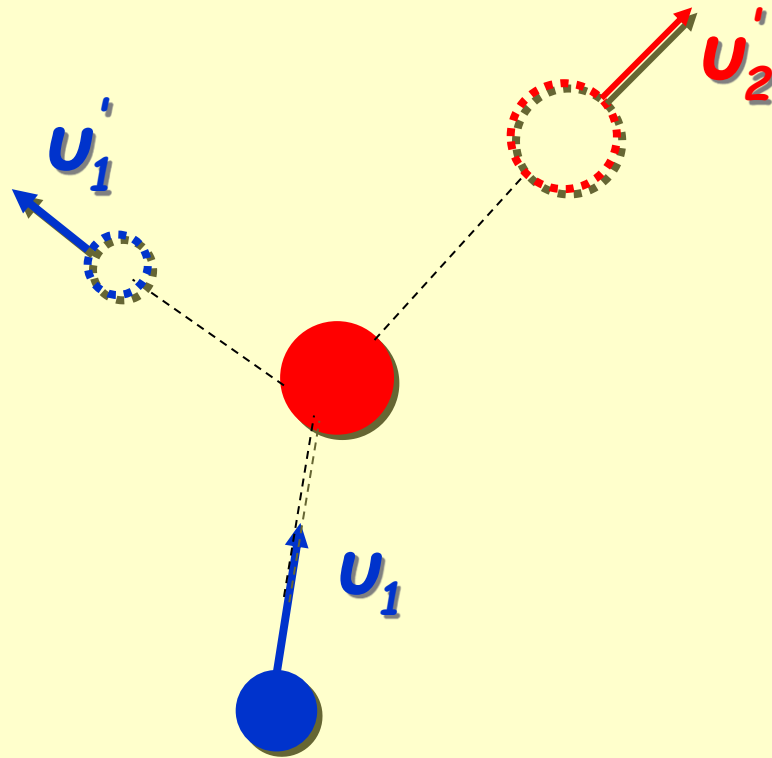


Κρούσεις σωμάτων

The mass of the big fish is 4X the mass of the little fish.
Speed of Small Fish = 5 km/hr

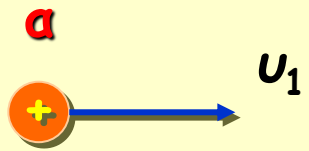


Στη **Μηχανική**, κρούση ονομάζουμε το φαινόμενο κατά το οποίο δύο ή περισσότερα σώματα έρχονται σε επαφή μεταξύ τους για πολύ μικρό χρονικό διάστημα, κατά τη διάρκεια του οποίου αναπτύσσονται ισχυρές δυνάμεις.

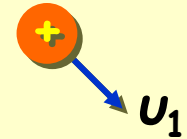
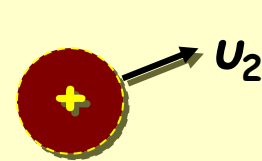
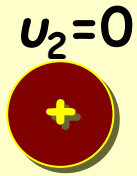


Στην Πυρηνική Φυσική με τον όρο κρούση περιλαμβάνονται και τα φαινόμενα στα οποία τα σώματα αλληλεπιδρούν χωρίς να έρχονται σε επαφή, επειδή αναπτύσσονται ισχυρές απωστικές δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.

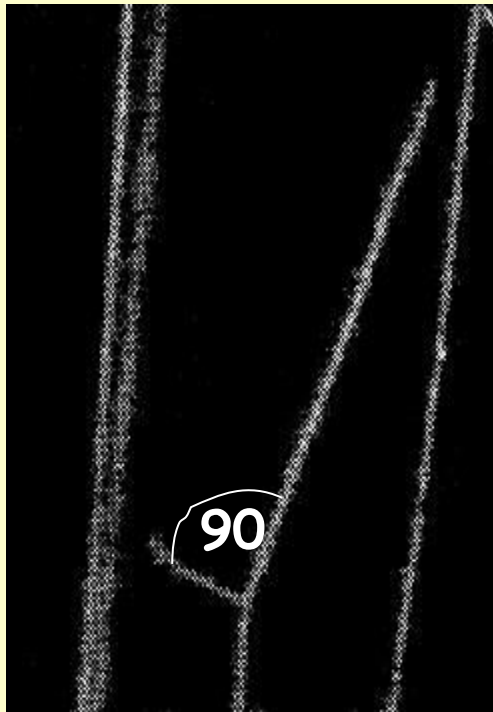
Στη σύγχρονη φυσική το φαινόμενο αυτό ονομάζεται σκέδαση.



πριν



μετά

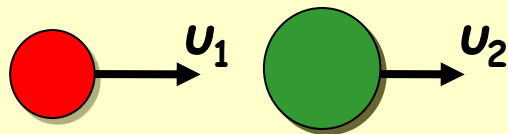


σύγκρουση
σωματίων α

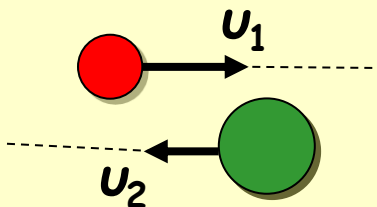
Είδη κρούσεων

(με κριτήριο τις διευθύνσεις κίνησης των σωμάτων πριν την κρούση)

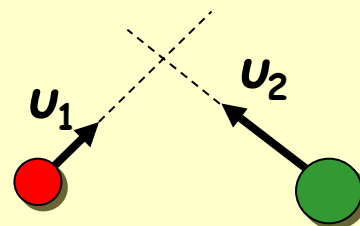
Κεντρική



Έκκεντρη

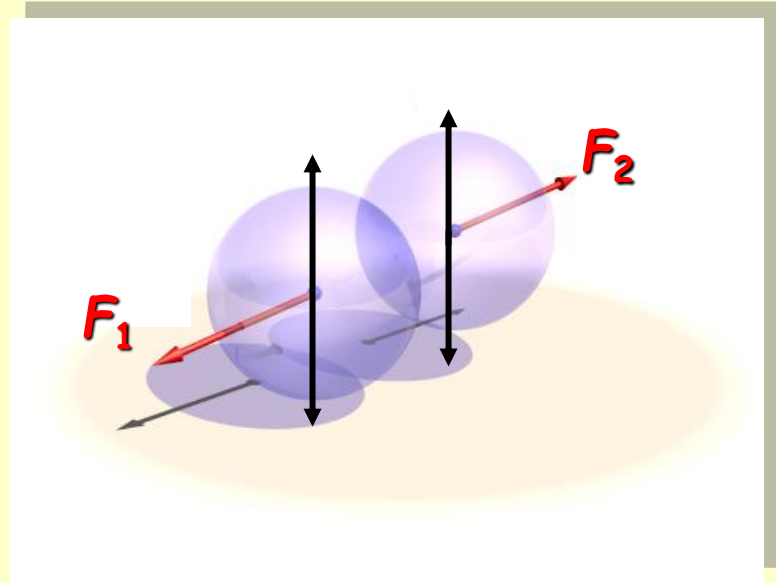


Πλάγια 



Η διατήρηση της ορμής στις κρούσεις

Οι εσωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στη διάρκεια μιας κρούσης είναι πολύ ισχυρότερες από τις τυχόν υπάρχουσες εξωτερικές δυνάμεις (βάρη των σωμάτων).



$$\sum \vec{F}_{\varepsilon\xi} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0 \quad \text{άρα} \quad \Delta \vec{p} = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{p}_\alpha = \vec{p}_\tau$$

Σε κάθε είδος κρούσης, η ορμή του συστήματος διατηρείται.

Είδη κρούσεων
(με κριτήριο τη διατήρηση της ολικής κινητικής ενέργειας)

Ελαστική
(διατήρηση $E_{\text{κιν}}$)

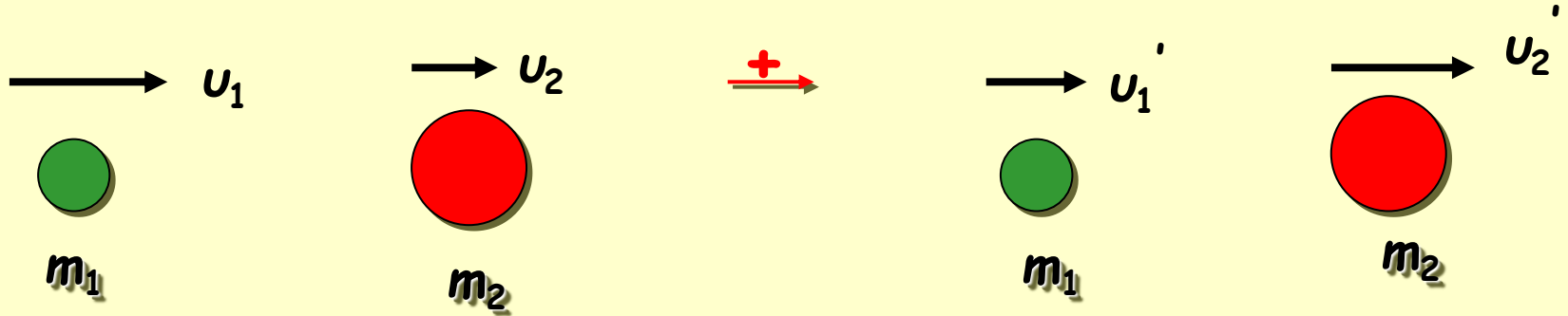


Ανελαστική
(Μη διατήρηση $E_{\text{κιν}}$)

Πλαστική
(δημιουργία συσσωματώματος)



Μελέτη της Κεντρικής Ελαστικής Κρούσης δύο Σφαιρών



πριν την κρούση

μετά την κρούση

$$\vec{p}_a = \vec{p}_t \quad m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u_1' + m_2 u_2' \quad (1)$$

$$K_a = K_t \quad \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow m_1 (u_1 - u_1') = m_2 (u_2' - u_2) \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow m_1 (u_1^2 - u_1'^2) = m_2 (u_2'^2 - u_2^2) \Rightarrow$$

$$m_1 (u_1 + u_1') (u_1 - u_1') = m_2 (u_2' + u_2) (u_2' - u_2) \quad (4)$$

$$\frac{(4)}{(3)} \Rightarrow u_1 + u_1' = u_2' + u_2 \Rightarrow u_2' = u_1 + u_1' - u_2 \quad (5)$$

$$(3) \stackrel{(5)}{\Rightarrow} m_1 u_1 - m_1 u_1' = m_2 (u_1 + u_1' - u_2 - u_2')$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) u_1' = m_1 u_1 - m_2 u_1 + 2m_2 u_2$$

Ταχύτητες μετά την κρούση

$$u_1' = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2}{m_1 + m_2}$$

$$u_2' = \frac{(m_2 - m_1)u_2 + 2m_1u_1}{m_1 + m_2}$$

Διερεύνηση

- **!!!!** Στην περίπτωση που $m_1 = m_2$, τότε οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.

$$u_1' = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2}{m_1 + m_2}$$

$$u_2' = \frac{(m_2 - m_1)u_2 + 2m_1u_1}{m_1 + m_2}$$

$$u_1' = u_2$$

$$u_2' = u_1$$

• Όταν $u_2=0$, τότε $u_1' = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2}{m_1 + m_2}$

$$u_2' = \frac{(m_2 - m_1)u_2 + 2m_1u_1}{m_1 + m_2}$$

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$$

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

Κάποιες πιο ειδικές περιπτώσεις (όταν $u_2=0$)

α) $m_1 \gg m_2$

β) $m_1 \ll m_2$

$$u_1' = u_1 \quad u_2' = 2u_1$$

$$u_1' = -u_1 \quad u_2' \rightarrow 0$$

Πλάγια ελαστική κρούση σφαίρας με τοίχο

$$u_x = -u'_x$$

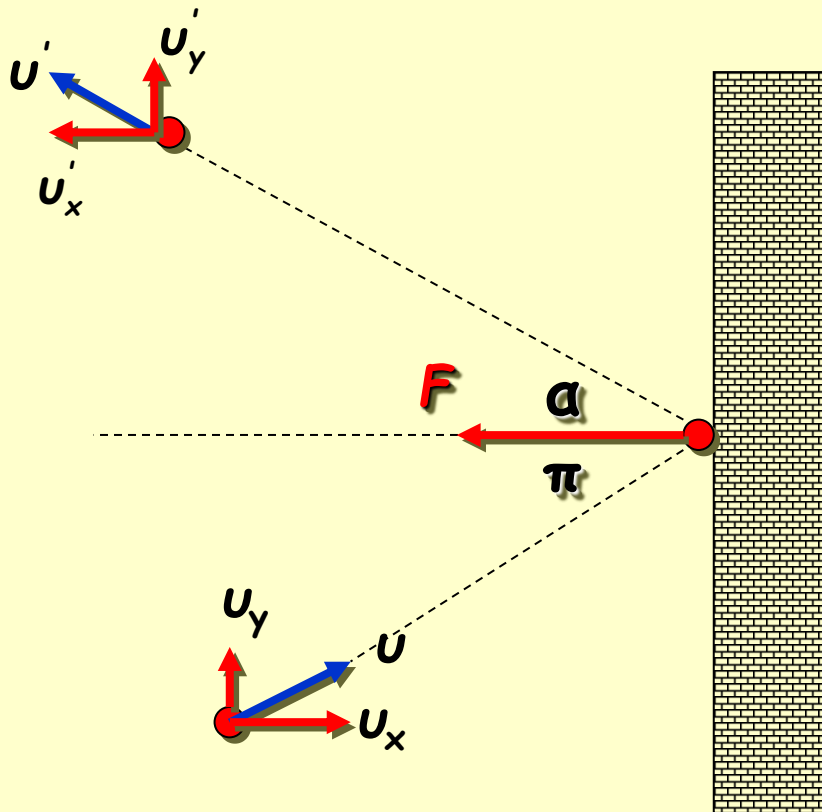
$$u_y = u'_y$$

$$u = u'$$

$$\eta_{\mu\pi} = \frac{u_y}{u}$$

$$\eta_{\mu\alpha} = \frac{u'_y}{u'}$$

γωνία $\alpha \equiv$ γωνία π

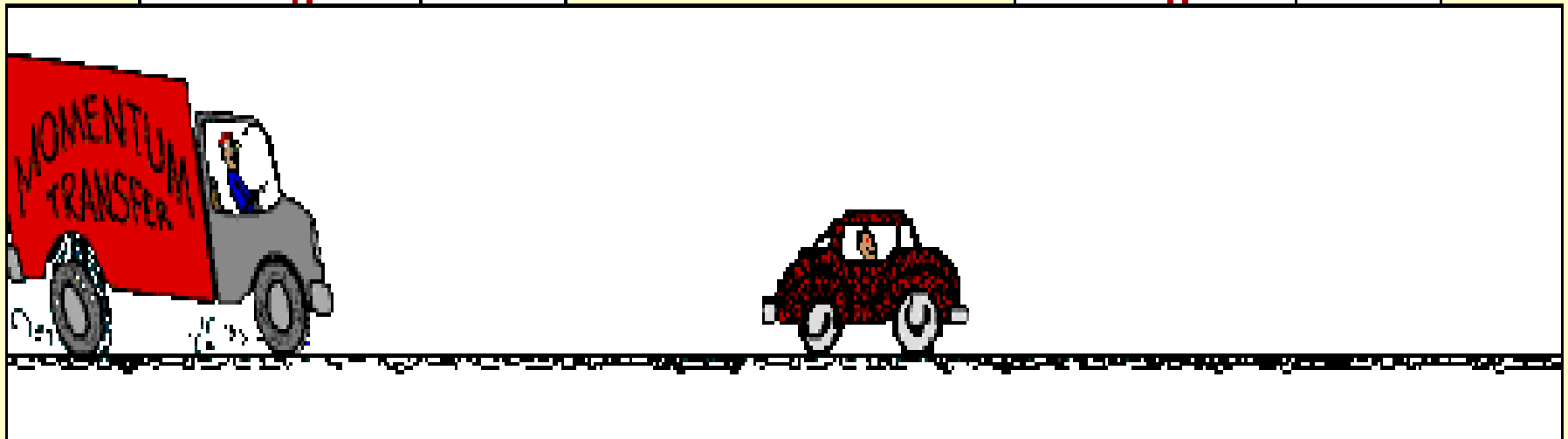


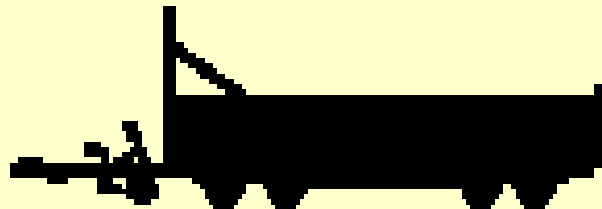
Truck

mass (kg)	3000
vel. (m/s)	20.0
mom. (kg m/s)	60 000

Car

mass (kg)	1000
vel. (m/s)	0.0
mom. (kg m/s)	0



Diesel		Flatcar	
Vel. (km/hr)	5	Vel. (km/hr)	0
Mom. (kg km/hr)	40 000	Mom. (kg km/hr)	0
			

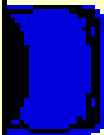


Blue Car

mass (kg)	1000
vel. (m/s)	20.0, East
mom. (kg m/s)	20 000, East

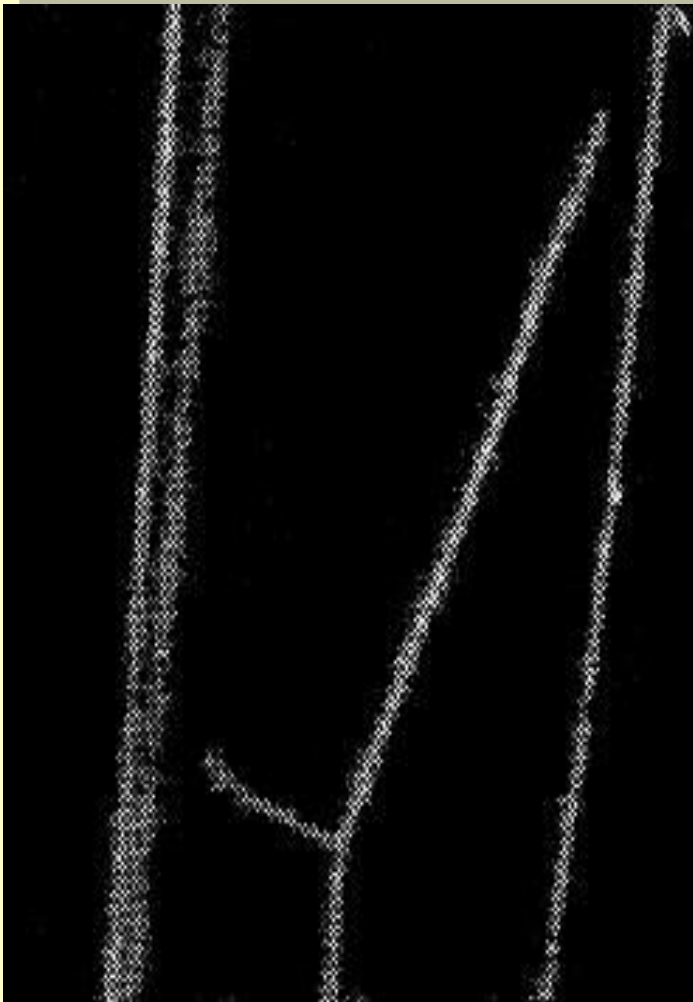
Red Car

mass (kg)	1000
vel. (m/s)	10.0, North
mom. (kg m/s)	10 000, North

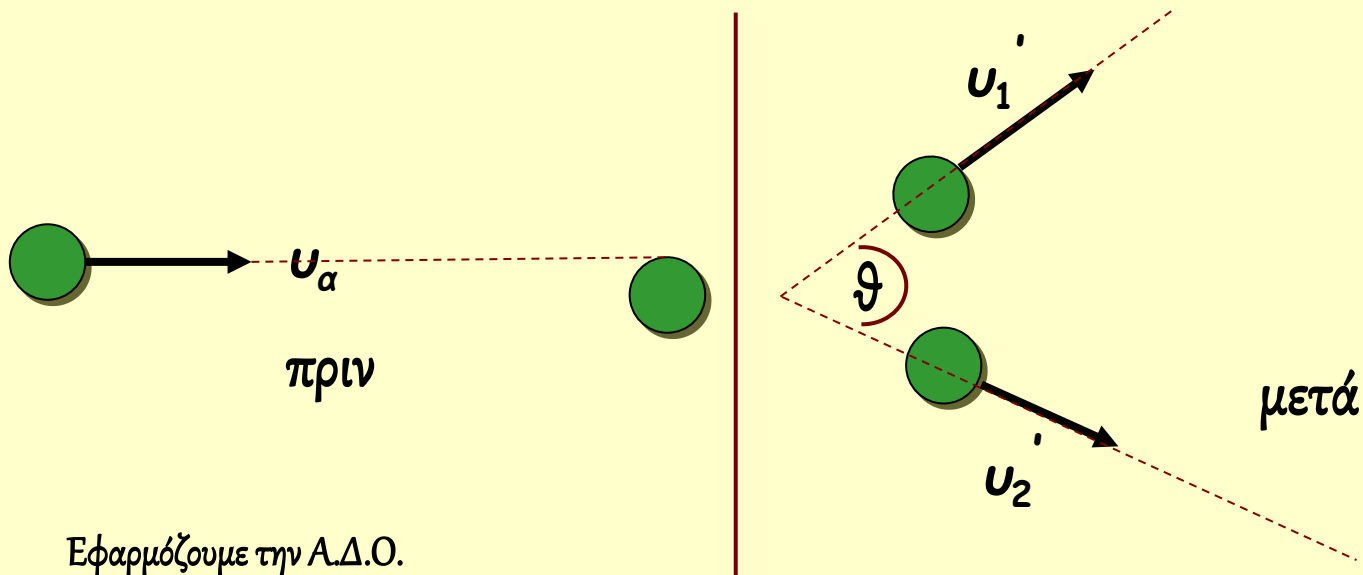


Εφαρμογές





Σωματίο a κινούμενο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται με ακίνητο σωματίο A πλάγια ελαστικά. Να υπολογίσετε τη γωνία που θα σχηματίζουν οι κατευθύνσεις των δύο σωματίων μετά την κρούση.



Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο.

$$\overrightarrow{p_{ολ.(αρχ.)}} = \overrightarrow{p_{ολ.(τελ.)}} \Rightarrow \overrightarrow{p_{α(αρχ.)}} = \overrightarrow{p'_1} + \overrightarrow{p'_2}$$

$$\Rightarrow m \cdot u_\alpha = \sqrt{m^2 \cdot u_1'^2 + m^2 \cdot u_2'^2 + 2 \cdot m^2 \cdot u_1' \cdot u_2' \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \cancel{m^2} \cdot u_\alpha^2 = \cancel{m^2} \cdot u_1'^2 + \cancel{m^2} \cdot u_2'^2 + 2 \cdot \cancel{m^2} \cdot u_1' \cdot u_2' \cos \theta$$

$$\Rightarrow u_\alpha^2 = u_1'^2 + u_2'^2 + 2 \cdot u_1' \cdot u_2' \cos \theta \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική ισχύει :

$$K_{ολ.αρχ.} = K_{ολ.τελ.} \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2} m \cdot u_\alpha^2} = \cancel{\frac{1}{2} m \cdot u_1'^2} + \cancel{\frac{1}{2} m \cdot u_2'^2}$$

$$\Rightarrow u_\alpha^2 = u_1'^2 + u_2'^2 \quad (2)$$

$$\begin{array}{lcl}
 \cancel{v_\alpha^2} = \cancel{v_1'^2} + \cancel{v_2'^2} + 2 \cdot v_1' \cdot v_2' \sigma \nu \nu \theta & (1) & \\
 v_\alpha^2 = v_1'^2 + v_2'^2 & (2) &
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot v_1' \cdot v_2' \sigma \nu \nu \theta = 0 \\ \sigma \nu \nu \theta = 0 \end{array}$$

Αρα: $\vartheta = 90^\circ$ ή $\pi/2$

1. Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή

α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας

β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών

γ. η ορμή κάθε σφαίρας

δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

Ομογ. 2002

2. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ$. Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $2υ$. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι

α. 0.

β. mu .

γ. $2mu$.

δ. $3mu$.

Επαν. Ημερ. 2007

3. Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν

α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.

β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.

δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

Ημερ. 2005

4. Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών

α. είναι πάντα μη κεντρική.

β. είναι πάντα πλαστική.

γ. είναι πάντα κεντρική.

δ. είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.

Επαν. Ημερ. 2009

5. Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε
α. η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.

β. η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.

γ. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

δ. η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

Επαν. Ημερ. 2010

6. Σφαίρα μάζας m_1 , κινούμενη με ταχύτητα $\vec{u}_1$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 . Οι ταχύτητες $\vec{u}_1'$ και $\vec{u}_2'$ των σφαιρών μετά την κρούση

- α. έχουν πάντα την ίδια φορά.
- β. σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90° .
- γ. έχουν πάντα αντίθετη φορά.
- δ. έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

Επαν. Ημερ. 2012

7. Σε μία ελαστική κρούση

α. η ορμή και η ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρούνται σταθερές.

β. η ορμή του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.

γ. η ορμή του συστήματος των σωμάτων μειώνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται.

δ. η ορμή του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.

Ομογ. 2012

8. Σφαίρα A μάζας m_A συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα B μάζας m_B . Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από την A στη B μετά την κρούση γίνεται μέγιστο όταν

α. $m_A = m_B$

β. $m_A < m_B$

γ. $m_A > m_B$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2004

9. Ακίνητο σώμα Σ μάζας M βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v=100 \text{ m/s}$ σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ και σφηνώνεται σ' αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

είναι $V=2 \text{ m/s}$, τότε ο λόγος των μαζών M/m είναι ίσος με

α. 50.

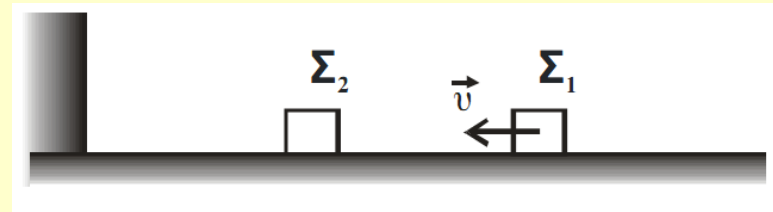
β. $1/25$.

γ. 49.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2008

10. Στο διπλανό σχήματα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 είναι όμοια,



το δάπεδο είναι λείο και οριζόντιο και το κατακόρυφο τοίχωμα είναι λείο και ακλόνητο. Το Σ_2 είναι αρχικά ακίνητο και το Σ_1 κινείται προς το Σ_2 με ταχύτητα $\vec{U}$.

Οι κρούσεις μεταξύ των Σ_1 και Σ_2 είναι κεντρικές και ελαστικές και η κρούση του Σ_2 με το τοίχωμα είναι ελαστική. Μετά από όλες τις κρούσεις που θα μεσολαβήσουν

α. το Σ_1 κινείται με ταχύτητα $-\vec{U}$, ενώ το Σ_2 είναι ακίνητο.

β. τα Σ_1 και Σ_2 κινούνται με ταχύτητα $-\frac{\vec{U}}{2}$.

γ. το Σ_1 ακινητοποιείται, ενώ το Σ_2 κινείται με ταχύτητα $2\vec{U}$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2011