). Στη συνέχεια το φαινόμενο εξελίσσεται ακριβώς αντίστροφα με αποτέλεσμα το κύκλωμα να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση. Το φαινόμενο είναι περιοδικό και ονομάζεται ηλεκτρική ταλάντωση. Συνέπεια του φαινομένου αυτού είναι η περιοδική μεταβολή φυσικών ποσοτήτων όπως το ηλεκτρικό φορτίο q του πυκνωτή, η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος i , η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου U_E του πυκνωτή και η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου U_B του πηνίου. Σε ένα κύκλωμα πηνίου - πυκνωτή (LC) χωρίς ωμική αντίσταση (ιδανικό κύκλωμα) μπορεί να δημιουργηθεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Το γεγονός ότι ο πυκνωτής δεν εκφορτίζεται αμέσως, όπως επίσης και το ότι το ρεύμα στο κύκλωμα δε γίνεται μέγιστο αμέσως, οφείλεται στο φαινόμενο της αυτεπαγωγής.



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- Όταν ο πυκνωτής έχει μέγιστο φορτίο, η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα είναι μηδέν.
- Όταν ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος, η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα είναι μέγιστη.
- Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα αυξάνεται (ο πυκνωτής εκφορτίζεται) όταν τα μεγέθη q και i είναι ετερόσημα.
- Η περίοδος μιας ηλεκτρικής ταλάντωσης εξαρτάται μόνο από τη χωρητικότητα και την αυτεπαγωγή του κυκλώματος.
- Η ηλεκτρική ταλάντωση ενός κυκλώματος LC παρουσιάζει αναλογίες με την Α.Α.Τ. ενός σώματος.
- Η γενική μορφή των εξισώσεων $q = f(t)$ και $i = f(t)$ είναι ανάλογη με αυτή των εξισώσεων $x = f(t)$ και $v = f(t)$ στη μηχανική ταλάντωση.

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$q = Q \cdot \eta \mu(\omega t + \phi_0)$$

$$i = I \cdot \sigma \nu \nu(\omega t + \phi_0)$$

Η εξίσωση του φορτίου: $q = Q \cdot \sin \omega t$

Η προηγούμενη εξίσωση ισχύει όταν για $t = 0 \rightarrow q = +Q$ και $i = 0$.

Πράγματι, αν στην εξίσωση $q = Q \cdot \eta \mu(\omega t + \phi_0)$ θέσουμε $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$, θα έχουμε:

$$q = Q \cdot \eta \mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow q = Q \cdot \eta \mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow q = Q \cdot \sin \omega t$$

$$\text{Υπενθύμιση: } C = \frac{|q|}{V} \Rightarrow |q| = C \cdot V$$

$V \rightarrow 1 \text{ V (Volt)}$ τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή

Η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος: $i = -I\eta\mu\omega t$

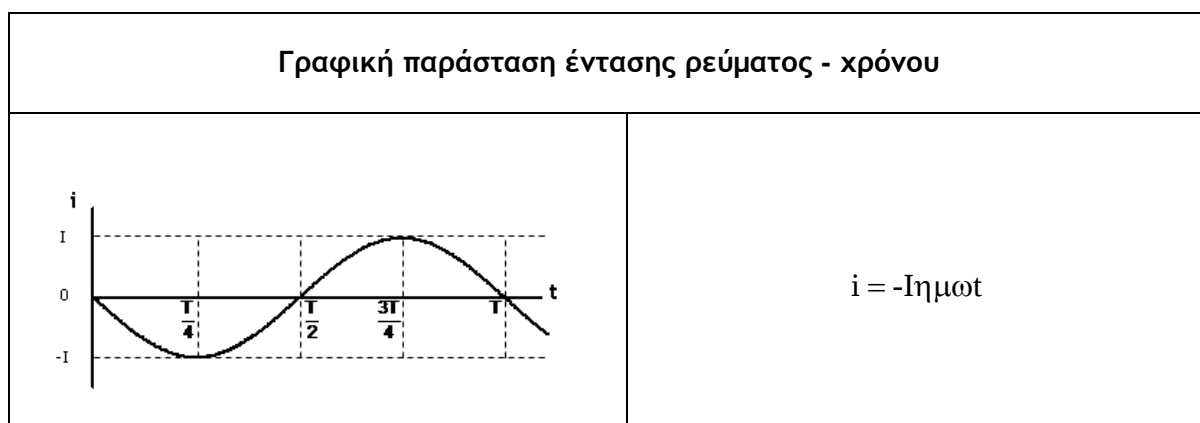
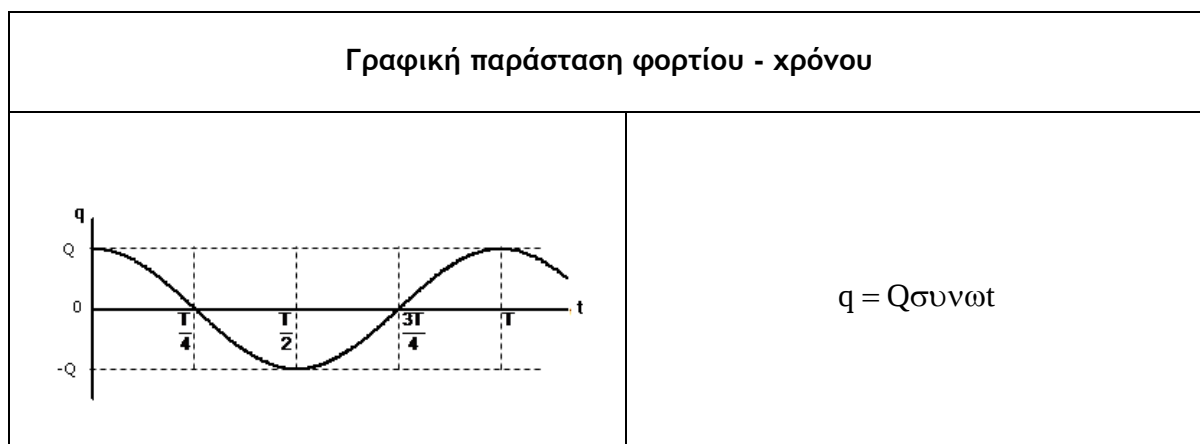
Η προηγούμενη εξίσωση ισχύει όταν για $t = 0 \rightarrow q = +Q$ και $i = 0$.

Πράγματι, αν στην εξίσωση $i = I\sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0)$ θέσουμε $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$, θα έχουμε:

$$i = I\sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow i = I\sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow i = -I\eta\mu\omega t$$

Γραφικές παραστάσεις των q και i

(οι αρχικές συνθήκες στο κύκλωμα LC είναι $q = Q$ και $i = 0$)



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ	
Το πλάτος της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι ανάλογο με το πλάτος του φορτίου του πυκνωτή	$I = \omega Q$

Φορτίο οπλισμού	Ένταση ρεύματος	κατάσταση
+	-	εκφόρτιση
-	-	φόρτιση
-	+	εκφόρτιση
+	+	φόρτιση

Ενεργειακή μελέτη του κυκλώματος L C	
Στον πυκνωτή αποθηκεύεται ενέργεια με τη μορφή ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου U_E .	$U_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$
Στο πηνίο αποθηκεύεται ενέργεια με τη μορφή ενέργειας μαγνητικού πεδίου U_B .	$U_B = \frac{1}{2} Li^2$
Η ολική ενέργεια του κυκλώματος LC παραμένει σταθερή.	$E = U_{E,max} = U_{B,max} = U_E + U_B$ $E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$
Κάθε στιγμή, η τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι ίση με την τάση στα άκρα του πηνίου (τάση από αυτεπαγωγή).	

Χρονικές εξισώσεις των ενεργειών U_E και U_B

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad q=Q\eta\mu(\omega t+\phi_0) \Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \eta\mu^2(\omega t+\phi_0) \Rightarrow U_E = E\eta\mu^2(\omega t+\phi_0)$$

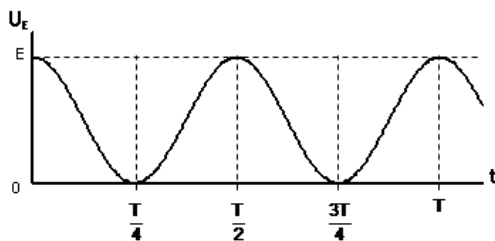
$$U_B = \frac{1}{2} L i^2 \quad i=I\sigma\upsilon\nu(\omega t+\phi_0) \Rightarrow U_B = \frac{1}{2} L I^2 \sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\phi_0) \Rightarrow U_B = E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\phi_0)$$

Αν για $t=0$ ισχύει: $q=+Q$ και $i=0$, τότε $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ και οι τύποι παίρνουν τη μορφή:

$$U_E = E\eta\mu^2(\omega t+\phi_0) \Rightarrow U_E = E\eta\mu^2\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow U_E = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

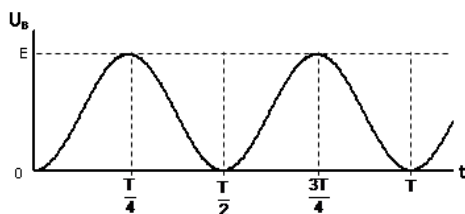
$$U_B = E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\phi_0) \Rightarrow U_B = E\sigma\upsilon\nu^2\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow U_B = E\eta\mu^2\omega t$$

Γραφική παράσταση ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου - χρόνου



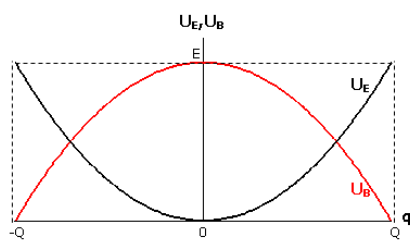
$$U_E = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

Γραφική παράσταση ενέργειας μαγνητικού πεδίου - χρόνου



$$U_B = E\eta\mu^2\omega t$$

Κοινή γραφική παράσταση $U_E - q$ και $U_B - q$



$$U_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

$$U_B = E - \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

ΘΕΜΑΤΑ ΠΟΥ ΧΡΕΙΑΖΟΝΤΑΙ ΙΔΙΑΙΤΕΡΗ ΜΕΛΕΤΗ

Σχέση πλάτους έντασης - πλάτους φορτίου:

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot LI^2 \Rightarrow \frac{Q^2}{C} = LI^2 \Rightarrow \frac{Q^2}{LC} = I^2 \Rightarrow \sqrt{I^2} = \sqrt{\frac{Q^2}{LC}} \Rightarrow I = \frac{Q}{\sqrt{LC}} \stackrel{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}}{\Rightarrow} I = \omega Q$$

Σχέση έντασης - φορτίου:

$$E = U_E + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{Q^2}{LC} = i^2 + \frac{q^2}{LC} \stackrel{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}}{\Rightarrow}$$

$$\omega^2 Q^2 = i^2 + \omega^2 q^2 \Rightarrow \omega^2 Q^2 - \omega^2 q^2 = i^2 \Rightarrow i = \pm \sqrt{\omega^2 Q^2 - \omega^2 q^2} \Rightarrow i = \pm \sqrt{\omega^2 (Q^2 - q^2)} \Rightarrow$$

$$i = \pm \omega \sqrt{Q^2 - q^2}$$

Η παραπάνω σχέση χρησιμοποιείται πάντοτε με απόδειξη.

Το τυπολόγιο της ηλεκτρικής ταλάντωσης	
$ q = C V $	$Q = CV_{\max}$
$T = 2\pi\sqrt{LC}$	$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
	$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
$U_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$	$U_B = \frac{1}{2} LI^2$
$I = \omega Q$	$i = \pm \omega \sqrt{Q^2 - q^2}$
$q = Q \eta \mu(\omega t + \phi_0)$	$i = I \sigma \nu \nu(\omega t + \phi_0)$
$U_E = E \eta \mu^2(\omega t + \phi_0)$	$U_B = E \sigma \nu \nu^2(\omega t + \phi_0)$
$E = U_B + U_E = \frac{1}{2} LI^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$	$E = U_{E\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = U_{B\max} = \frac{1}{2} LI^2$

Τα φυσικά μεγέθη της ηλεκτρικής ταλάντωσης	Σύμβολο	Μονάδα Μέτρησης
χωρητικότητα πυκνωτή	C	F
συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου	L	H
ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου πυκνωτή	U_E	J
μέγιστη ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου πυκνωτή	$U_{E\max}$	J
ενέργεια μαγνητικού πεδίου πηνίου	U_B	J
μέγιστη ενέργεια μαγνητικού πεδίου πηνίου	$U_{B\max}$	J
στιγμιαία τιμή φορτίου ενός οπλισμού του πυκνωτή	q	C
μέγιστο φορτίο πυκνωτή	Q	C
στιγμιαία τιμή έντασης ηλεκτρικού ρεύματος	i	A
μέγιστη ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	I	A
ολική ενέργεια κυκλώματος LC	E	J

Ημερομηνία τροποποίησης: 21/10/2011