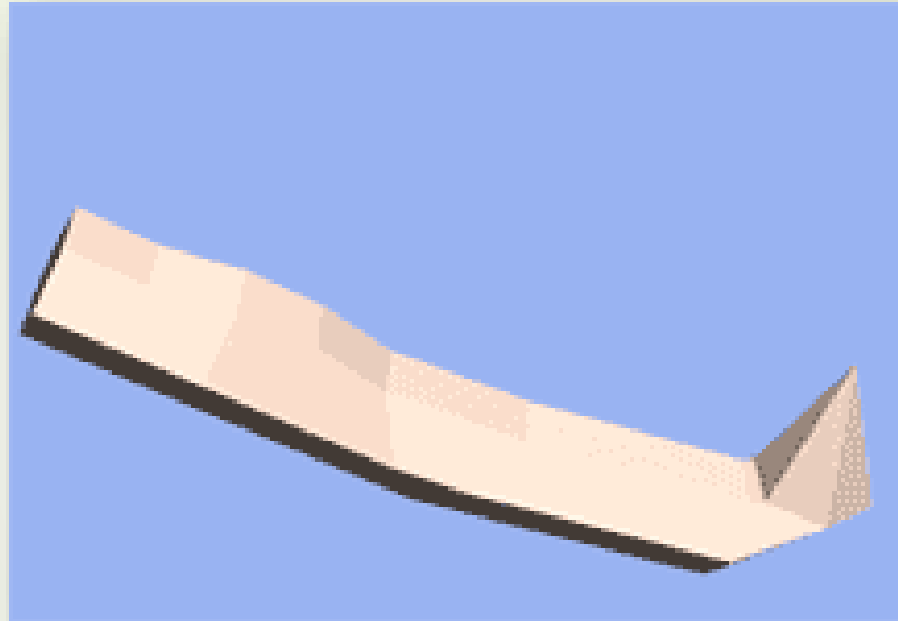


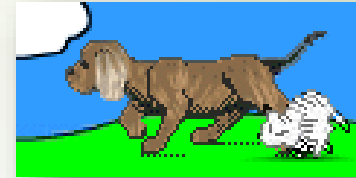
Οι κινήσεις των στερεών σωμάτων

1

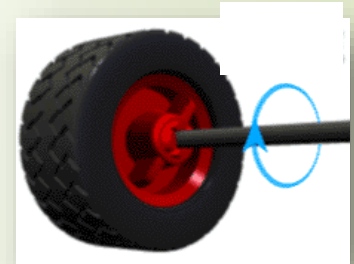


Ένα στερεό σώμα μπορεί να κάνει

- μεταφορική κίνηση



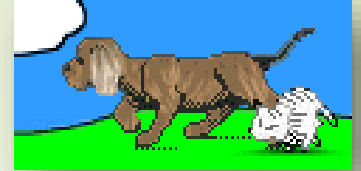
- στροφική (περιστροφική) κίνηση



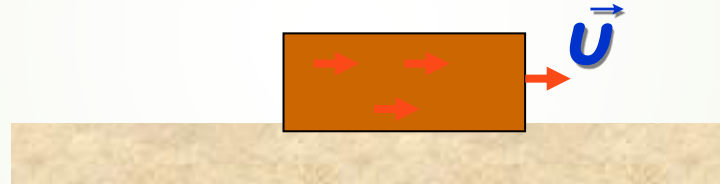
- σύνθετη κίνηση



Μεταφορική κίνηση



Ένα σώμα κάνει **μεταφορική κίνηση**, όταν σε κάθε χρονική στιγμή όλα **τα υλικά σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.**

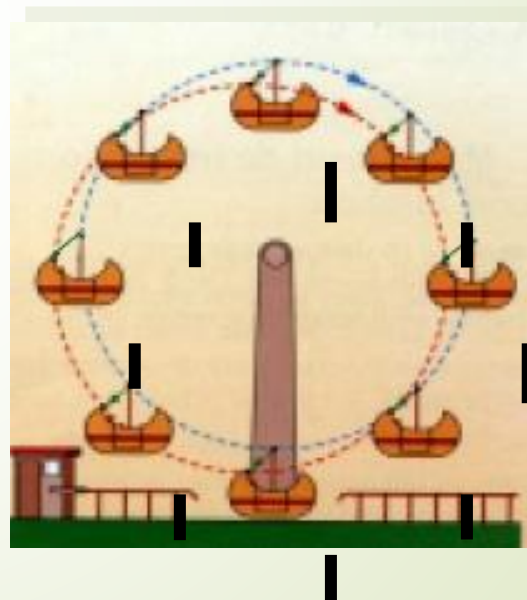
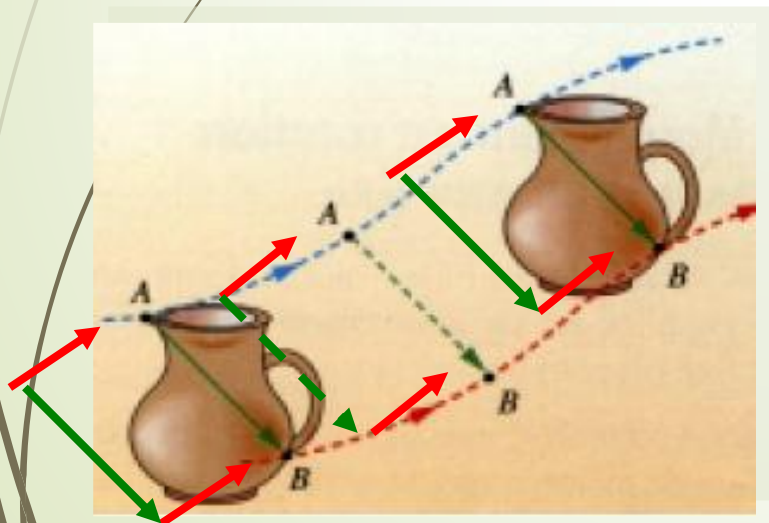


Η μεταφορική κίνηση δεν είναι απαραίτητα ευθύγραμμη, μπορεί να είναι και καμπυλόγραμμη.

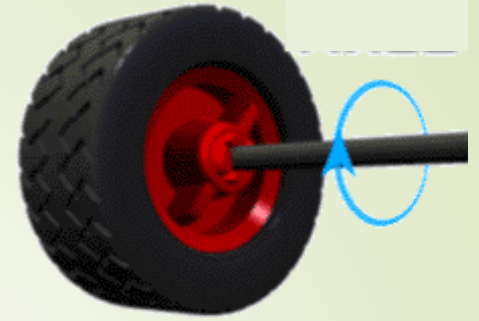
Όταν ένα στερεό κάνει μεταφορική κίνηση, τότε

4

- οι τροχιές όλων των σημείων του σώματος είναι παράλληλες.
- το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία του σώματος μετατοπίζεται παράλληλα προς τον εαυτό του.

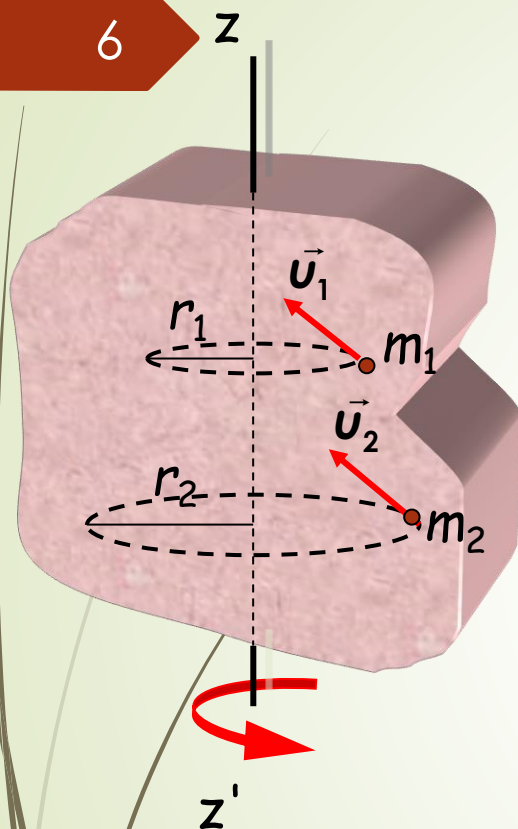


Στροφική κίνηση



Ένα σώμα κάνει **στροφική κίνηση**, όταν **αλλάζει προσανατολισμό** γύρω από έναν άξονα περιστροφής.

Η στροφική κίνηση **δεν** είναι κυκλική κίνηση.

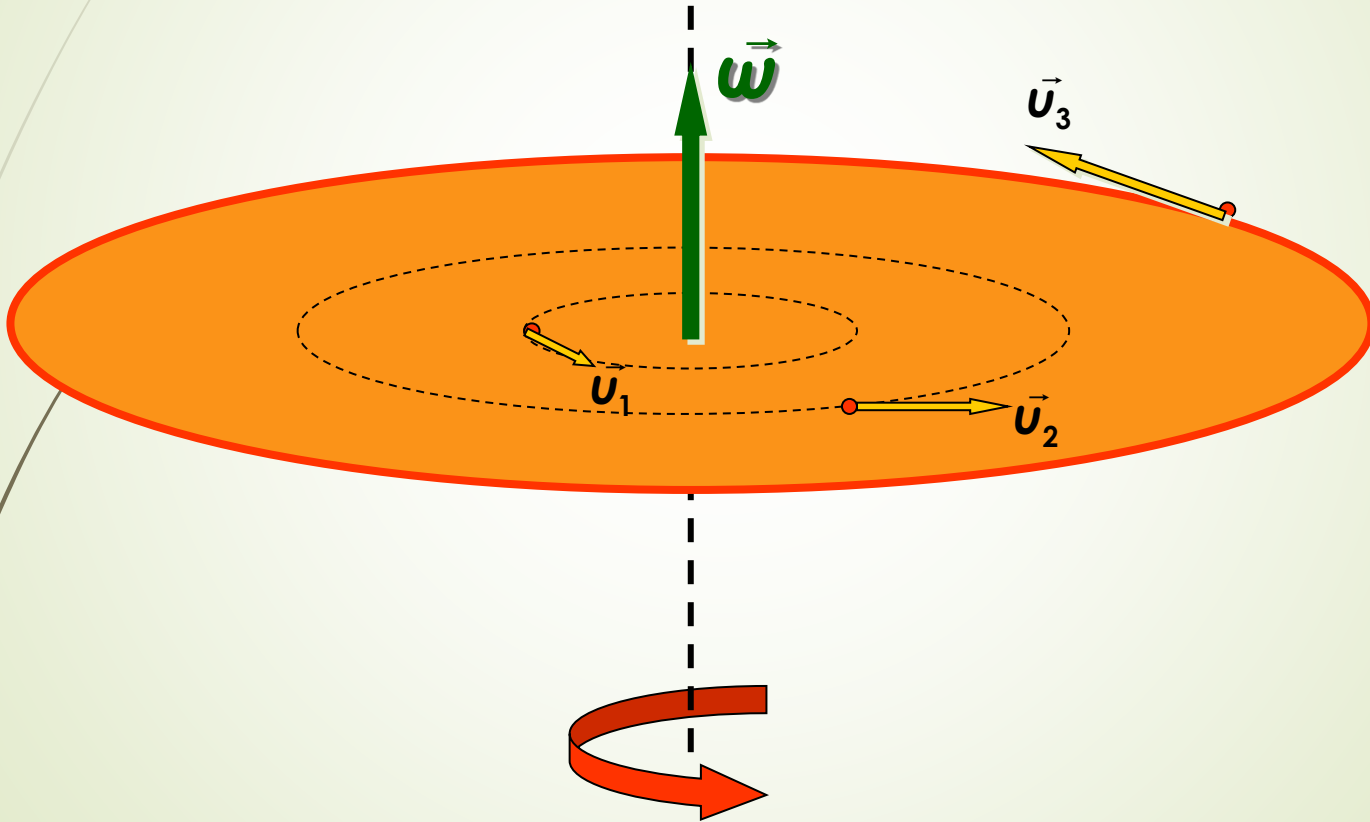


Στην περιγραφή της στροφικής κίνησης υπάρχει η ανάγκη της γεωμετρικής έννοιας **άξονας περιστροφής**, τα σημεία του οποίου παραμένουν ακίνητα.

Κάθε **υλικό σημείο** του σώματος εκτελεί **κυκλική κίνηση** το κέντρο της οποίας βρίσκεται στον συγκεκριμένο άξονα.

7

Σε ορισμένη χρονική στιγμή όλα τα υλικά σημεία του σώματος έχουν **διαφορετική γραμμική ταχύτητα $\vec{v}$** ($v_v = \omega \cdot r_v$), αλλά **ίδια γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$** .



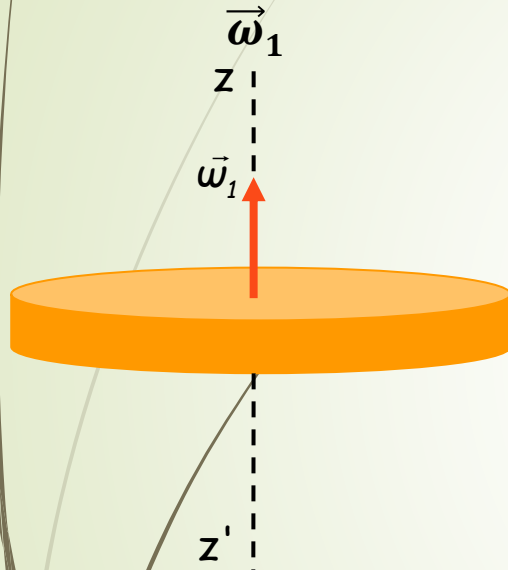
Ομαλή στροφική κίνηση

Αν η **γωνιακή ταχύτητα** ενός σώματος που στρέφεται γύρω από άξονα είναι **σταθερή** ($\vec{\omega} = \text{σταθ.}$), τότε το σώμα κάνει **ομαλή στροφική κίνηση**.

Μεταβαλλόμενη στροφορική κίνηση

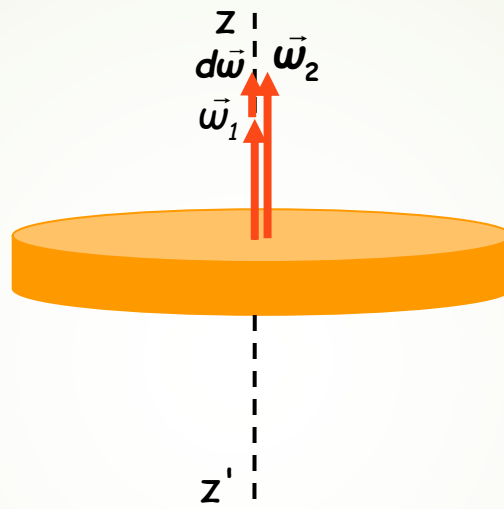
9

χρονική στιγμή t_1

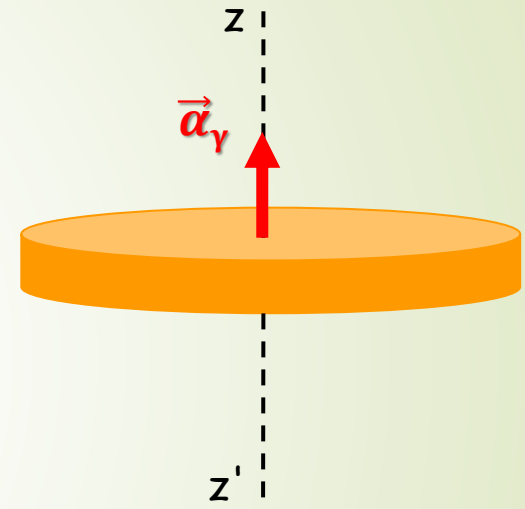


χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + dt$

$$\vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_1 + d\vec{\omega}$$



$$\vec{\alpha}_\gamma = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$



Αν $\vec{\alpha}_\gamma = \text{σταθ.}$, τότε το σώμα κάνει **ομαλά**
μεταβαλλόμενη στροφορική κίνηση.

$$\alpha_\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$$

$$\vec{\alpha}_\gamma \longrightarrow \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Γιατί επικεντρώνουμε σε αυτές
τις δύο μορφές κίνησης,
τη **ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ** και τη **ΣΤΡΟΦΙΚΗ**;
Τι γίνεται με ένα σώμα που εκτελεί
μια οποιαδήποτε κίνηση;



Υπάρχει λόγος που εστιάζουμε
σε αυτές τις δύο κινήσεις, γιατί

- η οποιαδήποτε κίνηση ενός στερεού μπορεί να αναλυθεί
- α. σε μια **ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ** κίνηση και
 - β. σε μια **ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗ** κίνηση.



Σύνθετη κίνηση

11



Ένα σώμα κάνει σύνθετη κίνηση, όταν μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του.

Μπορεί να μελετηθεί ως το αποτέλεσμα της σύνθεσης μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.





Το κέντρο μάζας

Τι είναι το κέντρο μάζας; Κάποιο υλικό σημείο του σώματος;

Και πού βρίσκεται;



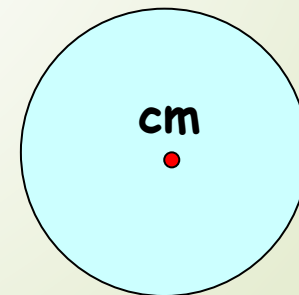
Όχι, δεν είναι υλικό σημείο.



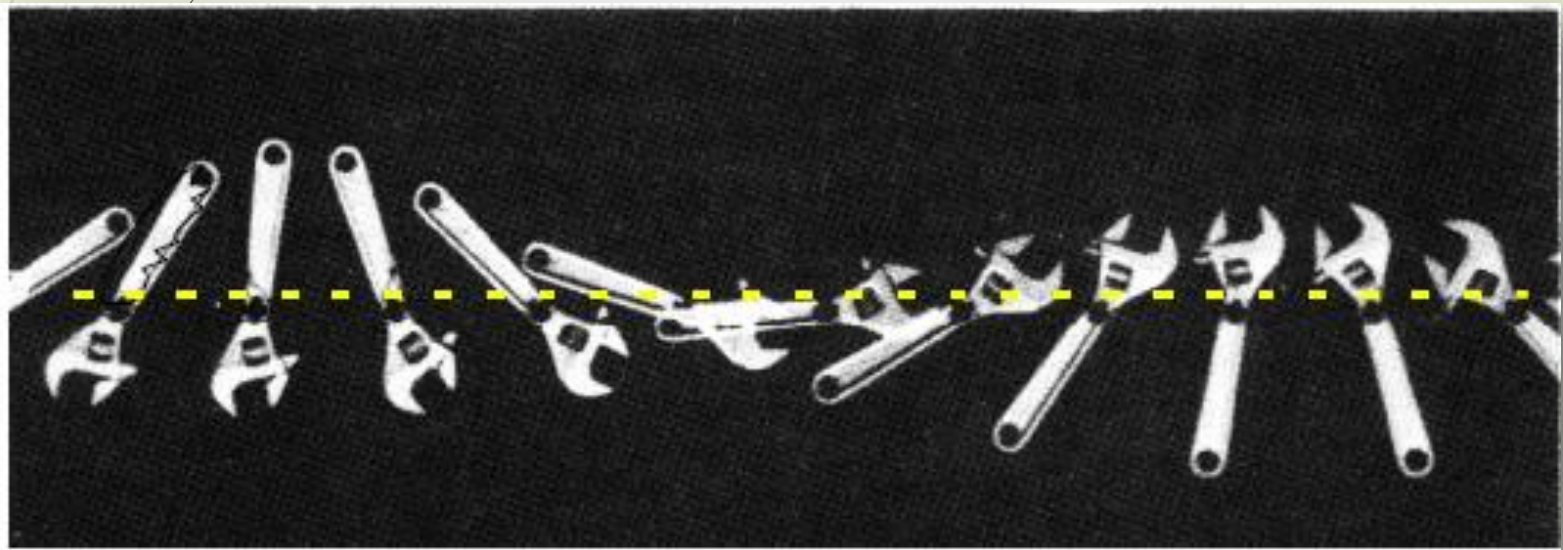
Είναι ένα γεωμετρικό σημείο.

π.χ. το κέντρο μάζας (cm) μιας ομογενούς σφαίρας συμπίπτει με το γεωμετρικό κέντρο της σφαίρας.

Η θέση του κέντρου μάζας προσδιορίζεται από το «πώς κατανέμεται» η μάζα του σώματος.



Κέντρο μάζας ενός στερεού σώματος είναι το σημείο εκείνο που κινείται όπως ένα υλικό σημείο, με μάζα ίση με τη μάζα του σώματος, αν σ' αυτό ασκούνται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (όποια κίνηση και αν κάνει το σώμα).



Το κέντρο βάρους είναι
ίδιο με το κέντρο μάζας:



Ας δούμε πρώτα, τι
είναι το κέντρο βάρους.



Κέντρο βάρους ενός στερεού σώματος
λέμε το σταθερό σημείο από το οποίο
διέρχεται ο φορέας του βάρους του
σώματος, οποιοδήποτε προσανατολισμό
και αν δώσουμε στο σώμα.

Η μελέτη της μεταφορικής κίνησης ανάγεται στη μελέτη της κίνησης του κέντρου μάζας και έτσι ισχύει: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_{cm}$

Τελικά, τι σχέση έχει το κέντρο μάζας με το κέντρο βάρους ενός σώματος;

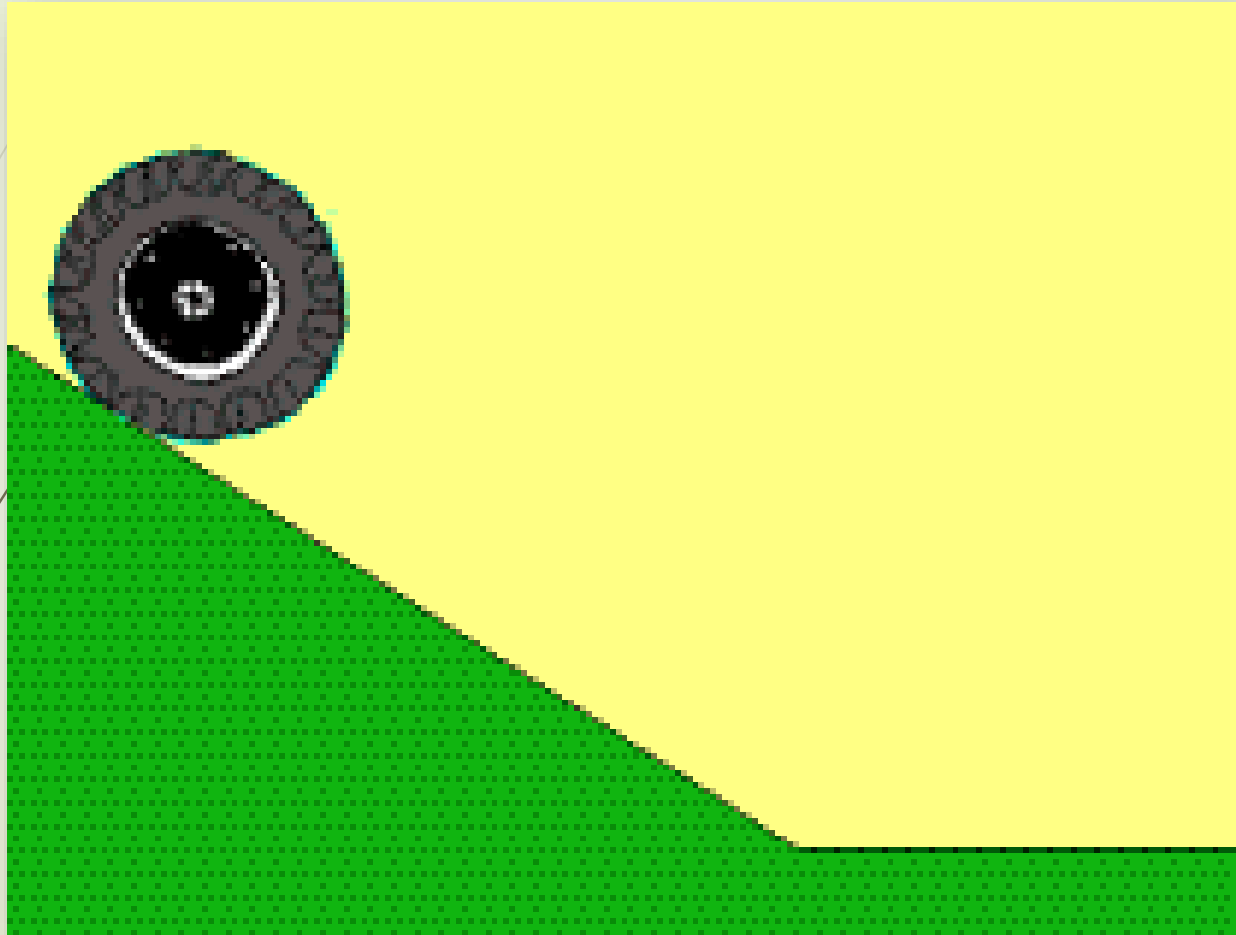


Εφόσον όλο το σώμα ή το σύστημα σωμάτων βρίσκεται σε ομογενές πεδίο βαρύτητας το κέντρο μάζας και το κέντρο βάρους συμπίπτουν.

Και βέβαια, το κέντρο μάζας μπορεί να είναι και εκτός του σώματος π.χ. σε ομογενές δαχτυλίδι.



Το φαινόμενο «Κύλιση»



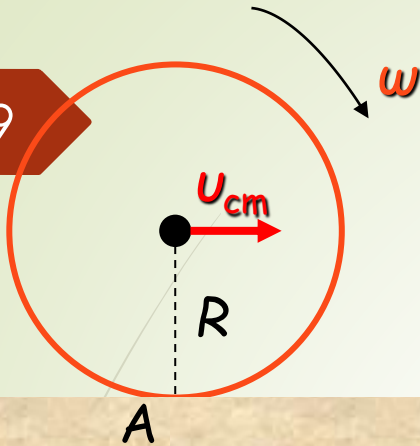
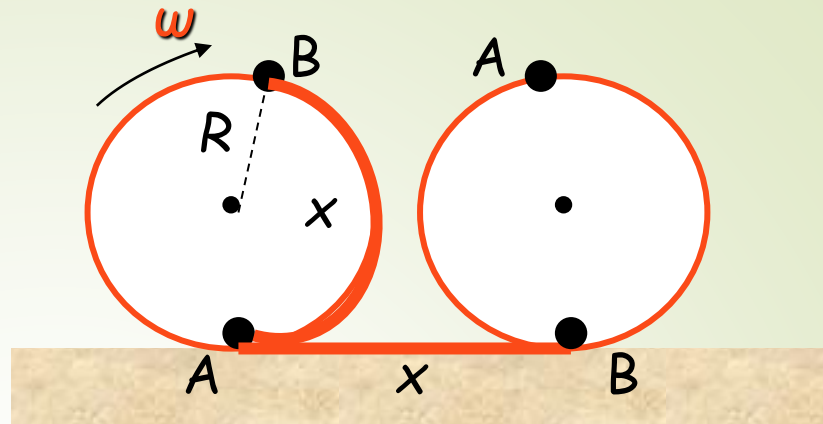
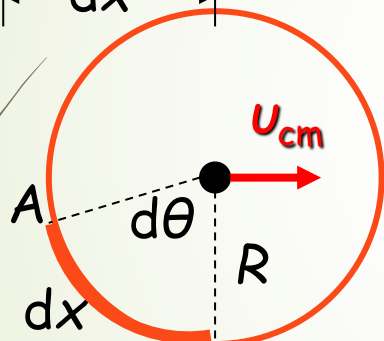
Τι είναι η
κύλιση;



Είναι η κίνηση που κάνει ένα σφαιρικό ή κυλινδρικό σώμα, όταν τα σημεία της περιφέρειάς του έρχονται διαδοχικά σε επαφή με την επιφάνεια και η ταχύτητά τους τη στιγμή της επαφής είναι μηδέν.



19


 $\leftarrow dx \rightarrow$


$$u_{cm} = \frac{dx}{dt} \text{ και } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$x = R \cdot \theta \rightarrow dx = R \cdot d\theta$$

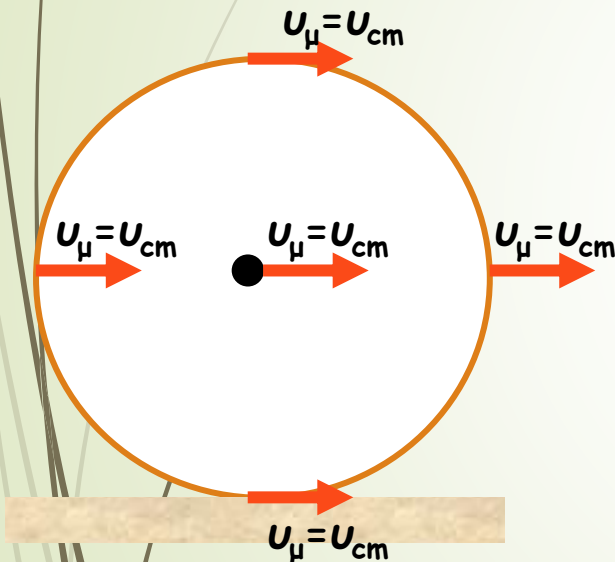
$$\frac{dx}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt} \rightarrow u_{cm} = \omega \cdot R = u$$

όπου u το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας του τροχού.

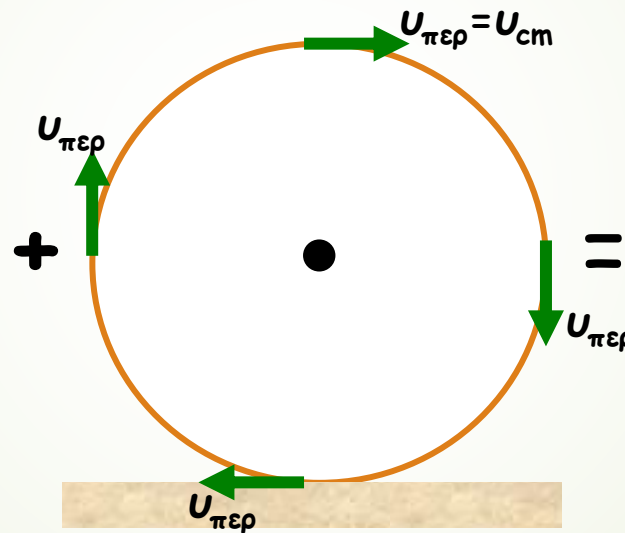
Κύλιση σε οριζόντιο επίπεδο (χωρίς ολίσθηση)

20

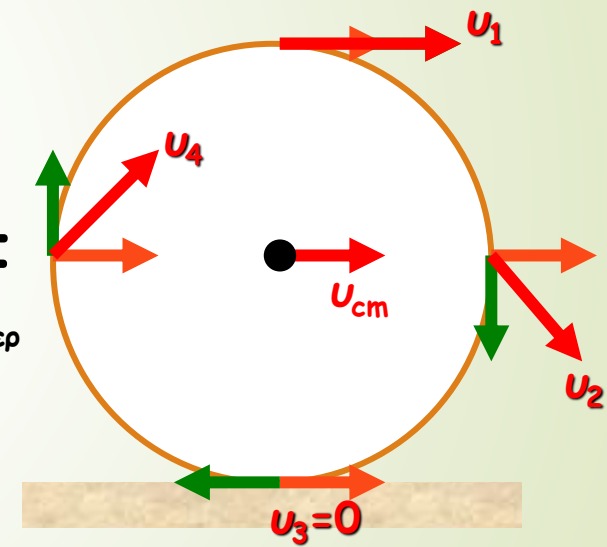
Μεταφορική κίνηση
με την ταχύτητα του
κέντρου μάζας



+ Περιστροφική
κίνηση περί άξονα
που περνά από το
κέντρο μάζας



= Σύνθετη κίνηση
(Κύλιση)

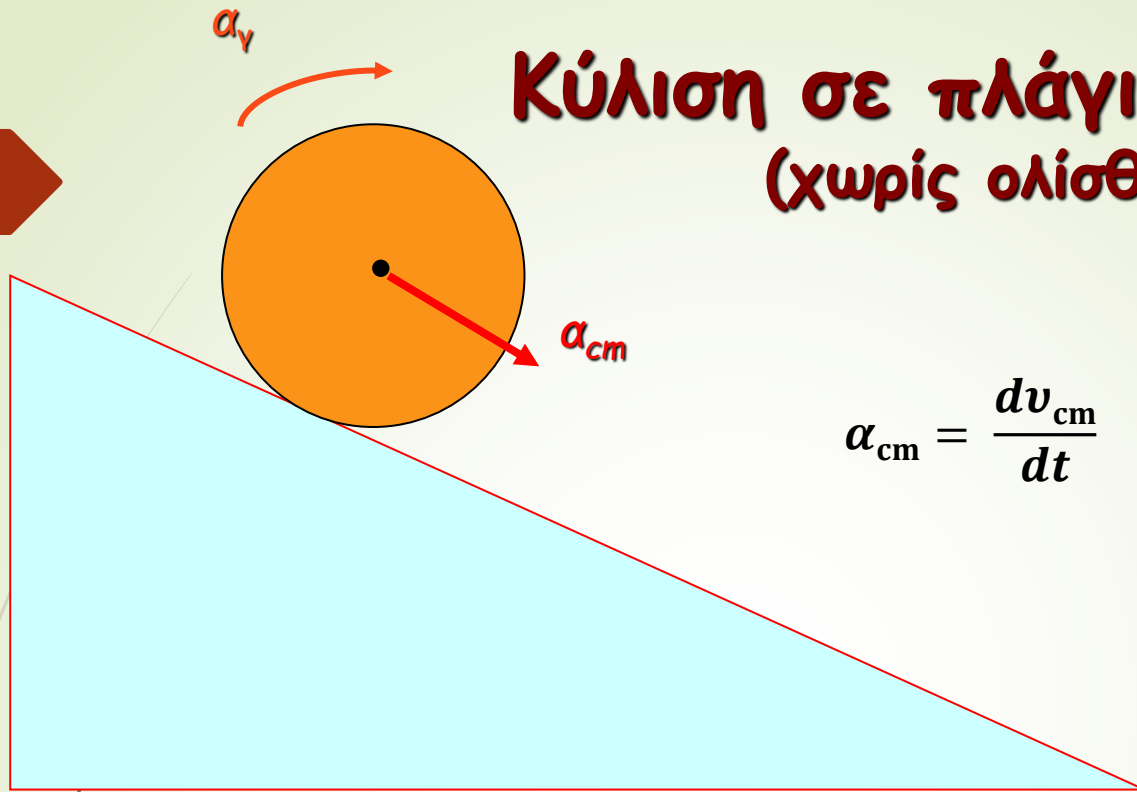


$$u_1 = 2u_{cm}$$

$$u_2 = u_4 = \sqrt{2}u_{cm}$$

$$u_3 = 0$$

Κύλιση σε πλάγιο επίπεδο (χωρίς ολίσθηση)



$$\alpha_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt} \quad \text{και} \quad \alpha_{\gamma} = \frac{d\omega}{dt}$$

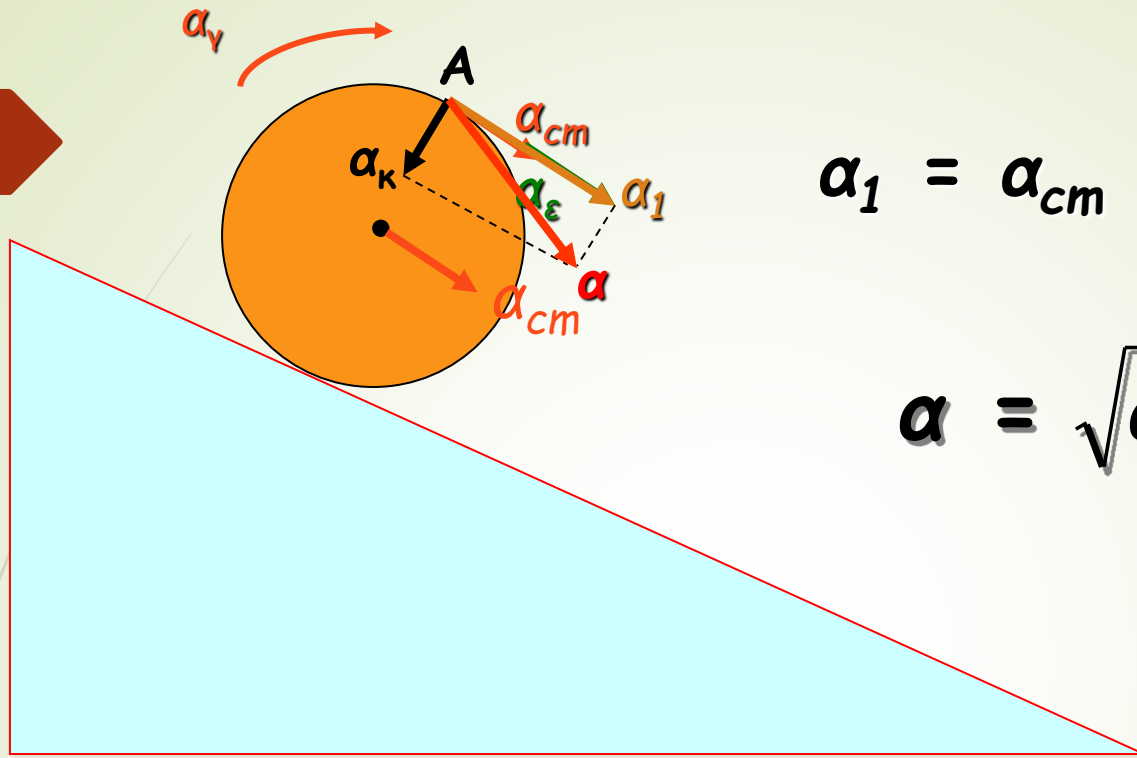
$$v_{cm} = R \cdot \omega$$

$$\longrightarrow dv_{cm} = R \cdot d\omega$$

$$\longrightarrow \frac{dv_{cm}}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

$$a_{cm} = R \cdot \alpha_{\gamma} = \alpha_{\epsilon}$$

όπου α_{ϵ} το μέτρο της επιτροχίας
(γραμμικής) επιτάχυνσης των
σημείων της περιφέρειας του τροχού.



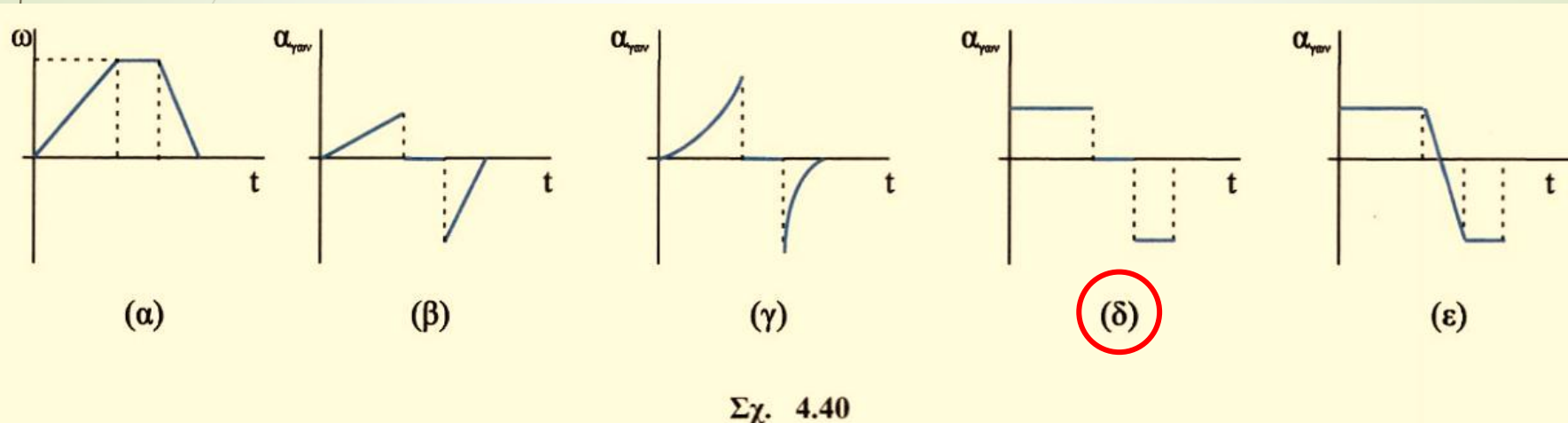
$$\alpha_1 = \alpha_{cm} + \alpha_\epsilon = 2\alpha_{cm}$$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_K^2}$$



Ερωτήσεις - Ασκήσεις Σχολικού Βιβλίου

4.1 Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ενός τροχού μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο σχ. 4.40(α). Ποιο από τα διαγράμματα (β), (γ), (δ), (ε) παριστάνει τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού σε συνάρτηση με το χρόνο;



4.2 Ένα σώμα κάνει ομαλή στροφική κίνηση. Ποια είναι η γωνιακή του επιτάχυνση;

$$\vec{\alpha}_γ = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = 0$$

4.3 Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του. Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 4.41. Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή;

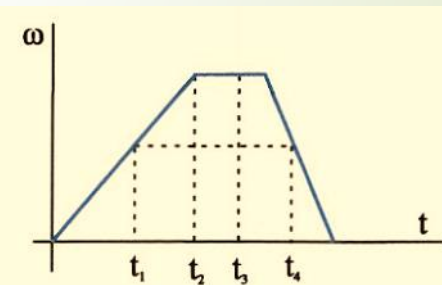
α. Η γωνιακή επιτάχυνση το χρονικό διάστημα t_1 - t_2 αυξάνεται.

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4 είναι μικρότερο απ' ό,τι τη χρονική στιγμή t_1 .

γ. Τη χρονική στιγμή t_1 το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει τη χρονική στιγμή t_4 .

δ. Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή

επιτάχυνση έχει μέτρο μεγαλύτερο απ' ό,τι τη χρονική στιγμή t_1 .



Σχ. 4.41

4.4 Ένα στερεό στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Θεωρήστε δύο στοιχειώδεις μάζες του σώματος σε διαφορετικές αποστάσεις από τον άξονα περιστροφής. Ποια από τα μεγέθη

α. γραμμική ταχύτητα, β. γωνιακή ταχύτητα, γ. γωνιακή επιτάχυνση και δ. κεντρομόλος επιτάχυνση, έχουν την ίδια τιμή για τις δύο μάζες;

4.5 Είναι δυνατό ένα σώμα να έχει, μια χρονική στιγμή, γωνιακή ταχύτητα μηδέν και γωνιακή επιτάχυνση διαφορετική από μηδέν;

ναι

4.6 Ένα στερεό κάνει σύνθετη κίνηση. Υπάρχει κάποιο σημείο του στερεού, έξω από τον άξονα περιστροφής του, που έχει πάντα την ίδια ταχύτητα με το κέντρο μάζας; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

όχι, $\vec{v} = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{περ.}$



Study4exams.gr



**Ερωτήσεις - Ασκήσεις
εκτός βιβλίου**

1. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν v_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R , έχει μέτρο

α. v_{cm} .

β. $2v_{cm}$.

γ. 0.

δ. $\sqrt{2}v_{cm}$.

Επαν. Ημερ. 2005

2. Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του

α. ταχύτητα αυξάνεται.

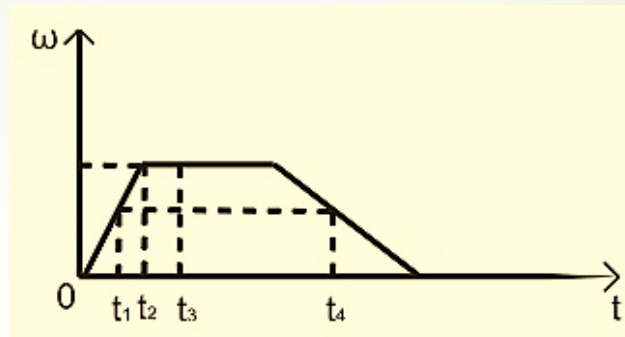
γ. επιτάχυνση αυξάνεται.

β. ταχύτητα μένει σταθερή.

δ. επιτάχυνση μειώνεται.

Ομογ. 2010

3. Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος.



Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 .

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4 .

γ. Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.

δ. Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή t_1 έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_4 .

4. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι Δ_1 και Δ_2 με ακτίνες R και $2R$, κυλίνουν σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες 3ω και ω , αντίστοιχα. Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων Δ_1 και Δ_2 , είναι

☒ α. $\frac{3}{2}$.

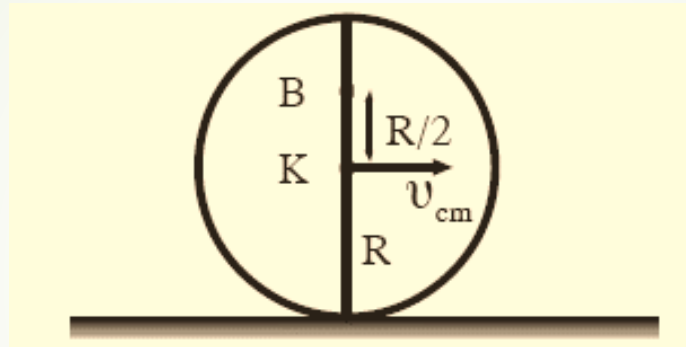
☐ β. $\frac{1}{2}$.

☐ γ. 1.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2004

5. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του K είναι v_{cm} .



Α. Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση $\frac{R}{2}$ από το K θα είναι

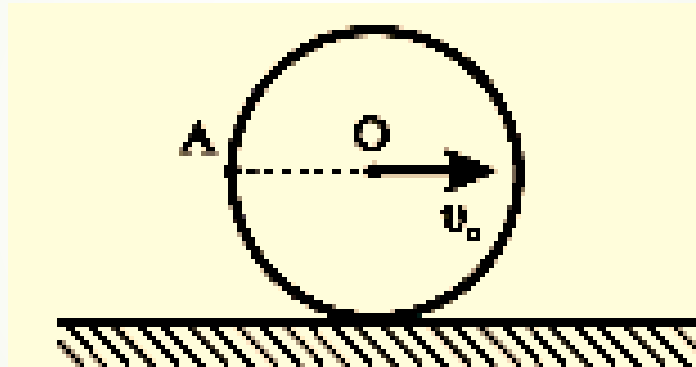
α. $\frac{3}{2} v_{cm}$.

β. $\frac{2}{3} v_{cm}$.

γ. $\frac{5}{2} v_{cm}$.

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

6. Ο δίσκος του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του O είναι u_0 . Το σημείο A βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το AO είναι οριζόντιο.



Η ταχύτητα του σημείου A έχει μέτρο

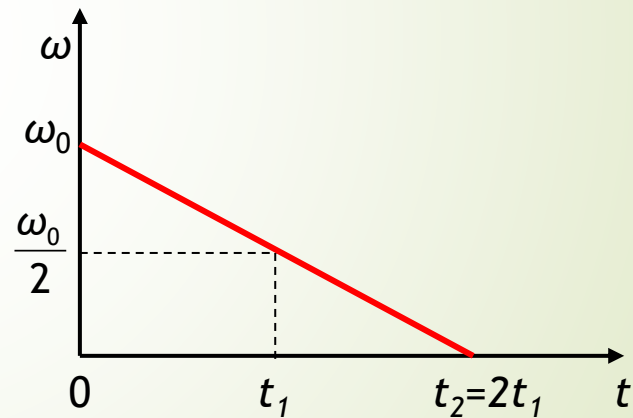
α. $u_A = 2u_0$.

β. $u_A = \sqrt{2} u_0$.

γ. $u_A = u_0$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

7. Ένας ομογενής δίσκος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο δίσκος αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά. Τη χρονική στιγμή t_1 η γωνιακή ταχύτητα έχει ελαττωθεί στο μισό της αρχικής τιμής και ο δίσκος έχει εκτελέσει N_1 περιστροφές. Από τη στιγμή αυτή και μέχρι τη στιγμή t_2 που θα σταματήσει, ο δίσκος εκτελεί N_2 περιστροφές. Ο λόγος των περιστροφών είναι:



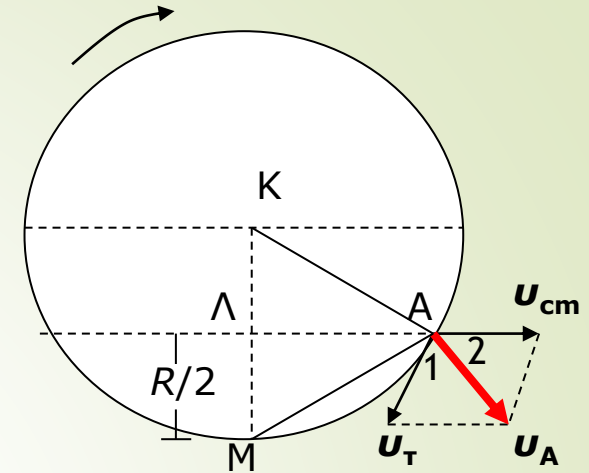
α. $\frac{N_1}{N_2} = 1.$

β. $\frac{N_1}{N_2} = 2.$

γ. $\frac{N_1}{N_2} = 3.$

36

8. Ο τροχός του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Το σημείο A της περιφέρειας του τροχού απέχει $\frac{R}{2}$ από το επίπεδο. Αν u_t είναι η ταχύτητα λόγω περιστροφής του σημείου A, u_{cm} είναι η ταχύτητα του κέντρου K του τροχού και u_A είναι η ταχύτητα του σημείου A, τότε για τα μέτρα των παραπάνω ταχυτήτων ισχύει:



α. $u_A = u_{cm}$.

β. $u_A = 2u_{cm}$.

γ. $u_A = \sqrt{2}u_{cm}$.

1η λύση

τριγ. ΚΛΑ=τριγ. ΜΛΑ, άρα $MA=KA=R$, δηλ. ΚΜΑ=ισόπλευρο

γων. ΜΚΑ+γων. $u_\tau u_{cm}=180^\circ$ (πλευρές κάθετες και η μία αμβλεία), άρα $A_1+A_2=120^\circ$.

$$u_A = \sqrt{u_\tau^2 + u_{cm}^2 + 2u_\tau \cdot u_{cm} \cos 120} = u_{cm}$$

2η λύση

τριγ. ΚΛΑ=τριγ. ΜΛΑ, άρα $MA=KA=R$, δηλ. ΚΜΑ=ισόπλευρο

γων. ΛΑ u_τ = γων. ΜΚΑ(πλευρές κάθετες) = 60° .

Επίσης $A_1 = A_2 = 60^\circ$.

