

ΚΥΜΑΤΑ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Κατά τη διάδοση ενός μηχανικού κύματος σε ένα ελαστικό μέσο

- α. μεταφέρεται ενέργεια και ύλη
- β. μεταφέρεται ύλη
- γ. μεταφέρεται ορμή και ύλη
- δ. μεταφέρεται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα

2. Σ' ένα αρμονικό κύμα η συχνότητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου

- α. εξαρτάται από το είδος του κύματος (εγκάρσιο ή διαμήκες)
- β. είναι ίση με τη συχνότητα της πηγής
- γ. εξαρτάται από τη μοριακή μάζα των μορίων του μέσου
- δ. εξαρτάται από το είδος των δεσμών μεταξύ των μορίων του μέσου

3. Σ' ένα εγκάρσιο κύμα

- α. η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v = \lambda T$
- β. η $v_{\max}$ ταλάντωσης των μορίων του μέσου δίνεται από τη σχέση $v_{\max} = \lambda f$
- γ. τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κατά τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
- δ. τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος

4. Σ' ένα διαμήκες κύμα

- α. τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται κατά τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
- β. η $v_{\max}$ ταλάντωσης των μορίων του μέσου δίνεται από τη σχέση $v_{\max} = \omega f$
- γ. η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v = \lambda \omega$
- δ. σχηματίζονται "όρη" και "κοιλιάδες"

5. Μήκος κύματος είναι

- α. το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης των μορίων του μέσου διάδοσης
- β. το μήκος του μέσου διάδοσης
- γ. η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου
- δ. η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο $1s$

6. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις αποτελεί εξίσωση απομάκρυνσης σημείων του μέσου στο οποίο διαδίδεται αρμονικό κύμα

α. $y = 10\eta\mu 6\pi t$

β. $y = 3\eta\mu 6\pi t \frac{x}{\lambda}$

γ. $y = 5\sigma\upsilon\nu 4x\eta\mu 10t$

δ. $y = 4\eta\mu\pi(2t - 2x)$

7. Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος σε ένα ελαστικό μέσο δίνεται από τη σχέση

α. $v = \lambda f$

β. $v = A\omega\sigma\upsilon\nu\omega t$

γ. $v = A\omega$

δ. $v = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

8. Σ' ένα μηχανικό κύμα, η ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται

α. $v = \lambda f$

β. $v = A\omega\sigma\upsilon\nu\omega t$

γ. $v = A\omega$

δ. $v = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

9. Αν η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος είναι $y = 2\eta\mu\left(4t - \frac{x}{2}\right)$ στο S.I, τότε η περίοδος και το μήκος κύματος του κύματος είναι ίσα με

α. $4s, 2m$

β. $\frac{\pi}{2}s, 4\pi m$

γ. $4\pi s, \frac{\pi}{2}m$

δ. $2\pi s, 2\pi m$

10. Οι εξισώσεις δύο αρμονικών κυμάτων δίνονται από τις σχέσεις $y_1 = 10\eta\mu 2\pi\left(t - \frac{x}{2}\right)$ και $y_2 = 5\eta\mu\pi(t - x)$. Τα δύο κύματα έχουν

α. ίδιο πλάτος

β. ίδια ταχύτητα

γ. ίδια περίοδο

δ. ίδιο μήκος κύματος

11. Η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση της ταλάντωσης των μορίων του μέσου στο οποίο διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα δίνονται από τις σχέσεις

α. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad v = A\omega\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad a = A\omega^2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

β. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad v = -A\omega\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad a = -A\omega^2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

$$\gamma. y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad v = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad a = -A\omega^2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\delta. y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad v = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad a = -A\omega^2\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

12. Το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος που διαδίδεται σε μια χορδή παριστάνει

- α. την ταχύτητα των διαφόρων σημείων της χορδής, ως συνάρτηση της απόστασης τους x από την πηγή, κάποια χρονική στιγμή
- β. την επιτάχυνση των διαφόρων σημείων της χορδής ως συνάρτηση του χρόνου
- γ. την ταχύτητα ταλάντωσης των διαφόρων σημείων της χορδής ως συνάρτηση του χρόνου
- δ. την απομάκρυνση y των διαφόρων σημείων της χορδής, ως συνάρτηση της απόστασης τους x από την πηγή, κάποια χρονική στιγμή

13. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Τρία σημεία K, Λ και M του μέσου έχουν φάσεις $\varphi_K = \frac{5\pi}{3}$, $\varphi_\Lambda = \frac{8\pi}{3}$ και $\varphi_M = \frac{2\pi}{3}$. Η διάταξη των σημείων K, Λ και M στο γραμμικό ελαστικό μέσο είναι

- α. K, Λ, M
- β. K, M, Λ
- γ. M, K, Λ
- δ. Λ, K, M

14. Δύο κύματα διαδίδονται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου. Οι εξισώσεις που τα περιγράφουν είναι της μορφής $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{4}{5}\right)$ και $y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$. Από τη συμβολή αυτών των κυμάτων προκύπτει

- α. νέο αρμονικό κύμα
- β. ηρεμία για όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου
- γ. στάσιμο κύμα
- δ. ακανόνιστη διαταραχή

15. Μια διαταραχή σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο περιγράφεται στο $S.I$ από την εξίσωση $y = 10\sigma\upsilon\nu\frac{4\pi x}{3}\eta\mu 8\pi t$. Η διαταραχή είναι

- α. ένα αρμονικό κύμα
- β. ένα στάσιμο κύμα
- γ. μια έκρηξη
- δ. ένας τετραγωνικός παλμός

16. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών σε ένα στάσιμο κύμα είναι

α. λ

β. $\frac{\lambda}{2}$

γ. $\frac{\lambda}{4}$

δ. $\frac{3\lambda}{4}$

17. Τα σημεία του ελαστικού μέσου μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών

- α. ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος
- β. ταλαντώνονται με διαφορετική συχνότητα
- γ. έχουν ίδια φάση
- δ. έχουν ίδια μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης

18. Δύο πηγές κυματισμών ονομάζονται σύμφωνες αν

- α. έχουν ίδιο πλάτος ταλάντωσης
- β. είναι κατασκευασμένες από το ίδιο υλικό
- γ. έχουν σταθερή διαφορά φάσης
- δ. δημιουργούν κύματα στο ίδιο ελαστικό μέσο

19. Για να παρατηρηθεί το φαινόμενο της συμβολής κυμάτων πρέπει τα κύματα

- α. να προέρχονται από σύμφωνες πηγές
- β. να διαδίδονται στο ίδιο μέσο
- γ. να είναι αρμονικά
- δ. να είναι εγκάρσια

20. Σε ένα στάσιμο κύμα, η αρχική ενέργεια των κυμάτων από τα οποία προέκυψε

- α. χάθηκε
- β. εγκλωβίζεται στους δεσμούς
- γ. εγκλωβίζεται στις περιοχές μεταξύ των δεσμών
- δ. μεταφέρεται από σημείο σε σημείο του μέσου παλινδρομώντας μεταξύ των άκρων του

21. Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές 1 και 2 δημιουργούν στο ίδιο υλικό εγκάρσια κύματα με μήκος κύματος $\lambda = 4\text{cm}$. Τα σημεία A και B απέχουν από τις δύο πηγές $r_1 = 16\text{cm}$ και $r_2 = 15\text{cm}$. Τα σημεία A και B

- α. παραμένουν διαρκώς ακίνητα
- β. εκτελούν ταλάντωση με μέγιστο πλάτος
- γ. εκτελούν ταλάντωση με ενδιάμεσο πλάτος
- δ. το σημείο A εκτελεί ταλάντωση με μέγιστο πλάτος και το B παραμένει διαρκώς ακίνητο

22. Οι εξισώσεις

(I) $y = 5\sin 4\pi x \mu 10t$

(II) $y = 2\sin 2\pi x \mu 20t$

(III) $y = \sin 8\pi x \mu 5t$ περιγράφουν στάσιμα κύματα που δημιουργούνται στο ίδιο υλικό. Σε ένα από αυτά η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι μεγαλύτερη και επίσης η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του υλικού είναι μεγαλύτερη.

Τα παραπάνω ισχύουν

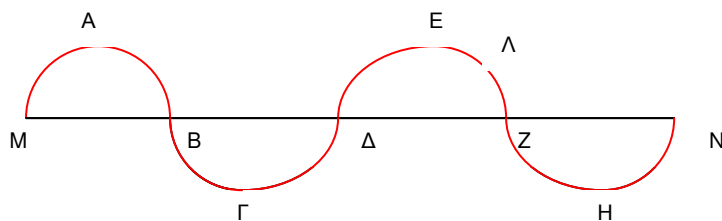
α. (I) και (III)

β. (I) και (II)

γ. (II) και (III)

δ. μόνο στο (II)

23. Το σχήμα παριστάνει το στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί σε μια χορδή



I. Δεσμοί αντιστοιχούν στα σημεία

α. A, B και Γ

β. M, B, Δ, Z και N

γ. A, Γ, E και H

δ. M, A, B, Γ, Δ, E, Z, H και N

II. Κοιλίες αντιστοιχούν στα σημεία

α. A, Δ και E

β. M, B, Δ, Z και N

γ. A, Γ, E και H

δ. M και N

III. Οι φάσεις των σημείων Γ και E διαφέρουν κατά

α. $\pi/2$

β. $3\pi/2$

γ. π

δ. 2π

IV. Οι φάσεις των σημείων E και Λ διαφέρουν κατά

V. Το μήκος κύματος των κυμάτων από τα οποία δημιουργήθηκε το στάσιμο κύμα είναι η οριζόντια απόσταση των

- α. A και E
- β. B και E
- γ. M και N
- δ. Δ και Z

24. Ηλεκτρομαγνητικά κύματα εκπέμπονται

- α. μόνο από ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα
- β. μόνο από επιταχυνόμενα πρωτόνια
- γ. από ταλαντούμενα ηλεκτρικά φορτία, από ηλεκτρικά φορτισμένους αγωγούς και από πυκνωτές
- δ. από επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία, από ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα, κατά τις αποδιεγέρσεις διεγερμένων ατόμων και κατά τις πυρηνικές αντιδράσεις

25. Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι

- α. διαμήκες κύμα και τα διανύσματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
- β. εγκάρσιο κύμα και τα διανύσματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
- γ. διαμήκες κύμα το οποίο διαδίδεται μόνο στο κενό και τα διαφανή μέσα
- δ. διαμήκες κύμα το οποίο διαδίδεται σε υλικά μέσα αλλά και στο κενό

26. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

- α. δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας
- β. υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας, όπως τα μηχανικά κύματα
- γ. υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας μόνο όταν διαδίδονται στο κενό
- δ. υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας μόνο όταν διαδίδονται σε υλικά σώματα

27. Ως μονοχρωματική χαρακτηρίζεται μια ακτινοβολία

- α. όταν βρίσκεται στην "περιοχή" των μικροκυμάτων
- β. όταν βρίσκεται στην "περιοχή" του ορατού φωτός
- γ. όταν περιέχει μήκη κύματος σε μια πολύ στενή περιοχή του φάσματος
- δ. όταν βρίσκεται στην περιοχή των ακτίνων - X

28. Ένα από τα παρακάτω ζεύγη εξισώσεων δεν είναι δυνατόν να περιγράψει ηλεκτρομαγνητικό κύμα (όλα τα μεγέθη στο S.I και $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

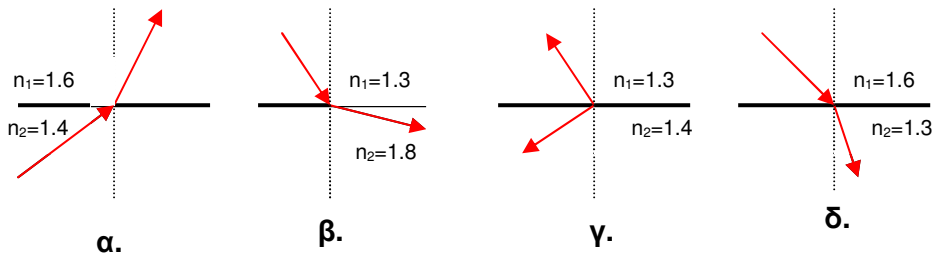
- α. $E = 100 \eta \mu 2\pi(310^{15} t - 10^7 x)$ και $B = 1010^{-6} \eta \mu 2\pi(310^{15} t - 10^7 x)$
- β. $E = 15 \eta \mu 2\pi(310^{15} t - 10^7 x)$ και $B = 510^{-8} \eta \mu 2\pi(310^{15} t - 10^7 x)$
- γ. $E = 90 \eta \mu 2\pi(1210^{12} t - 410^4 x)$ και $B = 3010^{-8} \eta \mu(1210^{12} t - 410^4 x)$

$$\delta. E = 120\eta\mu 2\pi(610^{10}t - 210^2x) \quad \text{και} \quad B = 410^{-7}\eta\mu 2\pi(610^{10}t - 210^2x)$$

29. Η διάχυση είναι

- α. ανάκλαση
- β. διάθλαση
- γ. διασκεδασμός
- δ. συμβολή

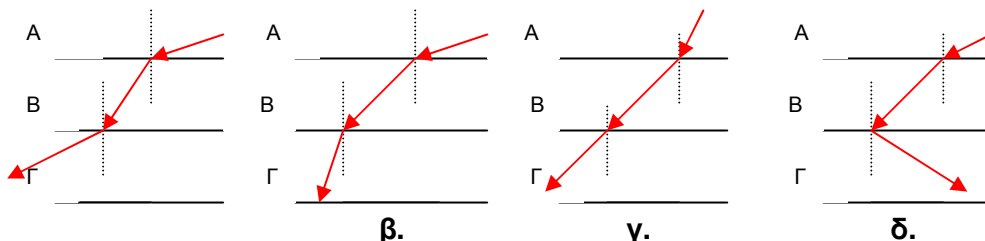
30. Σε ποιο από τα επόμενα σχήματα έχει σχεδιαστεί σωστά η διαθλώμενη ακτίνα



31. Μονοχρωματικό φως μεταβαίνει από τον αέρα στο νερό. Τα μεγέθη που παραμένουν σταθερά είναι

- α. το μήκος κύματος και η συχνότητα
- β. το μήκος κύματος και η ταχύτητα διάδοσης
- γ. μόνο η συχνότητα
- δ. η συχνότητα και η ταχύτητα

32. Για τα διαφανή υλικά A, B και Γ γνωρίζουμε ότι $n_A < n_\Gamma < n_B$. Ποια είναι η σωστή πορεία της ακτινοβολίας



33. Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός πέφτει κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφανών υλικών. Τότε

- α. η ακτίνα κινείται παράλληλα στη διαχωριστική επιφάνεια
- β. η ακτίνα συνεχίζει στο δεύτερο μέσο χωρίς να αλλάζει κατεύθυνση διάδοσης
- γ. η ακτίνα αλλάζει κατεύθυνση διάδοσης
- δ. η ακτίνα ανακλάται αντιστρέφοντας την πορεία της

34. Μονοχρωματική ακτινοβολία η οποία διαδίδεται σε μέσο με δείκτη διάθλασης $n_1 = 2.248$ προσπίπτει υπό γωνία $\varphi = 30^\circ$ στην επιφάνεια που τη διαχωρίζει από μέσο με δείκτη διάθλασης $n_2 = 1.124$. Η διαθλώμενη ακτίνα

- α. θα πλησιάσει την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια
- β. θα απομακρυνθεί από την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια

- γ.θα συνεχίσει να διαδίδεται στην ίδια διεύθυνση
δ.θα ανακλαστεί ολικώς

35.Μονοχρωματική ακτινοβολία μεταβαίνει από τον αέρα σε γυαλί. Το μήκος κύματος της μονοχρωματικής ακτινοβολίας στο γυαλί

- α.αυξάνεται
β.μειώνεται
γ.δεν μεταβάλλεται
δ.άλλοτε αυξάνεται, άλλοτε μειώνεται ανάλογα με τις συνθήκες

36.Αν η εξίσωση στάσιμου κύματος είναι $y = 2\sigma\upsilon\upsilon 2\pi\chi\eta\mu 8\pi t$ στο $S.I$, τότε το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου που απέχει $x = 1m$ από την αρχή είναι ίσο με

- α. $4m$
β. $6m$
γ. $2m$
δ. $3m$

37.Αν η εξίσωση στάσιμου κύματος είναι $y = 8\sigma\upsilon\upsilon\pi\frac{x}{2}\eta\mu 10\pi t$ στο $S.I$, τότε η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων από τα οποία προήλθε είναι ίση με

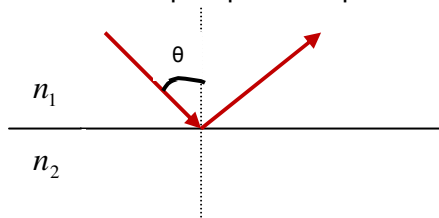
- α. $4m/s$
β. $8m/s$
γ. $10m/s$
δ. $20m/s$

Ερωτήσεις σωστού – λάθους

1. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια, ορμή και ύλη από το ένα σημείο στο άλλο του ελαστικού μέσου
2. Η ταχύτητα διάδοσης μηχανικού κύματος εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης και όχι από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή
3. Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου είναι σταθερή, ανεξαρτήτως του μέσου διάδοσης
4. Η συχνότητα ενός κύματος δεν εξαρτάται από το μέσο διάδοσης του κύματος. Είναι πάντα ίση με τη συχνότητα της πηγής
5. Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά όσο και στα υγρά και αέρια
6. Στα διαμήκη κύματα τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα με τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
7. Κάθε κυματική διαταραχή, όσο περίπλοκη και να είναι, μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από το άθροισμα ενός αριθμού αρμονικών κυμάτων
8. Περίοδος κύματος είναι το χρονικό διάστημα στο οποίο η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται
9. Η συχνότητα του κύματος είναι ίση με τον αριθμό των κορυφών (αν πρόκειται για εγκάρσιο) ή των πυκνωμάτων (αν πρόκειται για διαμήκες)
10. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων του μέσου που απέχουν το ίδιο από τη θέση ισορροπίας ονομάζεται μήκος κύματος
11. Κατά τη διάδοση ενός κύματος, τα σημεία σημεία του ελαστικού μέσου έχουν διαφορετικές φάσεις
12. Το διάγραμμα της συνάρτησης $y = A\eta\mu 2\pi\left(\sigma\tau\alpha\theta. - \frac{x}{\lambda}\right)$ ονομάζεται στιγμιότυπο κύματος
13. Το διάγραμμα της συνάρτησης $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \sigma\tau\alpha\theta.\right)$ δείχνει τη ταλάντωση ενός σημείου του μέσου
14. Κατά τη διάδοση ενός κύματος, όλα τα σημεία σημεία του ελαστικού μέσου εκτελούν ταλάντωση
15. Τα κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους
16. Όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα, η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επί μέρους κύματα
17. Η συνεισφορά στην απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ανεξάρτητη από την ύπαρξη του άλλου κύματος
18. Η αρχή της επαλληλίας δεν παραβιάζεται ποτέ
19. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή

20. Τα σημεία των οποίων οι αποστάσεις r_1 και r_2 , από τις πηγές επαληθεύουν τη σχέση $|r_1 - r_2| = N\lambda$ όπου N ακέραιος, μένουν διαρκώς ακίνητα
21. Τα σημεία των οποίων οι αποστάσεις r_1 και r_2 , από τις πηγές επαληθεύουν τη σχέση $|r_1 - r_2| = (2N + 1)\lambda / 2$ όπου N ακέραιος, ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος
22. Τα σημεία στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή ή απόσβεση βρίσκονται πάνω σε υπερβολές
23. Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο αρμονικών κυμάτων ίδιου πλάτους, ίδιας συχνότητας, τα οποία έχουν ίδια ταχύτητα και την ίδια κατεύθυνση διάδοσης, είναι ένα στάσιμο κύμα
23. Στο στάσιμο κύμα, η απόσταση ενός δεσμού και της πλησιέστερης σ' αυτόν κοιλίας είναι ίση με $\frac{\lambda}{4}$ όπου το λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα
24. Στο στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας
25. Δύο αρμονικά κύματα διαδίδονται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου με αντίθετες κατευθύνσεις. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τα κύματα είναι $y_1 = 0.4\eta\mu\pi(5t - 4x)$ και $y_2 = 0.4\eta\mu\pi(5t + 4x)$ στο $S.I$. Από τη συμβολή τους δημιουργείται στάσιμο κύμα με κυκλική συχνότητα ταλάντωσης των μορίων του $4\pi \text{ rad / s}$
26. Στο στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου εκτελούν ταλάντωση
27. Στο στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης
28. Η διαφορά φάσης σημείων του μέσου στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, είναι μηδέν $\Delta\phi = 0$ (δηλ. έχουν την ίδια φάση) ή είναι $\Delta\phi = \pi$ (δηλ. σε αντίθεση φάσης)
29. Η ενέργεια που έχουν τα αρχικά κύματα, η συμβολή των οποίων έδωσε στάσιμο κύμα, εγκλωβίζεται ανάμεσα στους δεσμούς
30. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται στο κενό με την ταχύτητα του φωτός
31. Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι εγκάρσιο, με τα διανύσματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου να είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
32. Κάθε στιγμή για το ηλεκτρομαγνητικό κύμα ισχύει $\frac{B}{E} = c$ όπου c η ταχύτητα του φωτός
33. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας
34. Η αιτία δημιουργίας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων
35. Κοντά στην κεραία το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο έχουν διαφορά φάσης 90°
36. Η εξίσωση $E = 100\eta\mu 2\pi(9 \cdot 10^{13}t - 3 \cdot 10^6 x)$ περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό ($c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$ η ταχύτητα του φωτός στο κενό)
37. Τα ραδιοκύματα χρησιμοποιούνται στη ραδιοφωνία και την τηλεόραση

38. Τα μικροκύματα χρησιμοποιούνται στους φούρνους μικροκυμάτων, στα ραντάρ κ.α.
39. Η υπέρυθρη ακτινοβολία αυξάνει τη θερμοκρασία του σώματος στο οποίο προσπίπτει
40. Το ορατό είναι το μέρος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που ανιχνεύει ο ανθρώπινος οφθαλμός
41. Οι υπεριώδεις είναι υπεύθυνες για το μαύρισμα το καλοκαίρι και απορροφώνται από το όζον της στρατόσφαιρας
42. Οι ακτίνες Χ χρησιμοποιούνται στην ιατρική, στη μελέτη διαφόρων κρυσταλλικών δομών κ.α.
43. Οι ακτίνες γ εκπέμπονται από ραδιενεργούς πυρήνες, είναι πολύ διεισδυτικές και βλάπτουν τους οργανισμούς που τις απορροφούν
44. Μια ακτινοβολία που περιέχει μήκη κύματος σε μια πολύ στενή περιοχή χαρακτηρίζεται μονοχρωματική
45. Στο φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχουμε με τη σειρά Ραδιοκύματα – Μικροκύματα – Υπέρυθρη – Ορατή – Υπεριώδη – ακτίνες γ – ακτίνες Χ
46. Όταν οι ανακλώμενες ακτίνες είναι παράλληλες μεταξύ τους έχουμε κατοπτρική ανάκλαση
46. Όταν οι ανακλώμενες ακτίνες, ανακλώνται προς διάφορες διευθύνσεις έχουμε διάχυση
47. Το είδωλο που βλέπουμε στην επιφάνεια μιας λίμνης προέρχεται από ανάκλαση
48. Όταν μια ακτίνα προσπίπτει κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια δύο υλικών ανακλάται ολικά
49. Της μονοχρωματικής ακτινοβολίας που περνάει από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο, μειώνεται το μήκος κύματος
50. Η πορεία μονοχρωματικής ακτινοβολίας, που διαδίδεται από τον αέρα στο νερό πάντα μεταβάλλεται
51. Ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού για μια μονοχρωματική ακτινοβολία μας πληροφορεί για το πόσες φορές γίνεται μεγαλύτερη η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο υλικό σε σχέση με την ταχύτητα διάδοσής της στο κενό
52. Κάθε μονοχρωματική ακτινοβολία ορατού φωτός έχει το δικό της μήκος κύματος και τη δική της ταχύτητα διάδοσης σε κάποιο υλικό
53. Το μήκος κύματος μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας που μεταβαίνει από το κενό ή τον αέρα σε κάποιο άλλο μέσο μειώνεται τόσες φορές όσες είναι ο δείκτης διάθλασης του μέσου
54. Μονοχρωματική ακτίνα συναντά τη διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφανών μέσων με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 . Η ακτίνα ακολουθεί την πορεία που φαίνεται στο σχήμα



Το φαινόμενο λέγεται ολική ανάκλαση και για τους δείκτες διάθλασης ισχύει $n_1 < n_2$

55. Η διαθλώμενη ακτίνα πλησιάζει την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια, όταν η ακτινοβολία περνάει από οπτικώς πυκνότερο σε οπτικώς αραιότερο μέσο

56.Εξαιτίας της διάθλασης ένα αντικείμενο μέσα στο νερό φαίνεται να βρίσκεται πιο μακριά από την επιφάνεια από όσο είναι πραγματικά

57.Στις κεραίες λήψης το κάτοπτρο ανακλά τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, τα εστιάζει στην κεραία με αποτέλεσμα το σήμα να είναι πιο ισχυρό

58.Ολική ανάκλαση έχουμε όταν το φως μεταβαίνει από μέσο (1) σε μέσο (2), αρκεί η γωνία πρόσπτωσης να είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία

59.Η μετάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στις οπτικές ίνες και η δυνατότητα να βλέπει το πλήρωμα υποβρυχίου τι γίνεται πάνω από την επιφάνεια του νερού στηρίζονται στο φαινόμενο της ολικής ανάκλασης

60.Το διαμάντι λαμποκοπά στο φως επειδή έχει μεγάλη κρίσιμη γωνία

61.Ο δύτες μπορεί κοιτάζοντας στην επιφάνεια, να βλέπει τι συμβαίνει στο βυθό

Ερωτήσεις με αιτιολόγηση

1. Ακτίνα φωτός διέρχεται από υλικό a με δείκτη διάθλασης n_a σε ένα υλικό b με δείκτη διάθλασης n_b (με $n_a > n_b$)

α. Να αποδείξετε ότι η διαθλώμενη ακτίνα απομακρύνεται από την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια

β. Να αποδείξετε ότι για να παρατηρηθεί το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης πρέπει το φως να μεταβαίνει από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο

2. Οι εξισώσεις που ακολουθούν περιγράφουν δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται σε διαφορετικά μέσα

i) $y = 0.2\eta\mu\left(5t - \frac{x}{2}\right)$

ii) $y = 0.4\eta\mu(2t - 4x)$ Τα μεγέθη είναι μετρημένα στο $S.I$

Να συγκρίνετε

α. τις ταχύτητες διάδοσης των δύο κυμάτων και

β. τις μέγιστες ταχύτητες ταλάντωσης των μορίων του μέσου

3. Για το στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0.1\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{6}\eta\mu 5\pi t$ (τα y και x είναι σε cm και το t σε s) τη χρονική στιγμή $t = \frac{1}{10}s$, το σημείο που βρίσκεται στη θέση $x = 3cm$

είναι

α. δεσμός

β. κοιλία

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Α.ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΙΣ ΟΠΟΙΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΟ ΚΥΜΑ

1. Ταχύτητα κύματος

Πάντα από τη σχέση $v = \lambda f$ (ή $\lambda = vT$). Τα μεγέθη λ και f έχουν υπολογιστεί

2. Απόσταση που διανύει το κύμα ή χρόνος που κάνει το κύμα να φτάσει σε κάποια απόσταση από την πηγή

Από τη σχέση $x = vt$ ή $t = \frac{x}{v}$ (επειδή η διάδοση του κύματος είναι ευθύγραμμη ομαλή κίνηση)

ΜΗΧΑΝΙΚΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ

α.Εξίσωση απομάκρυνσης $y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ με πλάτος ταλάντωσης A

β.Εξίσωση ταχύτητας $v = A \omega \sigma \upsilon \nu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ με μέγιστη ταχύτητα $v_{\max} = A\omega$

γ.Εξίσωση επιτάχυνσης $a = -A \omega^2 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ με μέγιστη επιτάχυνση $a_{\max} = A\omega^2$

δ.Φάση $\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ

Κατ'αρχήν πρέπει να ξεχωρίζουμε **τις σχέσεις οι οποίες αναφέρονται στο κύμα** από **τις σχέσεις οι οποίες αναφέρονται στα σημεία του μέσου** στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Ύστερα να καταλάβουμε από τα δεδομένα, τη μορφή του κύματος που διαδίδεται στο μέσο (τρέχον ή στάσιμο ή συμβολή κυμάτων), για να χρησιμοποιήσουμε τις κατάλληλες σχέσεις για την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση των σημείων του ελαστικού μέσου.

Τα μεγέθη, η γνώση των οποίων διευκολύνει αφάνταστα την επίλυση των ασκήσεων των κυμάτων, είναι η περίοδος T , συχνότητα f , γωνιακή ταχύτητα ω , το πλάτος ταλάντωσης A και το μήκος κύματος λ . Επειδή η γνώση τους καθιστά εύκολη την επίλυση της άσκησης τα παραπάνω τις περισσότερες φορές στην εκφώνηση δίνονται εμμέσως. Παρακάτω αναφέρονται κάποιες βασικές αρχές που ακολουθούμε στη λύση των ασκήσεων (αυτό δε σημαίνει ότι δεν υπάρχουν και άλλες)

1. Όταν δίνεται στην εκφώνηση η εξίσωση του κύματος

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

..... η εξίσωση αρμονικού κύματος είναι $y = 0.03\eta\mu(1320t - 4x)$ στο $S.I$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Όταν δίνεται στην άσκηση η εξίσωση κύματος με αριθμούς, γράφουμε από κάτω την εξίσωση του κύματος με γράμματα και συγκρίνουμε τις εξισώσεις

Προσοχή: Όταν συγκρίνουμε τις εξισώσεις, πρέπει αυτές να έχουν την ίδια μορφή

Η σύγκριση της εξίσωσης $y = 0.03\eta\mu(1320t - 4x)$ θα γίνει με τη γενική εξίσωση του κύματος $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Επειδή οι δύο εξισώσεις δεν έχουν ίδια μορφή τροποποιούμε τη μια (όποια θέλουμε)

Τροποποιώ την εξίσωση $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και τη γράφω $y = A\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$

Η σύγκριση τώρα είναι μεταξύ των εξισώσεων

$$y = 0.03\eta\mu(1320t - 4x) \text{ και}$$

$$y = A\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right) \text{ από την οποία είναι προφανές ότι } A = 0.03m, \frac{2\pi}{T} = 1320 \text{ ή } \omega = 1320 \frac{rad}{s},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1320} s, f = \frac{1}{T} = \frac{1320}{2\pi} Hz \text{ και } \frac{2\pi}{\lambda} = 4 \Rightarrow \lambda = \frac{\pi}{2} m$$

2. Τα μεγέθη T , f και ω εμμέσως δίνονται από τις τιμές των μεγεθών απομάκρυνσης – ταχύτητας – επιτάχυνσης – δύναμης – ενέργειας και περιόδου στην απλή αρμονική ταλάντωση και το λ από την ταχύτητα κύματος ή τη φάση συγκεκριμένη στιγμή ή το στιγμιότυπο

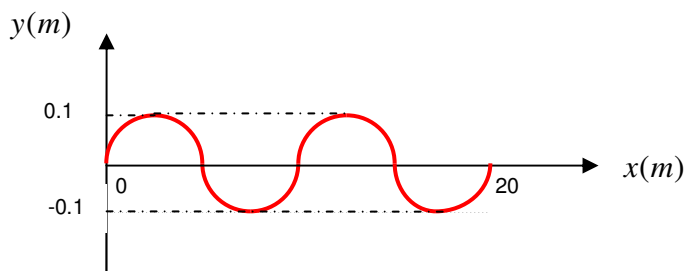
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

...η επιτάχυνση της πηγής (σημείο) γίνεται μέγιστη 16 φορές σε χρόνο $2s$

..... η ταχύτητα της πηγής (σημείο) γίνεται μέγιστη 16 φορές σε χρόνο $2s$ ή

ο χρόνος που χρειάζεται ένα σημείο του μέσου για να μετατοπιστεί από τη θέση ισορροπίας στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης είναι $0.25s$

Οι παραπάνω εκφράσεις σε συνδυασμό με άλλες όπως η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v = 20\text{ m/s}$ ή η φάση ενός σημείου που απέχει από την αρχή (πηγή) απόσταση $x = 1\text{ m}$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\text{ s}$ είναι $\phi = \pi\text{ rad}$ ή μέσα σε χρόνο t διέρχονται από ένα ορισμένο σημείο N κορυφές ή N κοιλάδες ή η παρακάτω γραφική παράσταση αποτελεί στιγμιότυπο κύματος



μας δίνουν εμμέσως τα μεγέθη T , f , ω και λ

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Από τη θεωρία γνωρίζουμε ότι κατά τη διάρκεια μιας α.α.τ. η επιτάχυνση γίνεται μέγιστη 2 φορές, η ταχύτητα γίνεται μέγιστη 2 φορές, ο χρόνος που χρειάζεται ένα σημείο του μέσου για να μετατοπιστεί από τη θέση ισορροπίας στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης είναι $\frac{T}{4}$ κλπ

Επομένως στο παράδειγμα το σημείο έχει εκτελέσει 8 ταλαντώσεις δηλ. η περίοδος είναι

$$T = \frac{t}{N} = \frac{2\text{ s}}{8\text{ ταλαντώσεις}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25\text{ s} \quad \text{άρα} \quad f = 4\text{ Hz} \quad \text{και} \quad \omega = 8\pi\text{ rad}$$

Οι τιμές των μεγεθών σε συνδυασμό με τον τύπο της ταχύτητας κύματος $v = \lambda f$ ή τον τύπο της φάσης

$$\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{μας δίνει τη δυνατότητα να υπολογίσουμε το } \lambda$$

$$\text{Υπολογισμός συχνότητας από αριθμό κορυφών ή κοιλάδων} \quad f = \frac{N-1}{t}$$

Από τη γραφική παράσταση του στιγμιότυπου κύματος (άξονες y και x) μπορούμε να υπολογίσουμε το **μέγιστο πλάτος ταλάντωσης των μορίων** και **το μήκος κύματος του κύματος**

Από το παραπάνω στιγμιότυπο προκύπτει το μέγιστο πλάτος $A = 0.1\text{ m}$ και το μήκος κύματος $\lambda = 10\text{ m}$

Στην άσκηση για μηχανικό κύμα που ακολουθεί, γίνεται αναλυτική επεξεργασία 17 ερωτημάτων

ΑΣΚΗΣΗ

Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου κατά τη διεύθυνση του θετικού ημιάξονα Ox . Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο αριστερό άκρο O και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$

Η εξίσωση του γραμμικού αρμονικού κύματος είναι

$$y = 0.2\eta\mu\pi(5t - 4x) \quad (SI) \quad \text{δηλ. } y \text{ σε } m, t \text{ σε } s \text{ και } x \text{ σε } m$$

Δίνονται: $\pi^2 = 10$, $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\eta\mu 5\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 5\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{2} = 1$, $\sigma\upsilon\nu 0 = +1$ και

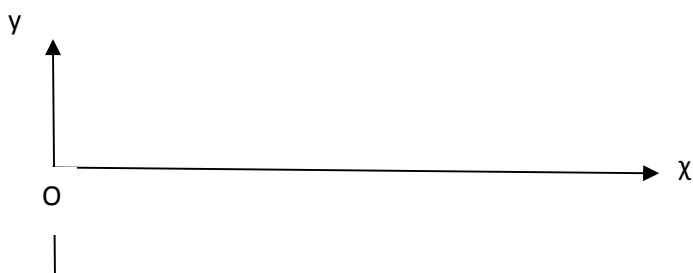
$$\eta\mu\pi = 0$$

ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΠΡΙΝ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ

Πριν ξεκινήσω τα ερωτήματα, από την εκφώνηση αναλύω τα δεδομένα. Αυτό, γιατί σκοπός μου είναι να βρω τα μεγέθη A , T (επομένως f , ω) και λ . Όταν γνωρίζουμε αυτά τα μεγέθη η λύση της άσκησης είναι ευκολότερη.

Στις περισσότερες των περιπτώσεων τα παραπάνω μεγέθη δίνονται εμμέσως

α. Η έκφραση « αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου κατά τη διεύθυνση του θετικού ημιάξονα Ox . Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο αριστερό άκρο O » σε προετοιμάζει για το παρακάτω σχήμα



δηλ. μας δίνει την αρχή του κύματος (το σημείο O), το μέσο που διαδίδεται (η έκφραση ομογενές ελαστικό είναι στάνταρ) και τη φορά που διαδίδεται (προς τα δεξιά). Επομένως η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

β. Η έκφραση « αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ » μας δίνει την εξίσωση ταλάντωσης της πηγής $y = A\eta\mu\omega t$ (δεν υπάρχει αρχική φάση)

γ. Τροποποιούμε την εξίσωση για να τη συγκρίνουμε με την εξίσωση του βιβλίου $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ δηλ.

$$y = 0.2\eta\mu\pi(5t - 4x) \Rightarrow y = 0.2\eta\mu 2\pi\left(\frac{5}{2}t - \frac{4}{2}x\right) \Rightarrow y = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5t - 2x)$$

Από τη σύγκριση των εξισώσεων

$$y = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5t - 2x) \text{ και}$$

$$y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \text{ προκύπτουν } A = 0.2m, \frac{1}{T} = 2.5 \Rightarrow T = \frac{1}{2.5} \Rightarrow T = 0.4s, f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 2.5Hz,$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 5\pi \frac{rad}{s} \text{ και } \frac{1}{\lambda} = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = 0.5m$$

αντικαθιστώντας τα $A = 0.2m$, $T = 0.4s$ και $\lambda = 0.5m$ στην γενική εξίσωση $y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ έχουμε την εξίσωση $y = 0.2 \eta \mu 2\pi (2.5t - 2x)$ στο (S.I)

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΗΣ

ΕΡΩΤΗΜΑ 1ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος ($v = \lambda f$)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Γενική παρατήρηση

Για να υπολογίσω την **ταχύτητα κύματος** πρέπει να γνωρίζω το μήκος κύματος και τη συχνότητα f (ή την περίοδο T ή τη γωνιακή ταχύτητα ω)

Χρησιμοποιώ τις τιμές $f = 2.5Hz$ και $\lambda = 0.5m$ από τα δεδομένα και έχω

$$v = \lambda f \Rightarrow v = 0.5m \cdot 2.5Hz \Rightarrow v = 1.25m/s$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΗΜΕΙΩΝ

Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα των σημείων ($v_{\max} = A\omega$) του ελαστικού μέσου

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Γενική παρατήρηση: Για να υπολογίσω τη μέγιστη **ταχύτητα σημείων του ελαστικού μέσου** πρέπει να γνωρίζω το πλάτος A (μέγιστη απομάκρυνση) και τη γωνιακή ταχύτητα ω (ή τη συχνότητα f ή την περίοδο T)

Χρησιμοποιώ τις τιμές $A = 0.2m$ και $\omega = 5\pi \frac{rad}{s}$ από τα δεδομένα και έχω

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow v_{\max} = 0.2m5\pi \frac{rad}{s} \Rightarrow v_{\max} = \pi m/s$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3ο

ΓΡΑΦΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗΣ ΑΡΧΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου O

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Γενική παρατήρηση: Για να γράψω την εξίσωση πρέπει να γνωρίζω αν υπάρχει αρχική φάση ή όχι

Από την εκφώνηση γνωρίζω ότι η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής είναι $y = A\eta\mu\omega t$ (δεν υπάρχει αρχική φάση).

Χρησιμοποιώ τις τιμές $A = 0.2m$ και $\omega = 5\pi \frac{rad}{s}$ από τα δεδομένα και έχω $y_o = A\eta\mu\omega t \Rightarrow y_o = 0.2\eta\mu5\pi t$ (S.I)

ΕΡΩΤΗΜΑ 4ο

ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ $y = f(x)$

Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$. Στο διάγραμμα που προκύπτει να σχεδιάσετε τη φορά της ταχύτητας των σημείων $A(x_A = 0.2m)$ και $N(x_N = 0.4m)$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Πριν το σχεδιασμό του στιγμιότυπου υπολογίζουμε στοιχεία που είναι απαραίτητα

α. Υπολογίζουμε την απόσταση που διαδίδεται το κύμα και τη συγκρίνουμε με το μήκος κύματος. Επίσης συγκρίνουμε τη χρονική στιγμή με την περίοδο.

Επομένως

1. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$ το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $x = vt_1 \Rightarrow x = 1.25m/s \times 1s \Rightarrow x = 1.25m$ ή (λόγω $\lambda = 0.5m$) $x = 2\lambda + \frac{\lambda}{2}$

2. Η χρονική στιγμή $t_1 = 1s$ είναι $t_1 = 2T + \frac{T}{2}$ (επειδή $T = 0.4s$)

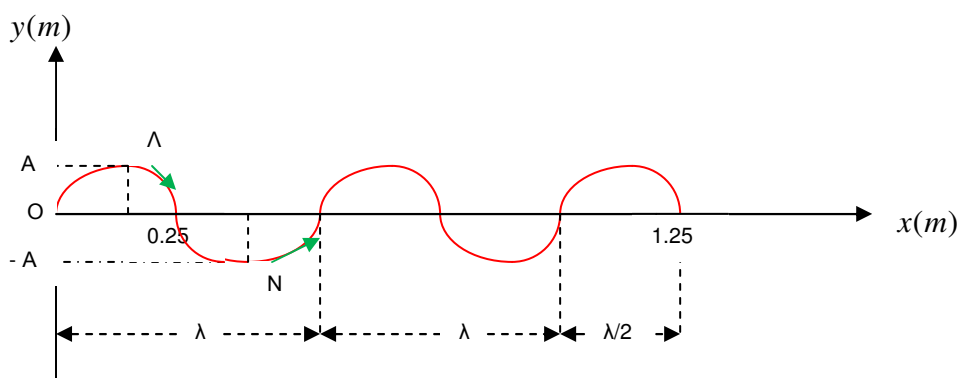
β. Εξετάζουμε τη θέση σημείου O τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή (για $x = 0$)

Η εξίσωση $y_o = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5t - 2x)$ για $x = 0$ και $t_1 = 1s$ γράφεται $y_o = 0.2\eta\mu 5\pi \Rightarrow y_o = 0$

Όταν η απομάκρυνση της πηγής είναι ίση με μηδέν εξετάζουμε το επόμενο σημείο $x = \frac{\lambda}{4}$

Η εξίσωση $y = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5t - 2x)$ για $x = \frac{\lambda}{4}$ και $t_1 = 1s$ γράφεται

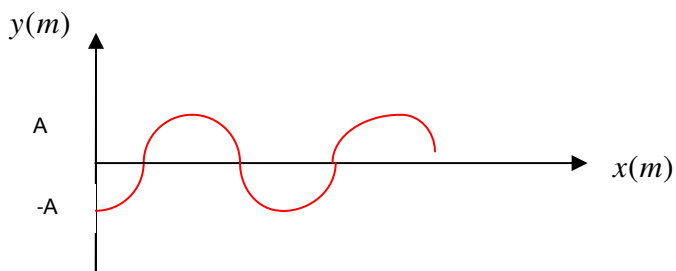
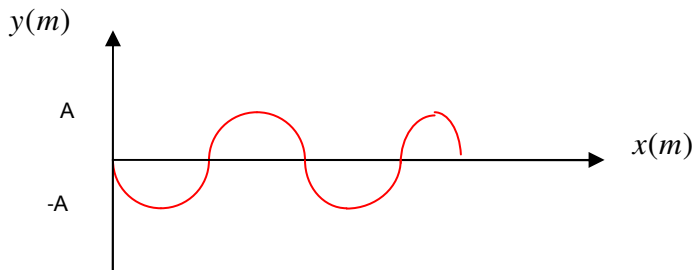
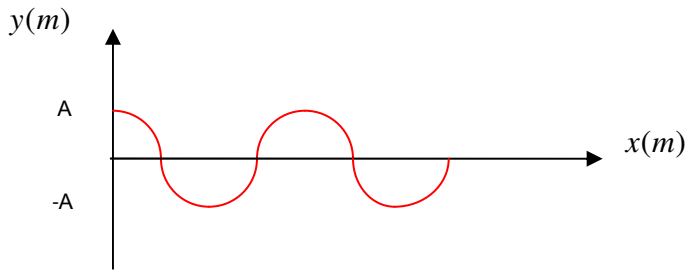
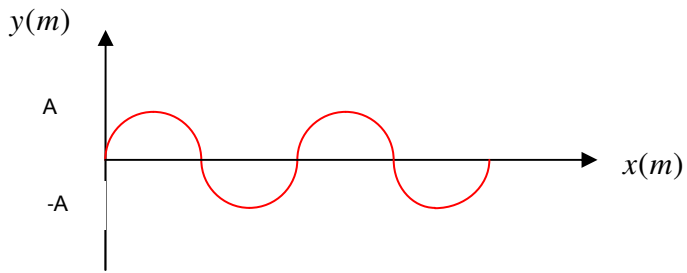
$$y = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5 - 0.25) \Rightarrow y = 0.2\eta\mu 4.5\pi \Rightarrow y = 0.2\eta\mu(4\pi + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = +0.2m$$



Προσοχή

Η γραφική παράσταση των στιγμιοτύπων τελειώνει πάντα στον άξονα Χ. Για το λόγο αυτό μπορεί η γραφική παράσταση να ξεκινήσει ανάποδα, από το τέλος προς την αρχή δηλ. από το σημείο στο οποίο έχει φτάσει το κύμα

Μερικές δυνατές μορφές στιγμιοτύπου



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Όταν το στιγμιότυπο δίνεται στην εκφώνηση της άσκησης, αμέσως από την απεικόνιση υπολογίζονται το A και λ εμμέσως δε, μέσω των σχέσεων $x = vt$ και $v = \lambda f$, τα T , f και ω)

ΕΡΩΤΗΜΑ 5ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΦΑΣΗΣ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ

Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο σημείων $K(x_K = 1.75m)$ και $M(x_M = 2.5m)$ του ελαστικού μέσου

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Από την εξίσωση του κύματος $y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ η φάση είναι $\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Οι φάσεις των σημείων είναι $\phi_M = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda} \right)$ και $\phi_K = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda} \right)$ επομένως

$$\Delta\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda} \right) \Rightarrow \Delta\phi = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_M}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{x_K}{\lambda} \Rightarrow \Delta\phi = -2\pi \frac{x_M}{\lambda} + 2\pi \frac{x_K}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{0.5} (2.5 - 1.75) \Rightarrow \Delta\phi = 3\pi \text{ rad}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 6ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΤΡΟΥ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΤΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΕΣΟΥ

Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου M τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας είναι $+0.1\text{m}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1ος τρόπος

Εξίσωση ενέργειας

$$E = U + K \Rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} D x^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \omega^2 A^2 = \omega^2 x^2 + v^2 \Rightarrow v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2 \Rightarrow v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2) \Rightarrow v = \pm \pi \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$$

2ος τρόπος

Από την εξίσωση της ταχύτητας αφού πρώτα βρούμε τη φάση του σημείου

$$\text{από την εξίσωση } y_1 = A \eta \mu \omega t \text{ προκύπτει } \eta \mu \omega t = \frac{y_1}{A} \Rightarrow \eta \mu \omega t = \frac{0.1}{0.2} \Rightarrow \eta \mu \omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \text{ ή } \omega t = 5 \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\text{Η εξίσωση της ταχύτητας είναι } v = A \omega \sigma \nu \omega t \Rightarrow v = 0.2 \times 5\pi \sigma \nu \frac{\pi}{6} \Rightarrow v = \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ m/s} \text{ ή } v = 0.2 \times 5\pi \sigma \nu 5 \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$v = \pi \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ m/s} \text{ επομένως μέτρο ταχύτητας } v = \pi \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 7ο

ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΦΑΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΙΓΜΗ $\phi = f(x)$

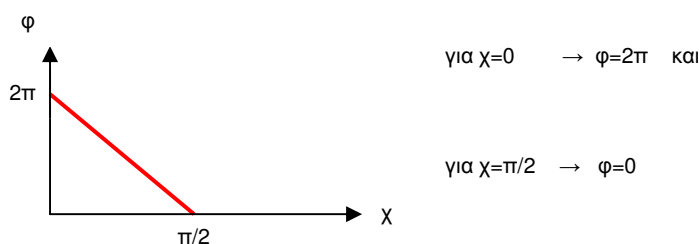
Να παραστήσετε γραφικά τις φάσεις των σημείων του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή O , τη χρονική στιγμή $t_2 = 0.4s$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η φάση δίνεται από τη σχέση $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ επομένως

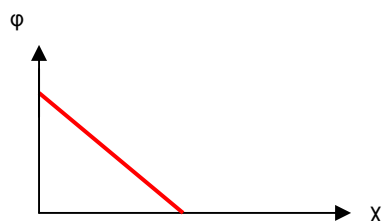
οι φάσεις των σημείων για $t_2 = 0.4s$ είναι

$$\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \phi = 2\pi\left(\frac{0.4}{0.4} - \frac{x}{0.5}\right) \Rightarrow \phi = 2\pi(1 - 2x) \Rightarrow \phi = 2\pi - 4\pi x$$



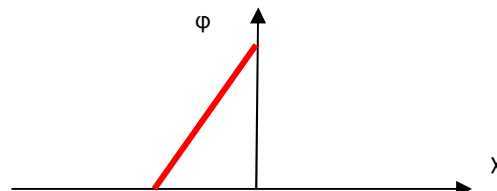
Γενική μορφή απεικόνισης $\phi = f(x)$

από τη σχέση $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$



Γενική μορφή απεικόνισης $\phi = f(x)$

από τη σχέση $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Όταν η απεικόνιση δίνεται στην εκφώνηση της άσκησης, επεξεργαζόμενοι μαθηματικά τη σχέση

$\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ (θέτοντας μια φορά $x=0 \rightarrow \dots$ και μια φορά $\phi=0 \rightarrow \dots$) υπολογίζονται το A , λ , T , f και ω

ΕΡΩΤΗΜΑ 8ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΧΡΟΝΟΥ ΓΙΑ ΝΑ ΦΤΑΣΕΙ ΤΟ ΚΥΜΑ ΣΕ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΟ ΣΗΜΕΙΟ

Να υπολογίσετε το χρόνο που χρειάζεται ώστε το κύμα να διαδοθεί στο ελαστικό μέσο πέντε μήκη κύματος

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επειδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή έχουμε $x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v} \Rightarrow t = \frac{5\lambda}{v} \Rightarrow t = \frac{5 \times 0.5}{1.25} \Rightarrow t = 2s$

ή $t = 5T \Rightarrow t = 5 \times 0.4 \Rightarrow t = 2s$

ΕΡΩΤΗΜΑ 9ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΕΠΑΝΑΦΟΡΑΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΤΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΕΣΟΥ

Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται υλικό σημείο μάζας $m = 10^{-4} \text{ g}$ τη χρονική στιγμή $t_3 = 0.5s$ μετά την έναρξη της ταλάντωσής του

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Συνδέουμε τη χρονική στιγμή με την περίοδο για να βρούμε σε ποια θέση βρίσκεται το σημείο

Με βάση τα παραπάνω, η χρονική στιγμή $t_3 = 0.5s$ είναι $t_3 = T + \frac{T}{4}$ επομένως το σημείο του ελαστικού μέσου που εξετάζουμε βρίσκεται σε θέση μέγιστης απομάκρυνσης $(+A)$

Μέτρο δύναμης

$$F = -Dy \Rightarrow F = -DA \Rightarrow F = DA \Rightarrow F = m\omega^2 A \Rightarrow F = 10^{-7} \text{ Kg} \times \left(5\pi \frac{\text{rad}}{s}\right)^2 \times 0.2m \Rightarrow$$

$$F = 10^{-7} \text{ Kg} \times 25 \times \pi^2 \frac{\text{rad}^2}{s^2} \times 0.2m \Rightarrow F = 10^{-7} \text{ Kg} \times 25 \times 10 \frac{\text{rad}^2}{s^2} \times 0.2m \Rightarrow F = 5 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 10ο

ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΦΑΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ

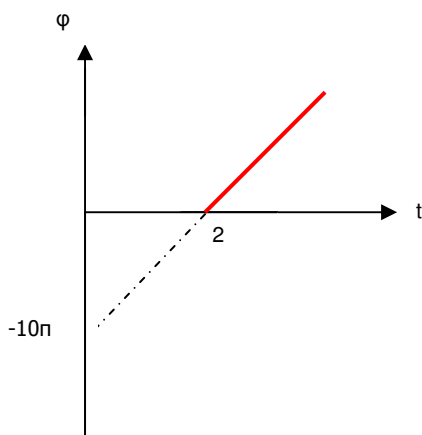
$$\phi = f(t)$$

Να παραστήσετε γραφικά τη φάση ταλάντωσης του σημείου $M(x_M = 2.5m)$ σε συνάρτηση με το χρόνο

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η φάση δίνεται από τη σχέση $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ επομένως η φάση του σημείου είναι M είναι $\phi_M = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right)$

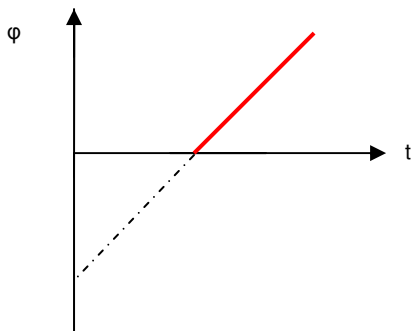
Η φάση για $x_M = 2.5m$ είναι $\phi_M = 2\pi\left(\frac{t}{0.4} - \frac{2.5}{0.5}\right) \Rightarrow \phi_M = 2\pi(2.5t - 5) \Rightarrow \phi_M = 5\pi t - 10\pi$



για $\phi=0 \rightarrow t=2s$

για $t=0 \rightarrow \phi=-10\pi$

Γενική μορφή απεικόνισης $\phi = f(t)$



ΕΡΩΤΗΜΑ 11ο

ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ $y = f(t)$

Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση του σημείου $K(x_K = +1.75m)$ από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Πρώτα βρίσκουμε το χρόνο που χρειάζεται το κύμα να φτάσει στο σημείο (από την εξίσωση $x = vt$)

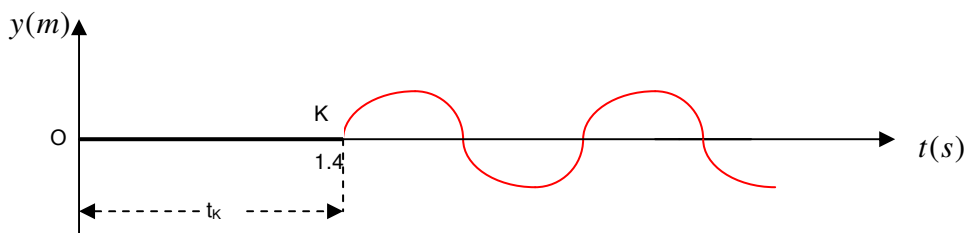
Για να ξεκινήσει το σημείο K να ταλαντώνεται χρειάζεται χρόνο $t_K = \frac{x_K}{v} \Rightarrow t_K = \frac{1.75}{1.25} \Rightarrow t_K = 1.4s$ επομένως για

χρόνο $t = 1.4s$ η απομάκρυνση του σημείου K είναι μηδέν. Το σημείο K αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 1.4s$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης $y_K = f(t)$ είναι
$$y_K = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 1.4s \\ 0.2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0.4} - \frac{1.75}{0.5}\right) & 1.4s \leq t \end{cases}$$

Για $t = 1.4s$ η απομάκρυνση του σημείου K είναι $y_K = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) \Rightarrow y_K = 0.2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0.4} - \frac{1.75}{0.5}\right) \Rightarrow y_K = 0$

Επίσης $v_K = \frac{dy_K}{dt} \Rightarrow v_K = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow v_K = A\omega\sigma\upsilon\nu 0 \Rightarrow v_K = A\omega > 0$



Προσοχή

Η γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης των σημείων ξεκινούν από τον άξονα t

ΕΡΩΤΗΜΑ 12ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΣΤΙΓΜΗΣ ΤΗΝ ΟΠΟΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗ – ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΕΧΟΥΝ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗ ΤΙΜΗ

Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του σημείου $K(x_K = +1.75m)$ μηδενίζεται για πρώτη φορά

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Από την απεικόνιση της απομάκρυνσης βρίσκουμε ότι το σημείο K τη χρονική στιγμή $t = 1.4s$ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας ($y_K = 0$) κινούμενο προς ακραία θέση με θετική φορά ($v_K > 0$). Ο μηδενισμός της ταχύτητας γίνεται όταν το σημείο K βρίσκεται σε θέση μέγιστης απομάκρυνσης επομένως χρονική στιγμή βρίσκεται αθροίζοντας το χρόνο που χρειάζεται από το σημείο O μέχρι να φτάσει το σημείο K συν το χρόνο από τη θέση ισορροπίας σε θέση μέγιστης απομάκρυνσης δηλ

$$t_{o\lambda} = t_{oK} + \frac{T}{4} \Rightarrow t_{o\lambda} = 1.4 + \frac{0.4}{4} \Rightarrow t_{o\lambda} = 1.4 + 0.1 \Rightarrow t_{o\lambda} = 1.5s$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 13ο

ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΗΜΕΙΟΥ $v = f(t)$

Να παραστήσετε γραφικά την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου $K(x_K = +1.75m)$ σε συνάρτηση με το χρόνο

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

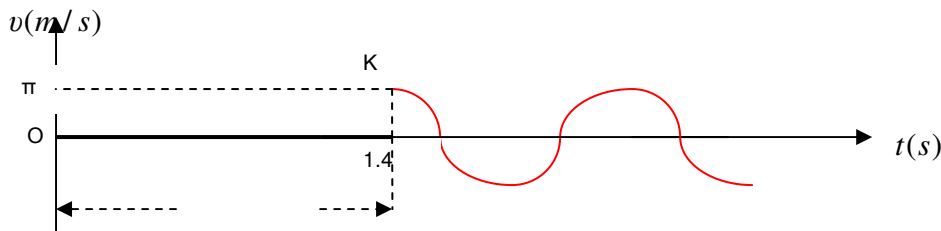
Πρώτα βρίσκουμε το χρόνο που χρειάζεται το κύμα να φτάσει στο σημείο (από την εξίσωση $x = vt$)

$$\text{Για να ξεκινήσει το σημείο } K \text{ να ταλαντώνεται χρειάζεται χρόνο } t = \frac{x_K}{v} \Rightarrow t = \frac{1.75}{1.25} \Rightarrow t = 1.4s$$

Κατόπιν αντικαθιστούμε στην εξίσωση της ταχύτητας $v_K = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ τη χρονική στιγμή $t = 1.4s$ και

$$\text{υπολογίζουμε την ταχύτητα. Επομένως } v_K = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow v_K = 0.2 \times 5\pi\sigma\upsilon\nu 0 \Rightarrow v_K = \pi m/s$$

$$\text{Η εξίσωση της ταχύτητας είναι } v_K = f(t) \text{ είναι } v_K = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 1.4s \\ 0.2 \times 5\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{0.4} - \frac{1.75}{0.5}\right) & 1.4s \leq t \end{cases}$$



ΕΡΩΤΗΜΑ 14ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ (ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗ – ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ) ΣΗΜΕΙΟΥ, ΟΤΑΝ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΤΙΜΕΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΑΛΛΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του άκρου O ($x = 0$) τη χρονική στιγμή που ξεκινά να ταλαντώνεται το σημείο K ($x_K = +1.75m$)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Πρώτα βρίσκουμε το χρόνο που χρειάζεται το κύμα να φτάσει στο σημείο (από την εξίσωση $x = vt$)

Για να ξεκινήσει το σημείο K να ταλαντώνεται χρειάζεται χρόνο $t = \frac{x_K}{v} \Rightarrow t = \frac{1.75}{1.25} \Rightarrow t = 1.4s$

Κατόπιν αυτή τη χρονική στιγμή την αντικαθιστούμε στην εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Αν πρόκειται για το άκρο $(x = 0)$ έχουμε $y_o = A\eta\mu\omega t \Rightarrow y_o = 0.2\eta\mu 5\pi \times 1.4 \Rightarrow y_o = 0.2\eta\mu 7\pi \Rightarrow y_o = 0$

ΕΡΩΤΗΜΑ 15ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗΣ Ή ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ Ή ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ

Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σημείου $K(x_K = +1.75m)$ τη χρονική στιγμή $t_4 = 2s$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ μέσω της σχέσης $v = \frac{dy}{dt}$

βρίσκουμε την ταχύτητα $v = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και μέσω της σχέσης $a = \frac{dv}{dt}$ βρίσκουμε την επιτάχυνση

$$a = -A\omega^2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Με αντικατάσταση των μεγεθών προκύπτει $a_K = -0.2 \times 25\pi^2\eta\mu 2\pi\left(\frac{2}{0.4} - \frac{1.75}{0.5}\right) \Rightarrow a_K = -50\eta\mu 3\pi \Rightarrow a_K = 0$

ΕΡΩΤΗΜΑ 16ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΗΓΗ ΟΤΑΝ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗ ΦΑΣΗ ΤΟΥΣ

Να υπολογίσετε την απόσταση από την πηγή δύο σημείων A και B των οποίων οι

φάσεις κάποια χρονική στιγμή είναι $\phi_A = \frac{\pi}{2}$ και $\phi_B = \frac{\pi}{4}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Από την εξίσωση του κύματος $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ η φάση είναι $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Οι φάσεις των σημείων είναι $\phi_A = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_A}{\lambda}\right)$ και $\phi_B = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_B}{\lambda}\right)$ επομένως με αντικατάσταση προκύπτουν

$$\phi_A = 2\pi(2.5t - 2x_A) \text{ και } \phi_B = 2\pi(2.5t - 2x_B)$$

Από τα δεδομένα έχουμε $\phi_A > \phi_B \Rightarrow 2\pi(2.5t - 2x_A) > 2\pi(2.5t - 2x_B) \Rightarrow -x_A > -x_B \Rightarrow x_A < x_B$

άρα πιο μακριά είναι το σημείο B
Για να γνωρίζουμε ακριβώς την απόσταση μας χρειάζεται η χρονική στιγμή

ΕΡΩΤΗΜΑ 17ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΣΗΣ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΙ ΣΕ ΣΥΜΦΩΝΙΑ ΦΑΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΘΕΣΗ ΦΑΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΠΗΓΗ

Να υπολογίσετε τον αριθμό και τις θέσεις των σημείων του μέσου τα οποία περιέχονται στο τμήμα από τη θέση $x_1 = +1.75m$ μέχρι τη θέση $x_2 = +2.5m$ και είναι σε συμφωνία και αντίθεση φάσης με την πηγή

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η διαφορά φάσης ενός σημείου από την πηγή δίνεται από τη σχέση $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$

Επομένως όταν το σημείο βρίσκεται σε συμφωνία φάσης θα ισχύει $N2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} x \Rightarrow x = N\lambda$

Με αντικατάσταση έχουμε $x = 0.5N$

(Το σύμβολο της ανίσωσης γράφεται μετά από μελέτη των άκρων που γίνεται παρακάτω)

Επομένως $1.75 < x \leq 2.5 \Rightarrow 1.75 < 0.5N \leq 2.5 \Rightarrow 3.5 < N \leq 5$

Οι δυνατές ακέραιες τιμές του N είναι 4 και 5

Επομένως οι θέσεις είναι

$$x = 0.5N \Rightarrow x = 4 \times 0.5 = 2m$$

$$x = 0.5N \Rightarrow x = 5 \times 0.5 = 2.5m$$

Όταν το σημείο βρίσκεται σε αντίθεση φάσης θα ισχύει $(2N+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} x \Rightarrow x = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = N\lambda + \frac{\lambda}{2}$

Με αντικατάσταση έχουμε $x = 0.5N + 0.25$

Επομένως $1.75 \leq x < 2.5 \Rightarrow 1.75 \leq 0.5N + 0.25 < 2.5 \Rightarrow 1.5 \leq 0.5N < 2.25 \Rightarrow 3 \leq N < 4.5 \Rightarrow$

Οι δυνατές ακέραιες τιμές του N είναι 3 και 4

Επομένως οι θέσεις είναι

$$x = 0.5N + 0.25 \Rightarrow x = 1.75m$$

$$x = 0.5N + 0.25 \Rightarrow x = 2.25m$$

Σημείωση

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2s$ η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας των σημείων $x_1 = +1.75m$ και $x_2 = +2.5m$ είναι

$$y_1 = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5 \times 2 - 2 \times 1.75) \Rightarrow y_1 = 0.2\eta\mu 2\pi(5 - 3.5) \Rightarrow y_1 = 0.2\eta\mu 3\pi \Rightarrow y_1 = 0$$

Το σημείο (1) δεν βρίσκεται σε συμφωνία φάσης με την πηγή

$$y_2 = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5 \times 2 - 2 \times 2.5) \Rightarrow y_2 = 0.2\eta\mu 2\pi(5 - 5) \Rightarrow y_2 = 0.2\eta\mu 0 \Rightarrow y_2 = 0$$

Το σημείο (2) βρίσκεται σε συμφωνία φάσης με την πηγή

ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΜΕ ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟ

Η απόσταση $x_2 = +2.5m$ σε σχέση με το μήκος κύματος είναι $x_2 = 5\lambda$ και έγινε σε χρόνο $t = 5T = 5 \times 0.4 = 2s$

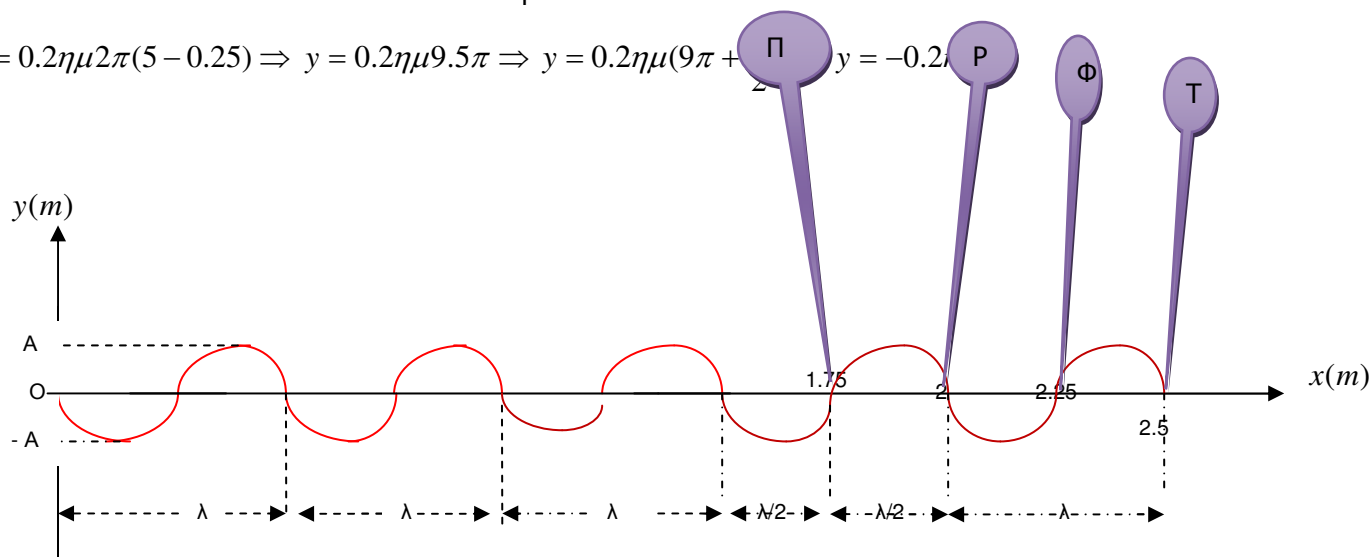
Εξετάζουμε τη θέση σημείου O τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή $t_2 = 2s$ (για $x = 0$)

Η εξίσωση $y_o = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5t - 2x)$ για $x = 0$ και $t_2 = 2s$ γράφεται $y_o = 0.2\eta\mu 10\pi \Rightarrow y_o = 0$

Όταν η απομάκρυνση της πηγής είναι ίση με μηδέν εξετάζουμε το επόμενο σημείο $x = \frac{\lambda}{4}$

Η εξίσωση $y = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5t - 2x)$ για $x = \frac{\lambda}{4}$ και $t_2 = 2s$ γράφεται

$$y = 0.2\eta\mu 2\pi(5 - 0.25) \Rightarrow y = 0.2\eta\mu 9.5\pi \Rightarrow y = 0.2\eta\mu(9\pi + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = -0.2$$



Όπως φαίνεται από το στιγμιότυπο τα σημεία που βρίσκονται σε συμφωνία φάσης με την πηγή είναι τα P και T και σε αντίθεση φάσης τα σημεία Π και Φ

ΣΤΑΣΙΜΟ ΚΥΜΑ

α.Εξίσωση απομάκρυνσης $y = 2A \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$ με πλάτος $A' = 2A \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$

β.Εξίσωση ταχύτητας $v = 2A\omega \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi}{T} t$ με $v_{\max} = 2A\omega \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$

γ.Εξίσωση επιτάχυνσης $a = -2A\omega^2 \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$ με $a_{\max} = 2A\omega^2 \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ

Κατ'αρχήν πρέπει να ξεχωρίζουμε **τις σχέσεις οι οποίες αναφέρονται στο στάσιμο κύμα** από **τις σχέσεις οι οποίες αναφέρονται στα κύματα από τα οποία προήλθε**. Στόχος είναι η γραφή της εξίσωσης του στάσιμου κύματος και ο έλεγχος των άκρων του (έτσι γίνονται γνωστά τα σημεία που είναι δεσμοί ή κοιλίες)

Μεγέθη τα οποία αναφέρονται στα κύματα από τα οποία προήλθε το στάσιμο και διευκολύνουν την επίλυση της άσκησης **είναι η περίοδος T , η συχνότητα f , η γωνιακή ταχύτητα ω , το πλάτος ταλάντωσης A και το μήκος κύματος λ .**

Για το στάσιμο κάποιες από τις προτάσεις που διευκολύνουν την επίλυση είναι απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ή δύο διαδοχικών κοιλιών $d = \frac{\lambda}{2}$

απόσταση μεταξύ δεσμού και (διαδοχικής) κοιλίας $d = \frac{\lambda}{4}$

οι δεσμοί είναι ακίνητα σημεία $A' = 0$, οι κοιλίες ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος $A' = 2A$

Όλα τα σημεία περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας,

Η ενέργεια εγκλωβίζεται μεταξύ των δεσμών και έχουμε μόνο μετατροπή

δυναμικής $\rightarrow$ δυναμική και κινητική $\rightarrow$ κινητική και αντιστρόφως

Τα σημεία του μέσου ή έχουν διαφορά φάσης $\pi \text{ rad}$ ή δεν έχουν διαφορά φάσης (διαφορά 0)

Στην άσκηση για **στάσιμο κύμα** που ακολουθεί, γίνεται αναλυτική επεξεργασία 11 ερωτημάτων

ΑΣΚΗΣΗ

Σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$, διαδίδονται με αντίθετες ταχύτητες μέτρου $8m/s$, δύο αρμονικά κύματα πλάτους $0.25m$. Όλα τα σημεία της χορδής ευθυγραμμίζονται κάθε $0.05s$. Το κάθε κύμα αναγκάζει το σημείο O ($x=0$) να εκτελεί αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$

Δίνονται: $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} = 0$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 2\pi = +1$, $\sigma\upsilon\nu 0 = +1$, $\eta\mu\frac{\pi}{2} = +1$, $\eta\mu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\eta\mu 0 = 0$, $\pi^2 = 10$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΗΣ

ΕΡΩΤΗΜΑ 1ο

ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται

Από την εκφώνηση έχουμε

$$A = 0.25m, v = 8m/s \text{ και ευθυγραμμίζονται κάθε } 0.05s \text{ σημαίνει (λόγω της κίνησης του μέσου)} \frac{T}{2} = 0.05s \Rightarrow$$

$$T = 0.1s \text{ επομένως } f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0.1} \Rightarrow f = 10Hz \text{ και από τη σχέση } v = \lambda f \text{ προκύπτει}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{8m/s}{10Hz} \Rightarrow \lambda = 0.8m \text{ και } \omega = 2\pi f = 2\pi 10 = 20\pi rad/s$$

$$\text{Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι } y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi}{T}t \text{ με αντικατάσταση έχουμε } y = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi x\eta\mu 20\pi t$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2ο

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΥΜΑΤΩΝ ΠΟΥ ΣΥΜΒΑΛΛΟΝΤΑΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΝ ΣΤΑΣΙΜΟ ΚΥΜΑ

Να γράψετε τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλοντας δημιουργούν το στάσιμο κύμα

Οι εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν είναι $y_1 = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ και $y_2 = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$

Με αντικατάσταση προκύπτουν $y_1 = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0.1} - \frac{x}{0.8} \right) \Rightarrow y_1 = 0.25 \eta \mu 2\pi (10t - 1.25x)$ και $y_2 = 0.25 \eta \mu 2\pi (10t + 1.25x)$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΟΙΛΙΩΝ ΚΑΙ ΔΕΣΜΩΝ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΘΕΣΕΩΝ ΚΟΙΛΙΩΝ ΚΑΙ ΔΕΣΜΩΝ

Να υπολογίσετε τον αριθμό και τις θέσεις των κοιλιών και δεσμών του στάσιμου κύματος μεταξύ των σημείων $M(x_M = +0.8m)$ και $A(x_A = -0.3m)$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΚΡΩΝ

Εξετάζουμε τι είναι τα σημεία $M(x_M = +0.8m)$ και $A(x_A = -0.3m)$ (δεσμοί, κοιλίες ή άλλο σημείο)

Για το σημείο $M(x_M = +0.8m)$

$A'_M = 2A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x_M}{\lambda} \Rightarrow A'_M = 2A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi \times 0.8}{0.8} \Rightarrow A'_M = 2A \sigma \upsilon \nu 2\pi \Rightarrow A'_M = 2A$ δηλ. το σημείο M είναι κοιλία

Για το σημείο $A(x_A = -0.3m)$

$A'_A = 2A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x_A}{\lambda} \Rightarrow A'_A = 2A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi \times (-0.3)}{0.8} \Rightarrow A'_A = 2A \sigma \upsilon \nu \frac{-0.6\pi}{0.8} \Rightarrow A'_A = 2A \sigma \upsilon \nu \left(-3\frac{\pi}{4}\right)$ δηλ. το σημείο A δεν είναι ούτε κοιλία ούτε δεσμός

Τα σύμβολα των ανισώσεων προκύπτουν από τον έλεγχο

Αριθμός κοιλιών

$$x_{\Lambda} < x_{\text{κοιλιών}} \leq x_M \Rightarrow x_{\Lambda} < N \frac{\lambda}{2} \leq x_M \Rightarrow -0.3 < N \frac{0.8}{2} \leq +0.8 \Rightarrow -0.3 < 0.4N \leq +0.8 \Rightarrow -0.75 < N \leq +2 \text{ δηλ.}$$

$N = 0, 1, 2$ επομένως υπάρχουν 3 κοιλίες μεταξύ των σημείων M και Λ

Θέση κοιλιών

$$x_{\text{κοιλιών}} = N \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_{\text{κοιλιών}} = N \frac{0.8}{2} \Rightarrow x_{\text{κοιλιών}} = 0.4N$$

Για $N = 0$ έχουμε $x_{\text{κοιλιών}} = 0$

Για $N = 1$ έχουμε $x_{\text{κοιλιών}} = 0.4m$

Για $N = 2$ έχουμε $x_{\text{κοιλιών}} = 0.8m$

Αριθμός δεσμών

$$x_{\Lambda} < x_{\text{δεσμών}} < x_M \Rightarrow x_{\Lambda} < (2N+1) \frac{\lambda}{4} < x_M \Rightarrow$$

$$-0.3 < (2N+1) \frac{0.8}{4} < +0.8 \Rightarrow -0.3 < 0.2(2N+1) < +0.8 \Rightarrow -1.5 < 2N+1 < +4 \Rightarrow -2.5 < 2N < +3 \Rightarrow$$

$-1.25 < N < +1.5 \Rightarrow$ δηλ. $N = -1, 0, 1$ επομένως υπάρχουν 3 δεσμοί μεταξύ των σημείων M και Λ

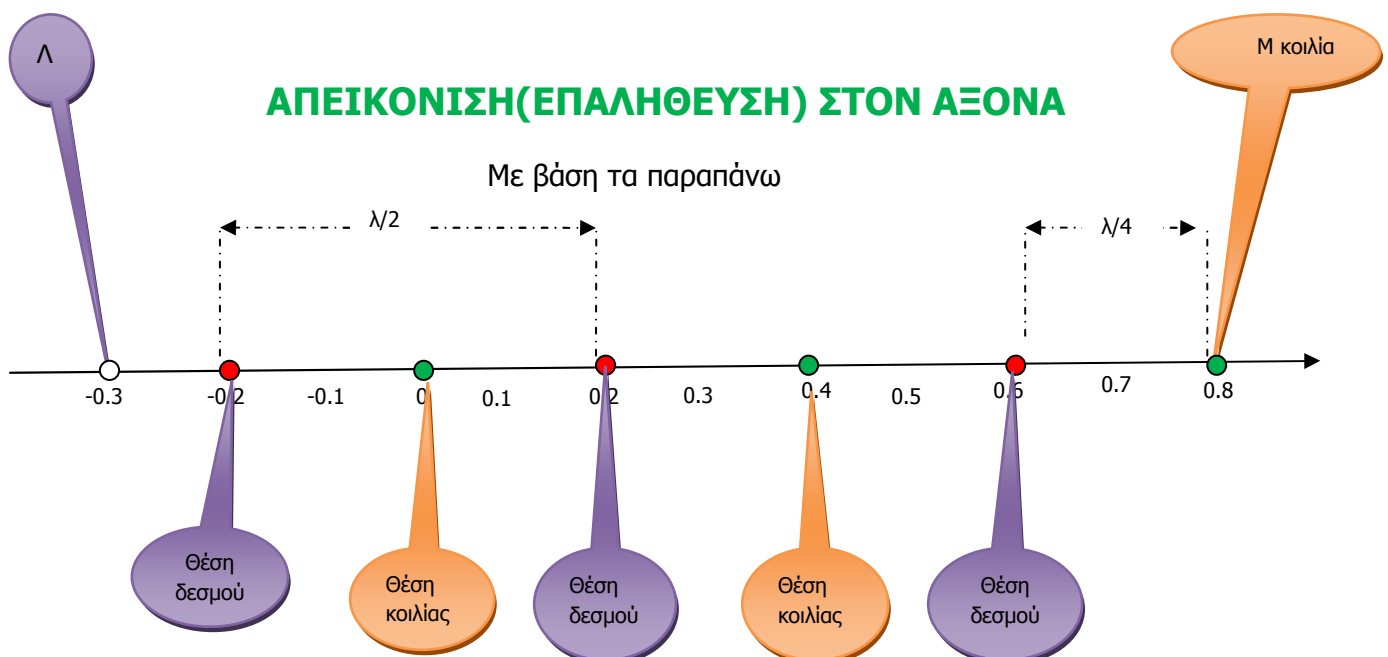
Θέση δεσμών

$$x_{\text{δεσμών}} = (2N+1) \frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_{\text{δεσμών}} = (2N+1) \frac{0.8}{4} \Rightarrow x_{\text{δεσμών}} = (2N+1)0.2 \Rightarrow x_{\text{δεσμών}} = 0.4N + 0.2$$

Για $N = -1$ έχουμε $x_{\text{δεσμών}} = -0.2m$

Για $N = 0$ έχουμε $x_{\text{δεσμών}} = 0.2m$

Για $N = 1$ έχουμε $x_{\text{δεσμών}} = 0.6m$



ΕΡΩΤΗΜΑ 4ο

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος μεταξύ των σημείων $A(x_A = -0.3m)$ και $M(x_M = +0.8m)$ για τις χρονικές στιγμές $t = 0$, $t = 0.3875s$ και $t = 0.425s$

Χρονική στιγμή $t = 0$

Ελέγχουμε τα άκρα (ή και άλλο σημείο) δηλ. βρίσκουμε την απομάκρυνση των σημείων από τη θέση ισορροπίας τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, από τη σχέση του πλάτους ελέγχουμε αν στο σημείο αντιστοιχεί κοιλία ή δεσμός και από την ταχύτητα προς ποια κατεύθυνση κινείται. Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε αν υπολογίσουμε τους δεσμούς ή τις κοιλίες που μεσολαβούν επειδή γνωρίζουμε ότι δύο σημεία έχουν διαφορά φάσης πrad ή 0

Για το σημείο A

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου A τη χρονική στιγμή $t = 0$ δίνεται από τη σχέση
 $y_A = 0.5 \sin 2.5\pi(-0.3) \sin 20\pi t \Rightarrow y_A = 0.5 \sin(-0.75\pi) \sin 0 \Rightarrow y_A = 0$

Εξέταση σημείου

$A'_A = 2A \sin \frac{2\pi x_A}{\lambda} \Rightarrow A'_A = 2A \sin \frac{2\pi \times (-0.3)}{0.8} \Rightarrow A'_A = 2A \sin(-0.75\pi) \Rightarrow A'_A = 2A \sin(-3\frac{\pi}{4})$ δηλ. το σημείο A είναι ενδιάμεσο σημείο

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου A είναι

$v_A = 0.5 \times 20\pi \sin 2.5\pi(-0.3) \cos 20\pi t \Rightarrow v_A = 10\pi \sin(-0.75\pi) \cos 0 \Rightarrow v_A = 10\pi \sin(-3\frac{\pi}{4})(+1) \Rightarrow$
 $v_A = -10\pi \sin 3\frac{\pi}{4} \Rightarrow v_A = -10\pi \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow v_A = -5\pi\sqrt{2} m/s$ δηλ. αρνητική (με φορά προς τα κάτω)

Για το σημείο M

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου M τη χρονική στιγμή $t = 0$ δίνεται από τη σχέση
 $y_M = 0.5 \sin 2.5\pi(+0.8) \sin 20\pi t \Rightarrow y_M = 0.5 \sin 2\pi \sin 0 \Rightarrow y_M = 0$

Εξέταση σημείου

$$A'_M = 2A \sin \frac{2\pi x_M}{\lambda} \Rightarrow A'_M = 2A \sin \frac{2\pi \times 0.8}{0.8} \Rightarrow A'_M = 2A \sin 2\pi \Rightarrow A'_M = 2A \text{ δηλ. το σημείο } M \text{ είναι κοιλία}$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου M είναι

$$v_M = 0.5 \times 20\pi \sin 2.5\pi(+0.8) \sin 20\pi t \Rightarrow v_M = 10\pi \sin 2\pi \sin 0 \Rightarrow v_M = 10\pi(+1)(+1) \Rightarrow v_M = +10\pi \text{ m/s}$$

δηλ. θετική (με φορά προς τα πάνω)

Για το σημείο O

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου O ($x_O = 0$) τη χρονική στιγμή $t = 0$ δίνεται από τη σχέση

$$y_O = A \eta \mu \omega t \Rightarrow y_O = A \eta \mu \omega 0 \Rightarrow y_O = 0$$

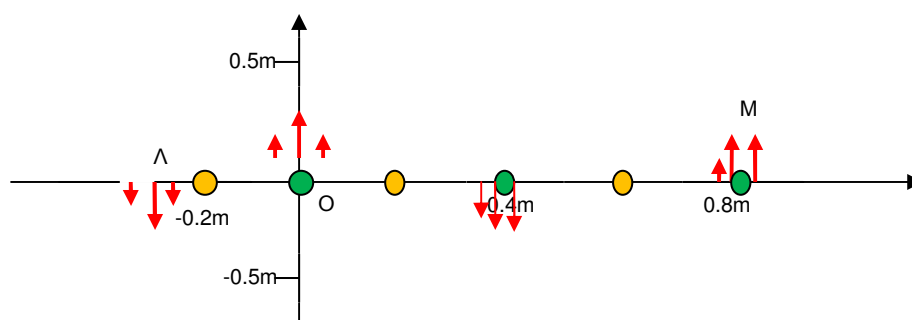
Εξέταση σημείου

$$A'_O = 2A \sin \frac{2\pi x_O}{\lambda} \Rightarrow A'_O = 2A \sin \frac{2\pi \times 0}{0.8} \Rightarrow A'_O = 2A \sin 0 \Rightarrow A'_O = 0 \text{ δηλ. το σημείο } O \text{ είναι κοιλία}$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου O είναι $v_O = A \omega \sin \omega t \Rightarrow$

$$v_O = A \omega \sin \omega 0 \Rightarrow v_O = A \omega \sin 0 \Rightarrow v_O = +A \omega \Rightarrow v_O = +v_{\max}$$



Χρονική στιγμή $t = 0.3875s$

Η σχέση της χρονικής στιγμής $t = 0.3875s$ με την περίοδο $T = 0.1s$ είναι $t = 3T + 3\frac{T}{4} + \frac{T}{8}$ επομένως

όλα τα σημεία (πλην των δεσμών που παραμένουν ακίνητα) θα βρίσκονται σε τυχαίες θέσεις γιατί θα έχουν εκτελέσει τρεις πλήρεις ταλαντώσεις ($t = 3T$) και σε χρόνο $t = 3\frac{T}{4} + \frac{T}{8}$ θα μεταβαίνουν από ακραία θέση στη θέση ισορροπίας

άρα με βάση τη θέση τους και τη φορά της κίνησής τους τη χρονική στιγμή $t = 0$ προκύπτουν

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου A τη χρονική στιγμή $t = 0.3875s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_A = 0.5 \sin 2.5\pi(-0.3) \eta \mu 20\pi 0.3875 \Rightarrow y_A = 0.5 \sin(-0.75\pi) \eta \mu 7.75\pi$$

$$\Rightarrow y_A = 0.5 \sin(-0.75\pi) \eta \mu(7\pi + 3\frac{\pi}{4}) \Rightarrow y_A = 0.5 \sin(-3\frac{\pi}{4})(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_A = 0.5 \times (-\frac{\sqrt{2}}{2})(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_A = 0.25m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου A είναι

$$v_A = 0.5 \times 20\pi \sin 2.5\pi(-0.3) \sigma \upsilon \nu 20\pi 0.3875 \Rightarrow v_A = 10\pi \sin(-0.75\pi) \sigma \upsilon \nu 7.75\pi \Rightarrow$$

$$v_A = 10\pi \times (-\frac{\sqrt{2}}{2})(\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow v_A = -5\pi m/s$$

Για το σημείο M

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου M τη χρονική στιγμή $t = 0.3875s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_M = 0.5 \sin 2.5\pi(+0.8) \eta \mu 20\pi 0.3875 \Rightarrow y_M = 0.5 \sin 2\pi \eta \mu 7.75\pi$$

$$\Rightarrow y_M = 0.5 \times (+1)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_M = -0.25\sqrt{2}m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητά του σημείου M είναι $v_M = 0.5 \times 20\pi \sin 2.5\pi(+0.8) \sigma \upsilon \nu 20\pi 0.3875 \Rightarrow$

$$v_M = 10\pi \sin 2\pi \sigma \upsilon \nu 7.75\pi \Rightarrow v_M = 10\pi(+1)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow v_M = -5\pi\sqrt{2}m/s$$

Για το σημείο O

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου O τη χρονική στιγμή $t = 0.3875s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_O = 0.5 \sin 2.5\pi 0 \eta \mu 20\pi 0.3875 \Rightarrow y_O = 0.5 \sin 0 \eta \mu 7.75\pi \Rightarrow y_O = 0.5(+1)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_O = -0.25\sqrt{2}m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του του σημείου O είναι $v_O = 0.5 \times 20\pi \sin 2.5\pi 0 \sigma \upsilon \nu 20\pi 0.3875 \Rightarrow$

$$v_O = 0.5 \times 20\pi \sin 0 \sigma \upsilon \nu 7.75\pi \Rightarrow v_O = 10\pi(+1)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow v_O = -5\pi\sqrt{2}m/s$$

Για το σημείο A

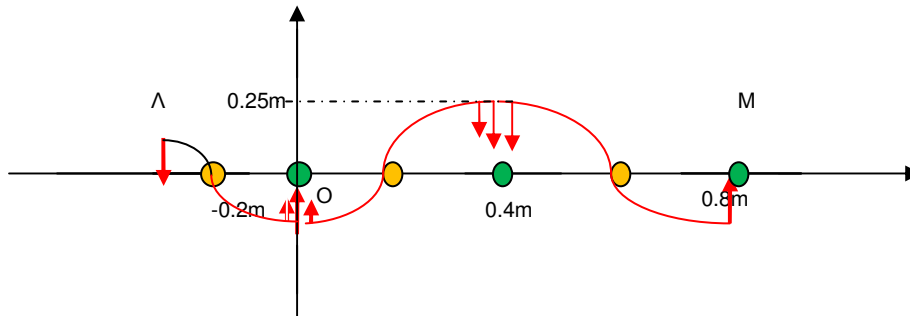
Κινείται προς τα κάτω προς τη θέση ισορροπίας

Για το σημείο M

Κινείται προς τα πάνω προς τη θέση ισορροπίας

Για το σημείο O

Κινείται προς τα πάνω προς τη θέση ισορροπίας



Χρονική στιγμή $t = 0.425s$

Επειδή οι δεσμοί και οι κοιλίες είναι σταθερά σημεία για το στάσιμο κύμα (εκτός και αν αλλάξει η συχνότητα των κυμάτων), για το στιγμιότυπο του ίδιου στάσιμου κύματος άλλη χρονική στιγμή, ελέγχουμε μόνο την απομάκρυνση και την ταχύτητα. Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε αν συνδυάσουμε τη χρονική στιγμή με την περίοδο των κυμάτων, γνωρίζοντας ότι τα σημεία του μέσου εκτελούν ταλάντωση

1ος τρόπος

Για το σημείο A

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου A τη χρονική στιγμή $t = 0.425s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_A = 0.5 \sin 2.5\pi(-0.3) \eta \mu 20\pi 0.425 \Rightarrow y_A = 0.5 \sin(-0.75\pi) \eta \mu 0 \Rightarrow y_A = 0.5 \sin(-3\frac{\pi}{4})(+1)$$

$$\Rightarrow y_A = 0.5 \times (-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_A = -0.25\sqrt{2}m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου A είναι

$$v_A = 0.5 \times 20\pi \sin 2.5\pi(-0.3) \cos 20\pi 0.425 \Rightarrow v_A = 10\pi \sin(-0.75\pi) \cos 8.5\pi \Rightarrow v_A = 0$$

Για το σημείο M

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου M τη χρονική στιγμή $t = 0.425s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_M = 0.5 \sin 2.5\pi(+0.8) \eta \mu 20\pi 0.425 \Rightarrow y_M = 0.5 \sin 2\pi \eta \mu 8.5\pi \Rightarrow y_M = 0.5m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητά του σημείου M είναι $v_M = 0.5 \times 20\pi \sin 2.5\pi(+0.8) \sigma \upsilon \nu 20\pi 0.425 \Rightarrow v_M = 0$

Για το σημείο O

Απομάκρυνση

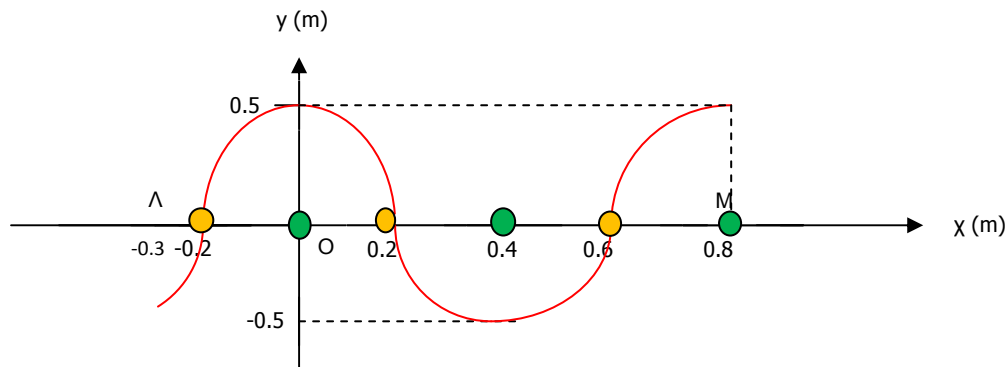
Η απομάκρυνση του σημείου O τη χρονική στιγμή $t = 0.425s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_O = 0.5 \sin 2.5\pi 0 \eta \mu 20\pi 0.425 \Rightarrow y_O = 0.5 \sin 0 \eta \mu 8.5\pi \Rightarrow y_O = 0.5(+1)(+1) \Rightarrow y_O = 0.5m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του του σημείου O είναι $v_O = 0.5 \times 20\pi \sin 2.5\pi 0 \sigma \upsilon \nu 20\pi 0.425 \Rightarrow$

$$v_O = 0.5 \times 20\pi \sin 0 \sigma \upsilon \nu 8.5\pi \Rightarrow v_O = 0$$



2ος τρόπος

Η σχέση της χρονικής στιγμής $t = 0.425s$ με την περίοδο $T = 0.1s$ είναι $t = 4T + \frac{T}{4}$ επομένως

όλα τα σημεία (πλην των δεσμών που παραμένουν ακίνητα) θα βρίσκονται στις ακραίες τους θέσεις γιατί θα έχουν εκτελέσει τέσσερις πλήρεις ταλαντώσεις ($t = 4T$) και σε χρόνο $t = \frac{T}{4}$ θα έχουν μεταβεί από τη θέση ισορροπίας σε ακραία θέση

άρα με βάση τη θέση τους και τη φορά της κίνησής τους τη χρονική στιγμή $t = 0$ προκύπτουν

Για το σημείο Λ

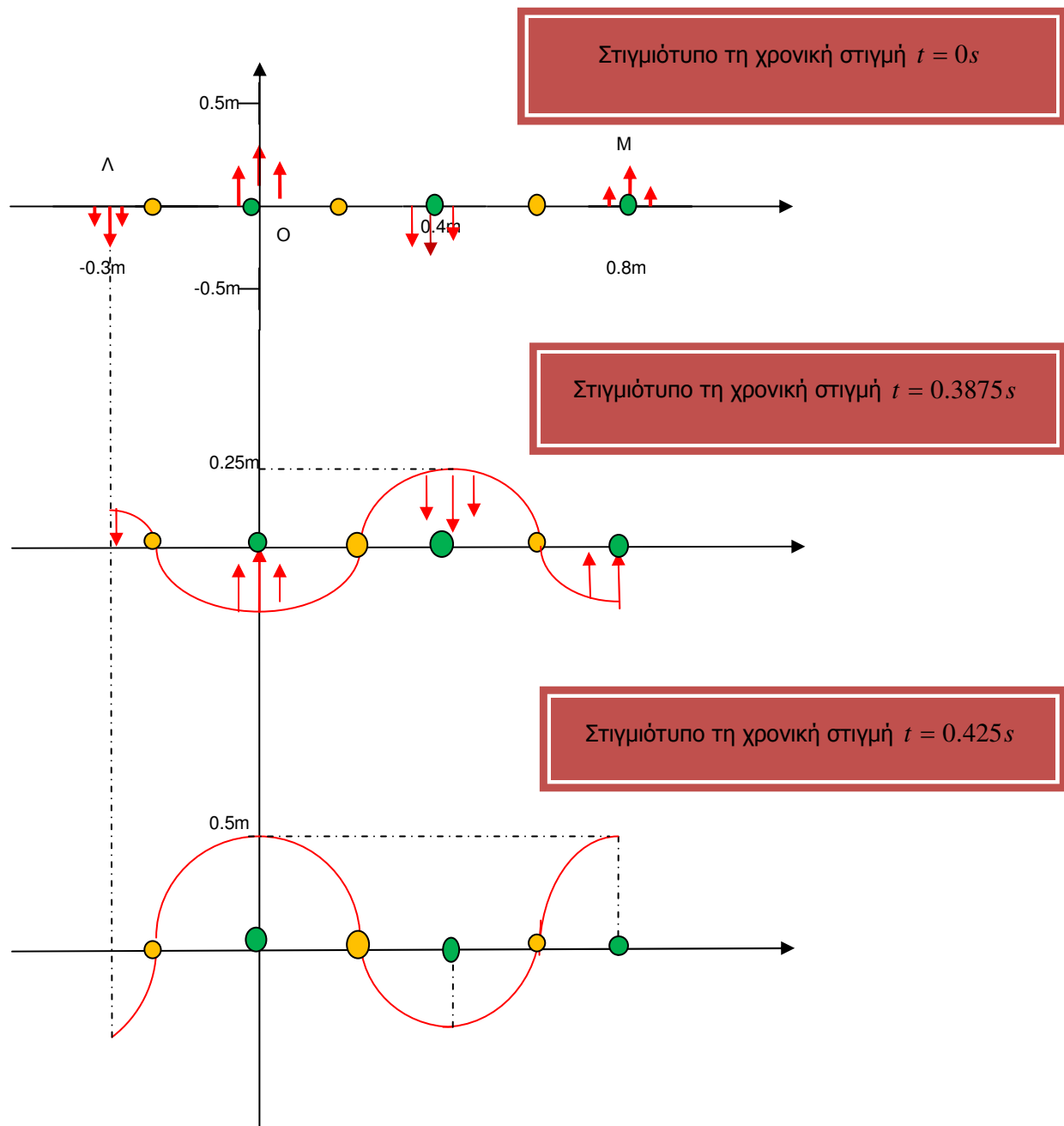
Κινείται προς τα κάτω άρα θα βρίσκεται στην ακραία του θέση προς τα κάτω

Για το σημείο M

Κινείται προς τα πάνω άρα θα βρίσκεται στην ακραία του θέση προς τα πάνω

Για το σημείο O

Κινείται προς τα πάνω άρα θα βρίσκεται στην ακραία του θέση προς τα πάνω



ΕΡΩΤΗΜΑ 5ο

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΑΝ ΕΙΝΑΙ ΔΕΣΜΟΣ Ή ΚΟΙΛΙΑ

Να εξετάσετε αν το σημείο $Z(x_z = +1.8m)$ είναι δεσμός ή κοιλία

Για το σημείο Z

$$A'_z = 2A \sin \frac{2\pi x_z}{\lambda} \Rightarrow A'_z = 2A \sin \frac{2\pi \times 1.8}{0.8} \Rightarrow A'_z = 2A \sin 4.5\pi \Rightarrow A'_z = 0 \quad \text{δηλ. το σημείο } Z \text{ είναι δεσμός}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 6ο

ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να γράψετε τη χρονική εξίσωση ταλάντωσης του σημείου $K(x_K = +1.6m)$

$$y_K = 2A \sin \frac{2\pi x_K}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow y_K = 0.5 \sin \frac{2\pi \times 1.6}{0.8} \eta\mu 20\pi t \Rightarrow y_K = 0.5 \sin 4\pi \eta\mu 20\pi t \Rightarrow$$

$$y_K = 0.5 \eta\mu 20\pi t$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 7ο

ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων O και A

Τα σημεία O και A είναι εκατέρωθεν δεσμού επομένως παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\pi \text{ rad}$

ΕΡΩΤΗΜΑ 8ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου $N(x_N = +\frac{13}{30}m)$ μια χρονική στιγμή που το σημείο O περνά από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα

Για το σημείο N

$$A'_N = 2A \sin \frac{2\pi x_N}{\lambda} \Rightarrow A'_N = 2A \sin \frac{2\pi \times \frac{13}{30}}{0.8} \Rightarrow A'_N = 2A \sin \frac{26\pi}{24} \mid \text{ δηλ. το σημείο } N \text{ δεν είναι ούτε δεσμός ούτε κοιλία}$$

Για το σημείο O

$$A'_O = 2A \sin \frac{2\pi x_O}{\lambda} \Rightarrow A'_O = 2A \sin \frac{2\pi \times 0}{0.8} \Rightarrow A'_O = 2A \sin 0 \mid A'_O = 2A \text{ δηλ. το σημείο } O \text{ είναι κοιλία}$$

Βρίσκουμε τον αριθμό των δεσμών που υπάρχει μεταξύ O και N : $x_O < x_{\text{δεσμών}} < x_N \Rightarrow x_O < (2N+1)\frac{\lambda}{4} < x_N \Rightarrow$

$$0 < (2N+1)\frac{0.8}{4} < +\frac{13}{30} \Rightarrow 0 < 0.2(2N+1) < +\frac{13}{30} \Rightarrow 0 < 2N+1 < +\frac{13}{6} \Rightarrow -1 < 2N < +\frac{7}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} < N < +\frac{7}{6} \Rightarrow -0.5 < N < +0.58 \Rightarrow N = 0 \text{ δηλ. μεταξύ των σημείων } O \text{ και } N \text{ υπάρχει 1 δεσμός}$$

επομένως όταν το σημείο O περνά από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα (προς τα πάνω) το σημείο N περνά από τη θέση ισορροπίας του με μέγιστη ταχύτητα αρνητική (προς τα κάτω) και επειδή

$$v_{O\max} = 2A\omega = 10\pi \text{ rad/s} \text{ έχουμε και } v_N = v_{O\max} = 10\pi \text{ rad/s}$$

Σημείωση

Τα μαθηματικά σύμβολα στην εύρεση του αριθμού των δεσμών προέκυψαν από τη μελέτη των σημείων O και N

Αν υπολογίζαμε τον αριθμό των κοιλιών που υπάρχουν μεταξύ O και N η σχέση θα γράφονταν

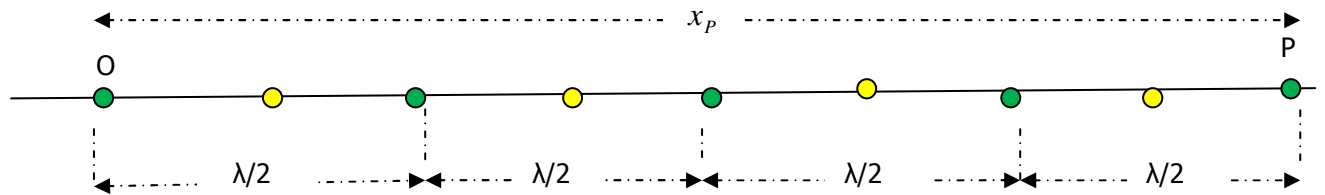
$$x_O \leq x_{\text{κοιλιών}} < x_N$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 9ο

ΕΥΡΕΣΗ ΘΕΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να υπολογίσετε τη θέση σημείου P (το οποίο είναι κοιλία), αν γνωρίζουμε ότι μεταξύ O και P υπάρχουν 4 δεσμοί

Η απόσταση δίνεται από τη σχέση $x_P = N \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_P = 4 \frac{0.8}{2} \Rightarrow x_P = 1.6m$



Με πράσινο χρώμα οι κοιλίες, με κίτρινο χρώμα οι δεσμοί

ΕΡΩΤΗΜΑ 10ο

ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης ενός σημείου E ($x_E = +1.9m$)

Ταχύτητα

$$v_E = 2A\omega \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow v_E = 10\pi \sin \frac{2\pi 1.9}{0.8} \sin 20\pi t \Rightarrow v_E = 10\pi \sin 4.5\pi \sin 20\pi t \Rightarrow$$

$$v_E = 10\pi \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 20\pi t \Rightarrow v_E = 5\pi\sqrt{2} \sin 20\pi t$$

Επιτάχυνση

$$a_E = -2A\omega^2 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow a_E = -200\pi^2 \sin \frac{2\pi 1.9}{\lambda} \eta \mu 20\pi t \Rightarrow$$

$$a_E = -2000 \sin 4.5\pi \eta \mu 20\pi t \Rightarrow a_E = -2000 \frac{\sqrt{2}}{2} \eta \mu 20\pi t \Rightarrow a_E = -1000\sqrt{2} \eta \mu 20\pi t$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 11ο

ΣΧΕΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΟΥ ΔΕΣΜΩΝ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Πόσο τοις $\%$ πρέπει να μεταβληθεί η συχνότητα των κυμάτων που συμβάλλουν ώστε μεταξύ των σημείων O και M να δημιουργηθεί διπλάσιος αριθμός δεσμών (τα σημεία O και M παραμένουν ως έχουν)

Μεταξύ O και M έχουμε αριθμό δεσμών: $x_O < x_{\text{δεσμών}} < x_M \Rightarrow x_O < (2N+1)\frac{\lambda}{4} < x_M \Rightarrow$

$$0 < (2N+1)\frac{0.8}{4} < +0.8 \Rightarrow 0 < 0.2(2N+1) < +0.8 \Rightarrow 0 < 2N+1 < +4 \Rightarrow -1 < 2N < +3 \Rightarrow -\frac{1}{2} < N < +\frac{3}{2} \Rightarrow$$

$-0.5 < N < +1.5 \Rightarrow N = 0,1$ δηλ. μεταξύ των σημείων O και M υπάρχουν 2 δεσμοί

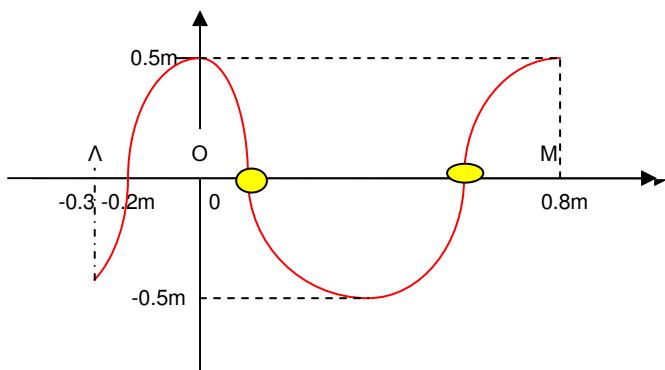
Μετά τη μεταβολή της συχνότητας οι δεσμοί θα είναι 4. Τα σημεία O και M παραμένουν κοιλίες. Η απόσταση

$$OM = 0.8m \text{ εκφράζεται τώρα με τη σχέση } OM = 4\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow 4\frac{\lambda'}{2} = 0.8 \Rightarrow \lambda' = 0.4m \text{ επομένως και η καινούργια}$$

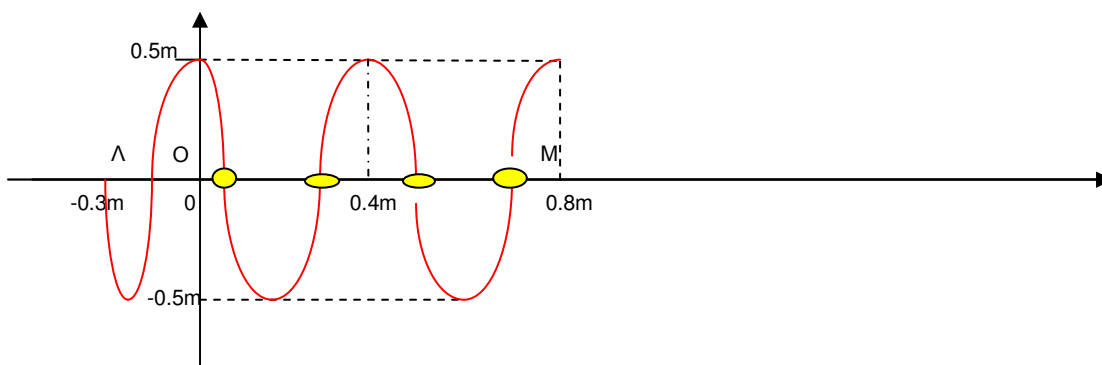
συχνότητα είναι $v = \lambda' f' \Rightarrow f' = \frac{v}{\lambda'} \Rightarrow f' = \frac{8}{0.4} = 20Hz$ άρα έχουμε μεταβολή

$$\frac{f - f'}{f} 100\% = \frac{10 - 20}{10} 100\% = -100\%$$

ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΜΕ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ



ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΑΛΛΑΓΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ



ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

α. Εξίσωσεις κυμάτων $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right)$ **και** $y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)$

β. Εξίσωση απομάκρυνσης $y = y_1 + y_2 \Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$

γ. Πλάτος ταλάντωσης $y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}$ από την οποία προκύπτουν

ι. όταν $|r_1 - r_2| = N\lambda$ τα σημεία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος $A' = 2A$

ii. όταν $|r_1 - r_2| = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}$ τα σημεία παραμένουν ακίνητα $A' = 0$

δ. Φάση $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ

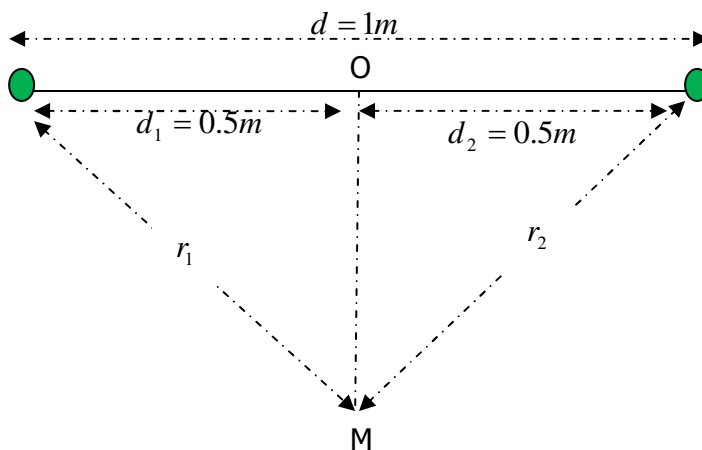
Επειδή σε κάθε σημείο η εξίσωση παίρνει συγκεκριμένη μορφή, για την εξίσωση του κύματος που προκύπτει από τη συμβολή μας χρειάζονται η περίοδος T (ή η συχνότητα f ή η γωνιακή ταχύτητα ω), το πλάτος ταλάντωσης A , το μήκος κύματος λ και οι αποστάσεις του σημείου από τις δύο πηγές

Στην άσκηση για **συμβολή κυμάτων** που ακολουθεί, γίνεται αναλυτική επεξεργασία 11 ερωτημάτων

ΑΣΚΗΣΗ – ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2011 (μικρή μετατροπή)

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου M , που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση $y_M = 0.2\eta\mu 2\pi(5t - 10)$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι 2m/s . Έστω O το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και $d = 1\text{m}$ η απόσταση μεταξύ των πηγών



ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΗΣ

ΕΡΩΤΗΜΑ 1ο

ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΥΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΟΡΙΣΜΕΝΑ ΣΗΜΕΙΑ (M και O – σημεία της μεσοκαθέτου)

Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης των σημείων M και O (σημεία της μεσοκαθέτου)

Από τη σύγκριση των εξισώσεων $y_M = 0.2\eta\mu 2\pi(5t - 10)$

$$y_M = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

προκύπτουν $2A = 0.2 \Rightarrow A = 0.1\text{m}$ $\frac{1}{T} = 5 \Rightarrow T = \frac{1}{5} = 0.2\text{s}$ $f = \frac{1}{T} = 5\text{Hz}$ $\omega = 2\pi f = 10\pi\text{rad/s}$

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{2}{5} = 0.4\text{m}$$

$$\frac{r_1 + r_2}{2\lambda} = 10 \Rightarrow \frac{2r_1}{2 \times 0.4} = 10 \Rightarrow 2r_1 = 8 \Rightarrow r_1 = 4\text{m} = r_2$$

Για το σημείο O γράφεται

$$y_o = 2A \sin 2\pi \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda} \right) \Rightarrow y_o = 0.2 \sin 2\pi \frac{0}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y_o = 0.2 \sin 0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0.2} - \frac{1}{0.8} \right) \Rightarrow y_o = 0.2 \eta \mu 2\pi \left(5t - \frac{1}{0.8} \right)$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2ο

ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΤΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ M και O

Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των σημείων M και O

Από την εξίσωση $y_M = 0.2 \eta \mu 2\pi (5t - 10)$ προκύπτει $\phi_M = 2\pi (5t - 10) \Rightarrow \phi_M = 10\pi - 20\pi$

Από την εξίσωση $y_o = 0.2 \eta \mu 2\pi \left(5t - \frac{1}{0.8} \right)$ προκύπτει $\phi_o = 2\pi \left(5t - \frac{1}{0.8} \right) \Rightarrow \phi_o = 10\pi - \frac{2\pi}{0.8}$

Επομένως η διαφορά φάσης των σημείων είναι

$$\phi_o - \phi_M = 10\pi - \frac{2\pi}{0.8} - (10\pi - 20\pi) \Rightarrow \Delta\phi = 10\pi - \frac{2\pi}{0.8} - 10\pi + 20\pi \Rightarrow \Delta\phi = 20\pi - \frac{2\pi}{0.8} \Rightarrow$$

$$\Delta\phi = \frac{16\pi}{0.8} - \frac{2\pi}{0.8} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{14\pi}{0.8} \Rightarrow \Delta\phi = 17.5\pi \text{ rad}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3ο

ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΙ ΘΕΣΕΙΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΟΥ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ $\Pi_1\Pi_2$ ΠΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΟΥ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΝ ΑΚΙΝΗΤΑ

Να υπολογίσετε τον αριθμό και τις θέσεις των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος και που παραμένουν ακίνητα

ΣΗΜΕΙΑ ΠΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ

Αριθμός σημείων

Για τα σημεία που έχουμε ενισχυτική συμβολή ισχύει $d_1 - d_2 = N\lambda \Rightarrow d_1 - (1 - d_1) = N\lambda \Rightarrow d_1 - 1 + d_1 = N\lambda \Rightarrow$

$$2d_1 = N\lambda + 1 \Rightarrow d_1 = \frac{N\lambda + 1}{2}$$

$$\text{Αλλά ισχύει } 0 < d_1 < 1 \Rightarrow 0 < \frac{N\lambda + 1}{2} < 1 \Rightarrow 0 < N\lambda + 1 < 2 \Rightarrow -1 < 0.4N < +1 \Rightarrow -2.5 < N < +2.5 \Rightarrow$$

άρα $N = -2, -1, 0, +1, +2$ πέντε σημεία

Θέσεις σημείων

$$\text{Από τη σχέση } d_1 = \frac{N\lambda + 1}{2} \Rightarrow d_1 = \frac{0.4N + 1}{2}$$

$$\text{για } N = -2 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{-0.8 + 1}{2} = 0.1m$$

$$\text{για } N = -1 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{-0.4 + 1}{2} = 0.3m$$

$$\text{για } N = 0 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{0 + 1}{2} = 0.5m$$

$$\text{για } N = +1 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{0.4 + 1}{2} = 0.7m$$

$$\text{για } N = +2 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{0.8 + 1}{2} = 0.9m$$

ΣΗΜΕΙΑ ΠΟΥ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΝ ΑΚΙΝΗΤΑ

Αριθμός σημείων

Για τα σημεία που έχουμε απόσβεση ισχύει

$$d_1 - d_2 = (2N + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow d_1 - (1 - d_1) = (2N + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow d_1 - 1 + d_1 = (2N + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2d_1 = (2N + 1)\frac{\lambda}{2} + 1 \Rightarrow$$
$$d_1 = \frac{(2N + 1)\lambda + 2}{4}$$

Αλλά ισχύει

$$0 < d_1 < 1 \Rightarrow 0 < \frac{(2N + 1)\lambda + 2}{4} < 1 \Rightarrow 0 < (2N + 1)\lambda + 2 < 4 \Rightarrow -2 < (2N + 1)\lambda < 2 \Rightarrow$$
$$-2 < 0.8N + 0.4 < 2 \Rightarrow -2.4 < 0.8N < 1.6 \Rightarrow -3 < N < +2$$

άρα $N = -2, -1, 0, +1$ τέσσερα σημεία

Θέσεις σημείων

Από τη σχέση

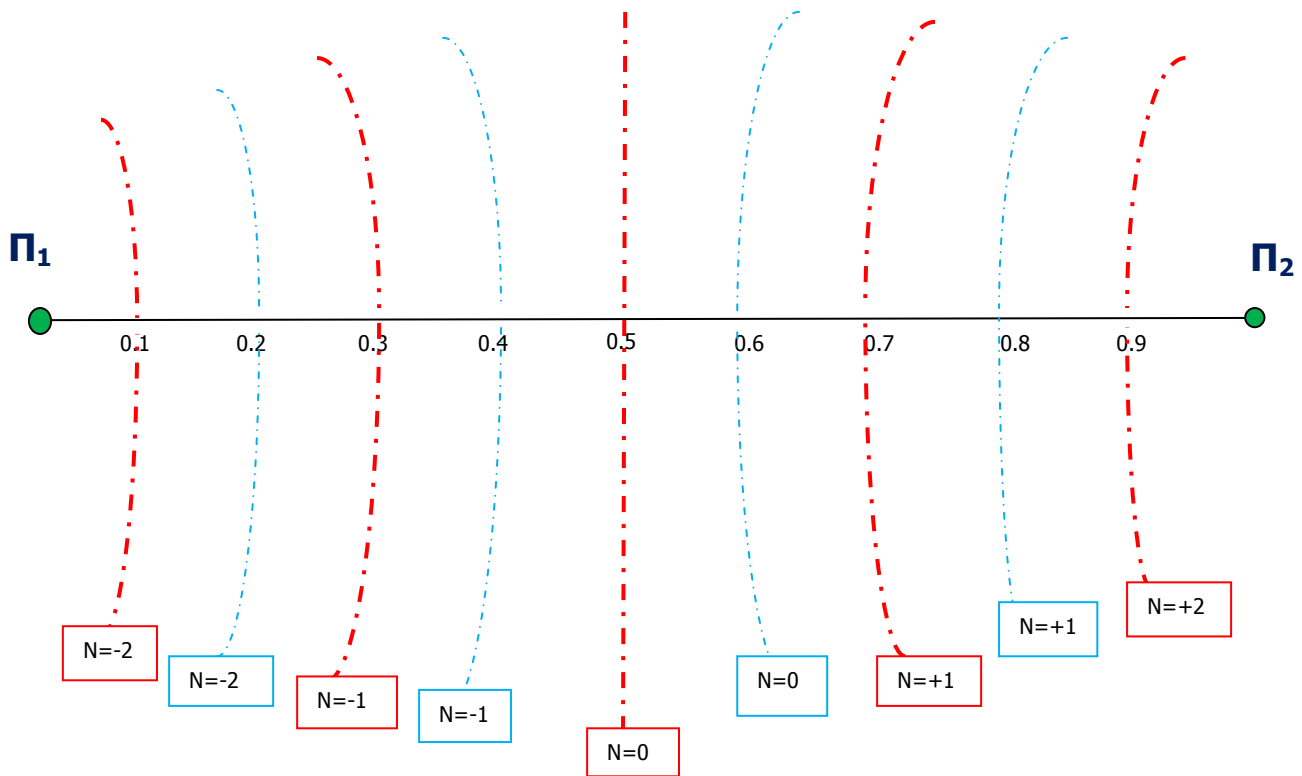
$$d_1 = \frac{(2N+1)\lambda + 2}{4} \Rightarrow d_1 = \frac{(2N+1)0.4 + 2}{4} \Rightarrow d_1 = \frac{0.8N + 0.4 + 2}{4} \Rightarrow d_1 = \frac{0.8N + 2.4}{4} \Rightarrow d_1 = 0.2N + 0.6$$

για $N = -2$ έχουμε $d_1 = 0.2N + 0.6 \Rightarrow d_1 = -0.4 + 0.6 = 0.2m$

για $N = -1$ έχουμε $d_1 = 0.2N + 0.6 \Rightarrow d_1 = -0.2 + 0.6 = 0.4m$

για $N = 0$ έχουμε $d_1 = 0.2N + 0.6 \Rightarrow d_1 = 0 + 0.6 = 0.6m$

για $N = +1$ έχουμε $d_1 = 0.2N + 0.6 \Rightarrow d_1 = 0.2 + 0.6 = 0.8m$



Με κόκκινο χρώμα ενισχυτική συμβολή και μπλε η απόσβεση

ΕΡΩΤΗΜΑ 4ο

ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΙ ΘΕΣΕΙΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΟΥ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ $\Pi_1\Pi_2$ ΠΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΟΥ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΝ ΑΚΙΝΗΤΑ ΟΤΑΝ ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΟΥΜΕ ΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ

Να υπολογίσετε τον αριθμό και τις θέσεις των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος και που παραμένουν ακίνητα, όταν διπλασιάσουμε τη συχνότητα των πηγών

Από τα παραπάνω, η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $2m/s$ και το μήκος κύματος $0.4m$

Επειδή η ταχύτητα εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα, παραμένει σταθερή, επομένως για τη νέα συχνότητα θα ισχύει

$$v = f' \lambda' \Rightarrow v = 2f\lambda' \Rightarrow \lambda' = \frac{v}{2f} \Rightarrow \lambda' = \frac{2}{2 \times 5} \Rightarrow \lambda' = \frac{1}{5} \Rightarrow \lambda' = 0.2m$$

ΣΗΜΕΙΑ ΠΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ

Αριθμός σημείων

Για τα σημεία που έχουμε ενισχυτική συμβολή ισχύει $d_1 - d_2 = N\lambda' \Rightarrow d_1 - (1 - d_1) = N\lambda' \Rightarrow d_1 - 1 + d_1 = N\lambda' \Rightarrow$

$$2d_1 = N\lambda' + 1 \Rightarrow d_1 = \frac{N\lambda' + 1}{2}$$

$$\text{Αλλά ισχύει } 0 < d_1 < 1 \Rightarrow 0 < \frac{N\lambda' + 1}{2} < 1 \Rightarrow 0 < N\lambda' + 1 < 2 \Rightarrow -1 < 0.2N < +1 \Rightarrow -5 < N < +5 \Rightarrow$$

άρα $N = -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$ εννέα σημεία

Θέσεις σημείων

$$\text{Από τη σχέση } d_1 = \frac{N\lambda' + 1}{2} \Rightarrow d_1 = \frac{0.2N + 1}{2}$$

$$\text{για } N = -4 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{-0.8 + 1}{2} = 0.1m$$

$$\text{για } N = -3 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{-0.6 + 1}{2} = 0.2m$$

$$\text{για } N = -2 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{-0.4 + 1}{2} = 0.3m$$

$$\text{για } N = -1 \text{ έχουμε } d_1 = \frac{-0.2 + 1}{2} = 0.4m$$

για $N = 0$ έχουμε $d_1 = \frac{0+1}{2} = 0.5m$

για $N = +1$ έχουμε $d_1 = \frac{0.2+1}{2} = 0.6m$

για $N = +2$ έχουμε $d_1 = \frac{0.4+1}{2} = 0.7m$

για $N = +3$ έχουμε $d_1 = \frac{0.6+1}{2} = 0.8m$

για $N = +4$ έχουμε $d_1 = \frac{0.8+1}{2} = 0.9m$

ΣΗΜΕΙΑ ΠΟΥ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΝ ΑΚΙΝΗΤΑ

Αριθμός σημείων

Για τα σημεία που έχουμε απόσβεση ισχύει

$$d_1 - d_2 = (2N+1)\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow d_1 - (1-d_1) = (2N+1)\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow d_1 - 1 + d_1 = (2N+1)\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow 2d_1 = (2N+1)\frac{\lambda'}{2} + 1 \Rightarrow$$

$$d_1 = \frac{(2N+1)\lambda' + 2}{4}$$

Αλλά ισχύει

$$0 < d_1 < 1 \Rightarrow 0 < \frac{(2N+1)\lambda' + 2}{4} < 1 \Rightarrow 0 < (2N+1)\lambda' + 2 < 4 \Rightarrow -2 < (2N+1)\lambda' < +2 \Rightarrow$$

$$-2 < 0.4N + 0.2 < 2 \Rightarrow -2.2 < 0.4N < 1.8 \Rightarrow -5.5 < N < +4.5$$

άρα $N = -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$ δέκα σημεία

Θέσεις σημείων

Από τη σχέση $d_1 = \frac{(2N+1)\lambda' + 2}{4} \Rightarrow d_1 = \frac{(2N+1)0.2 + 2}{4} \Rightarrow d_1 = \frac{0.4N + 0.2 + 2}{4} \Rightarrow d_1 = \frac{0.4N + 2.2}{4} \Rightarrow$

$$d_1 = 0.1N + 0.55$$

για $N = -5$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = -0.5 + 0.55 = 0.05m$

για $N = -4$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = -0.4 + 0.55 = 0.15m$

για $N = -3$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = -0.3 + 0.55 = 0.25m$

για $N = -2$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = -0.2 + 0.55 = 0.35m$

για $N = -1$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = -0.1 + 0.55 = 0.45m$

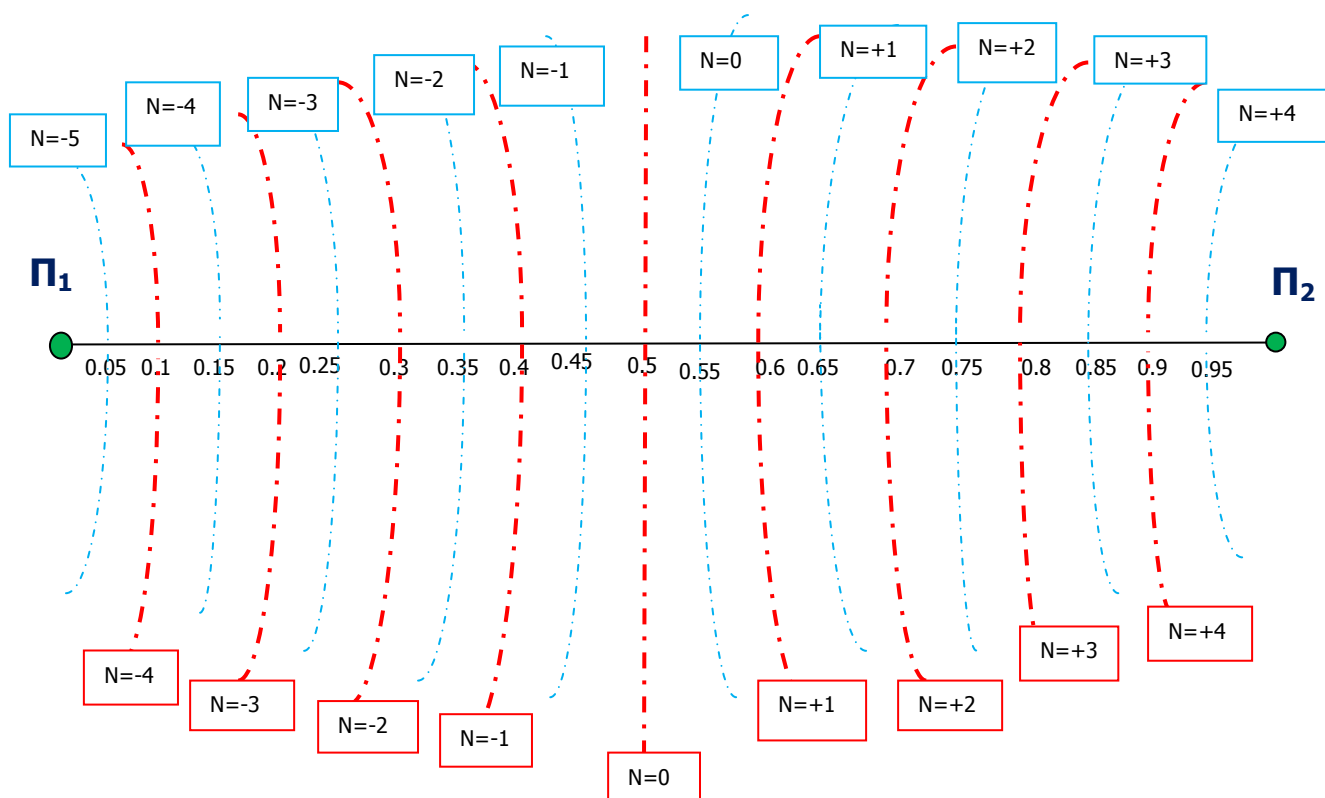
για $N = 0$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = 0 + 0.55 = 0.55m$

για $N = +1$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = 0.1 + 0.55 = 0.65m$

για $N = +2$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = 0.2 + 0.55 = 0.75m$

για $N = +3$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = 0.3 + 0.55 = 0.85m$

για $N = +4$ έχουμε $d_1 = 0.1N + 0.55 \Rightarrow d_1 = 0.4 + 0.55 = 0.95m$



Με κόκκινο χρώμα ενισχυτική συμβολή και μπλε η απόσβεση

ΕΡΩΤΗΜΑ 5ο

ΝΑ ΣΧΕΔΙΑΣΕΤΕ ΤΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗΣ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ Μ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ
(Επειδή είναι σημείο της μεσοκαθέτου, τα κύματα φτάνουν ταυτόχρονα)

Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου M σε συνάρτηση με το χρόνο

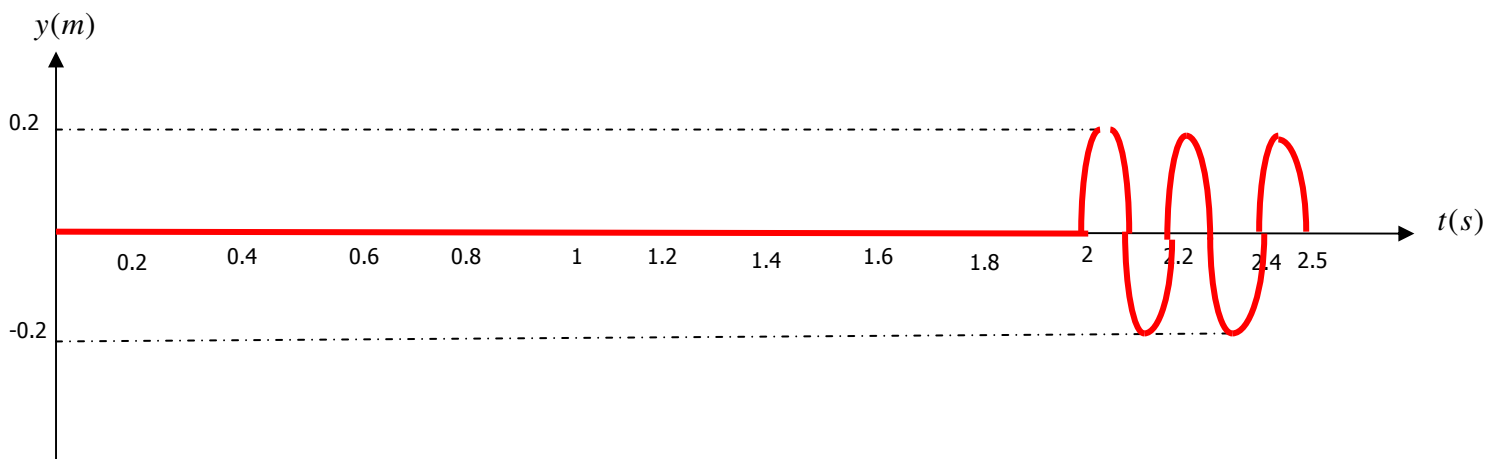
Η απόσταση του σημείου M από τις πηγές είναι $r_1 = 4m = r_2$

Λόγω ευθύγραμμης ομαλής κίνησης ο χρόνος που χρειάζονται τα κύματα να φτάσουν στο σημείο M είναι $r_1 = vt \Rightarrow$

$$t = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t = \frac{4}{2} \Rightarrow t = 2s$$

επομένως η γραφική παράσταση είναι

$$y_M = \begin{cases} 0 & t \leq 2s \\ 0.2\eta\mu 2\pi(5t - 10) & 2s \leq t \leq 2.5s \end{cases}$$

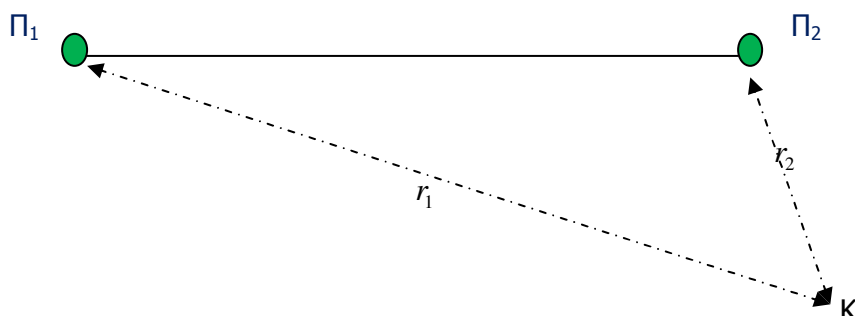


ΕΡΩΤΗΜΑ 6ο

ΝΑ ΣΧΕΔΙΑΣΕΤΕ ΤΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗΣ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ Κ ΜΕ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΗΓΕΣ $r_1 = 6m$ ΚΑΙ $r_2 = 2m$ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ
(Επειδή δεν είναι σημείο της μεσοκαθέτου, τα κύματα δεν φτάνουν ταυτόχρονα)

Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου K (με $r_1 = 6m$ $r_2 = 2m$) σε συνάρτηση με το χρόνο

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $2m/s$.



Στο σημείο φτάνει πρώτα το κύμα από την πηγή Π_2 και η εξίσωση του κύματος είναι

$$y_K = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \Rightarrow y_K = 0.1 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0.2} - \frac{2}{0.8} \right) \Rightarrow y_K = 0.1 \eta \mu 2\pi (5t - 2.5)$$

Για το σημείο K όταν φτάνουν και τα δύο κύματα η εξίσωση γράφεται

$$y_K = 2A \sigma \upsilon \nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) \Rightarrow y_K = 0.2 \sigma \upsilon \nu 2\pi \frac{4}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{8}{2\lambda} \right) \Rightarrow$$
$$y_K = 0.2 \sigma \upsilon \nu 10\pi \eta \mu 2\pi \left(5t - \frac{8}{0.8} \right) \Rightarrow y_K = 0.2 \eta \mu 2\pi (5t - 10)$$

Για να φτάσει το κύμα από την πηγή Π_1 στο σημείο K χρειάζεται χρόνο $r_1 = v t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{6}{2} \Rightarrow t_1 = 3s$

Για να φτάσει το κύμα από την πηγή Π_2 στο σημείο K χρειάζεται χρόνο $r_2 = v t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{r_2}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{2}{2} \Rightarrow t_2 = 1s$

επομένως η γραφική παράσταση είναι

$$y_K = \begin{cases} 0 & t \leq 1s \\ 0.1\eta\mu 2\pi(5t - 2.5) & 1s \leq t \leq 3s \\ 0.2\eta\mu 2\pi(5t - 10) & 3s \leq t \end{cases}$$

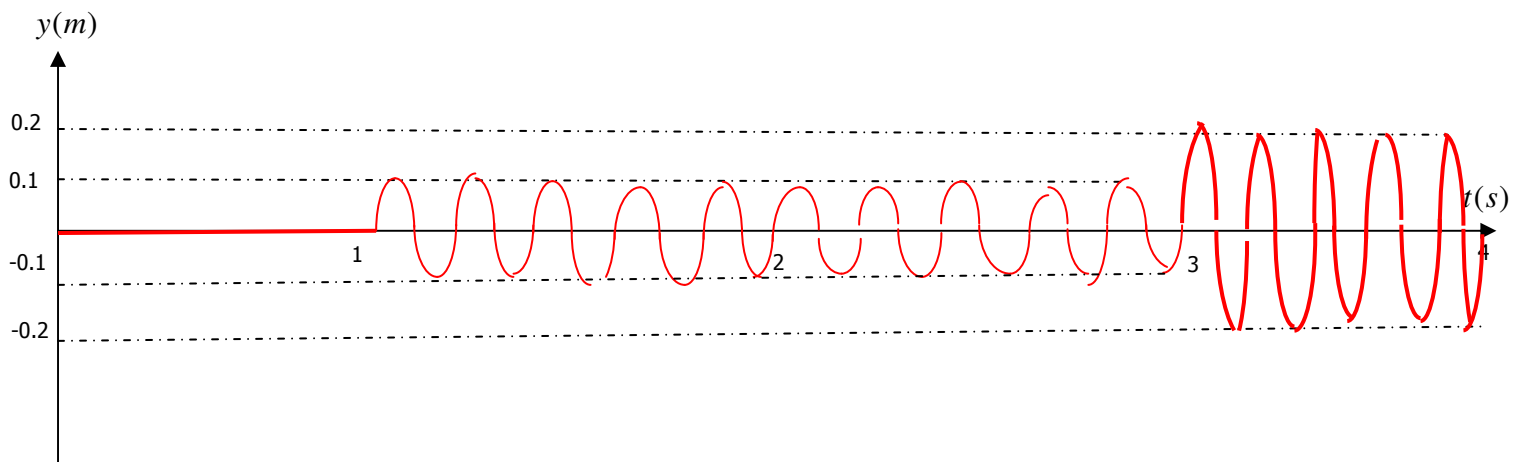
δηλαδή

από 0 έως 1s το σημείο K δεν εκτελεί ταλάντωση,

από 1s έως 3s εκτελεί ταλάντωση από το κύμα που προέρχεται από την πηγή Π_2 (εκτελεί ταλάντωση πλάτους $A = 0.1m$ για χρονικό διάστημα $2s = 10T$, επειδή $T = 0.2s$)

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ φτάνει από την πηγή Π_1 το δεύτερο κύμα επομένως

από 3s και μετά εκτελεί ταλάντωση πλάτους $2A = 0.2m$ με την ίδια περίοδο $T = 0.2s$



ΕΡΩΤΗΜΑ 7ο

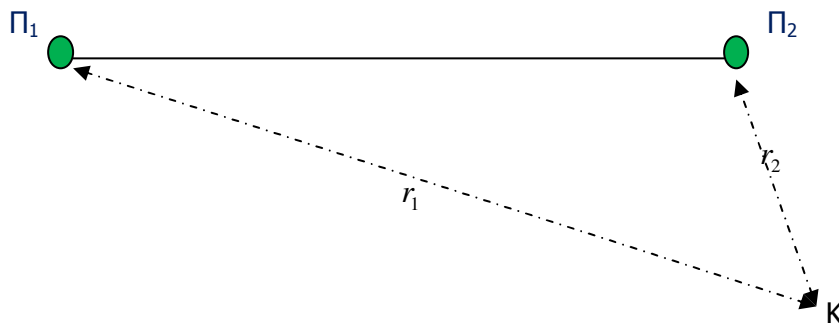
ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ Κ ΤΙΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΣΤΙΓΜΕΣ

$$t_1 = 0.5s \quad t_2 = 1.5s \quad \text{ΚΑΙ} \quad t_3 = 3.5s$$

(Επειδή δεν είναι σημείο της μεσοκαθέτου, τα κύματα δεν φτάνουν ταυτόχρονα)

Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου K (με $r_1 = 6m$ $r_2 = 2m$) τις χρονικές στιγμές $t_1 = 0.5s$ $t_2 = 1.5s$ και $t_3 = 3.5s$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $2m/s$ και το μήκος κύματος $0.4m$



ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΙΓΜΗ $t_1 = 0.5s$

Για να φτάσει το κύμα από την πηγή Π_1 στο σημείο K χρειάζεται χρόνο $r_1 = vt \Rightarrow t = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t = \frac{6}{2} \Rightarrow t = 3s$

Για να φτάσει το κύμα από την πηγή Π_2 στο σημείο K χρειάζεται χρόνο $r_2 = vt \Rightarrow t = \frac{r_2}{v} \Rightarrow t = \frac{2}{2} \Rightarrow t = 1s$

δηλ. τη χρονική στιγμή $t_1 = 0.5s$ δεν έχει φτάσει κανένα κύμα επομένως η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου K είναι μηδέν

ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΙΓΜΗ $t_2 = 1.5s$

Για να φτάσει το κύμα από την πηγή Π_1 στο σημείο K χρειάζεται χρόνο $r_1 = vt \Rightarrow t = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t = \frac{6}{2} \Rightarrow t = 3s$

Για να φτάσει το κύμα από την πηγή Π_2 στο σημείο K χρειάζεται χρόνο $r_2 = vt \Rightarrow t = \frac{r_2}{v} \Rightarrow t = \frac{2}{2} \Rightarrow t = 1s$

δηλ. τη χρονική στιγμή $t_2 = 1.5s$ έχει φτάσει στο σημείο K το κύμα από την πηγή Π_2

Η εξίσωση του κύματος είναι $y_K = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \Rightarrow y_K = 0.1 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0.2} - \frac{2}{0.8} \right) \Rightarrow y_K = 0.1 \eta \mu 2\pi (5t - 2.5)$

επομένως η ταχύτητα είναι

$$v_K = \frac{dy_K}{dt} \Rightarrow v_K = 0.1 \times 10\pi \sigma \upsilon \nu 2\pi (5t - 2.5) \Rightarrow v_K = \pi \sigma \upsilon \nu 2\pi (5 \times 1.5 - 2.5) \Rightarrow v_K = \pi \sigma \upsilon \nu 10\pi \Rightarrow$$

$$v_K = \pi m/s$$

ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΙΓΜΗ $t_3 = 3.5s$

Για να φτάσει το κύμα από την πηγή Π_1 στο σημείο K χρειάζεται χρόνο $r_1 = vt \Rightarrow t = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t = \frac{6}{2} \Rightarrow t = 3s$

Για να φτάσει το κύμα από την πηγή Π_2 στο σημείο K χρειάζεται χρόνο $r_2 = vt \Rightarrow t = \frac{r_2}{v} \Rightarrow t = \frac{2}{2} \Rightarrow t = 1s$

δηλ. τη χρονική στιγμή $t_3 = 3.5s$ έχουν φτάσει στο σημείο K τα κύματα από τις δύο πηγές

Για το σημείο K όταν φτάνουν και τα δύο κύματα η εξίσωση γράφεται

$$y_K = 2A \sigma \upsilon \nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) \Rightarrow y_K = 0.2 \sigma \upsilon \nu 2\pi \frac{4}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{8}{2\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y_K = 0.2 \sigma \upsilon \nu 10\pi \eta \mu 2\pi \left(5t - \frac{8}{0.8} \right) \Rightarrow y_K = 0.2 \eta \mu 2\pi (5t - 10)$$

επομένως η ταχύτητα είναι

$$v_K = \frac{dy_K}{dt} \Rightarrow v_K = 0.1 \times 10\pi \sigma \upsilon \nu 2\pi (5t - 10) \Rightarrow v_K = \pi \sigma \upsilon \nu 2\pi (5 \times 3.5 - 10) \Rightarrow v_K = \pi \sigma \upsilon \nu 15\pi \Rightarrow$$

$$v_K = \pi(-1) \Rightarrow v_K = -\pi m/s$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 8ο

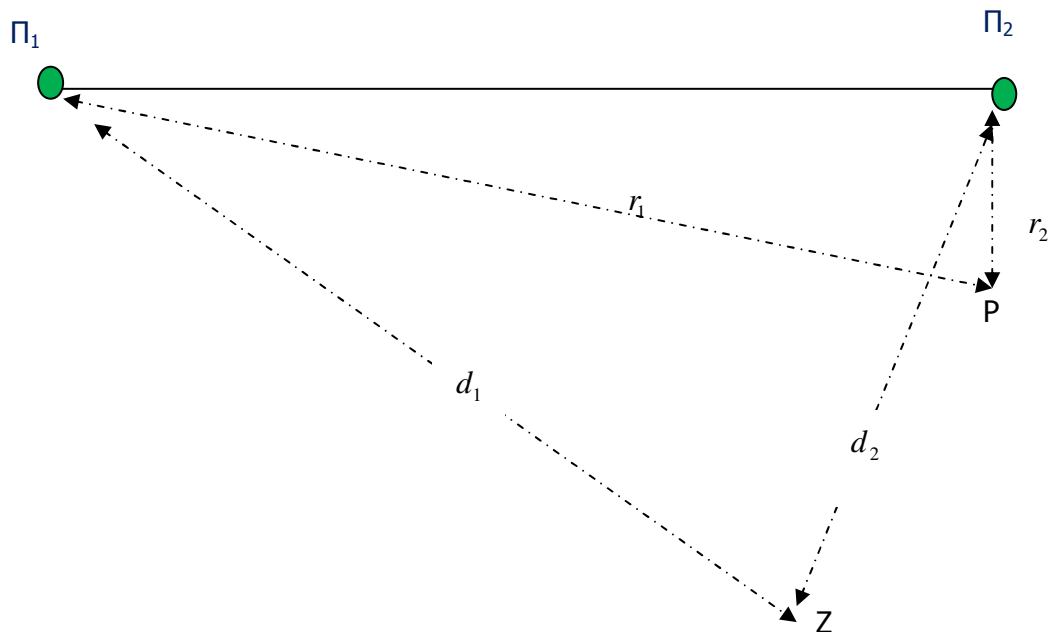
**ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ Η ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΟΜΗΣ ΤΩΝ ΥΠΕΡΒΟΛΩΝ
ΜΕ ΤΟ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΤΜΗΜΑ $\Pi_1\Pi_2$**

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $2m/s$ και το μήκος κύματος $0.4m$

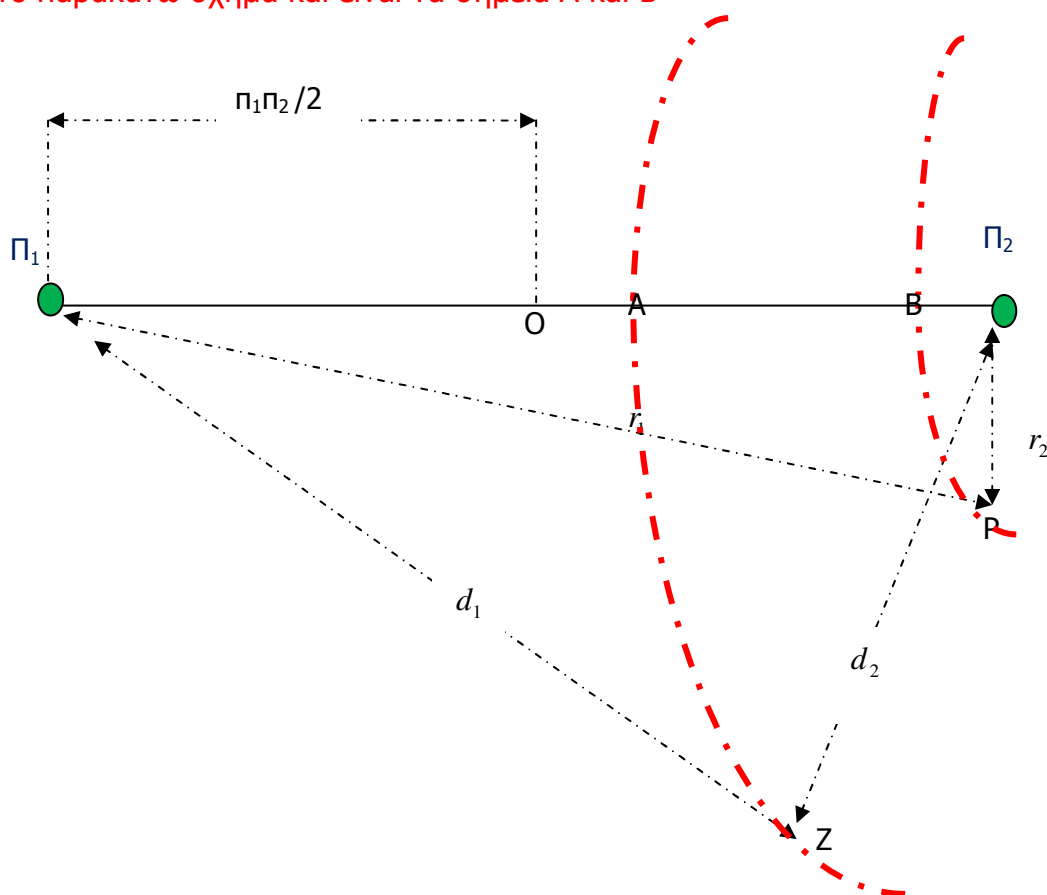
Έστω τα σημεία P και Z τα οποία απέχουν αποστάσεις

Το P απέχει $r_1 = 1.8m$ και $r_2 = 0.2m$

Το Z απέχει $d_1 = 1.2m$ και $d_2 = 0.8m$



Η τομή των υπερβολών που διέρχονται από τα σημεία P και Z με το ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα και είναι τα σημεία A και B



Εξετάζουμε τι έχουμε στα σημεία P και Z

Για το P έχουμε $r_1 - r_2 = 1.8m - 0.2m = 1.6m = 4\lambda$ άρα ενισχυτική συμβολή

Για το Z έχουμε $d_1 - d_2 = 1.2m - 0.8m = 0.4m = \lambda$ άρα ενισχυτική συμβολή

Για τα σημεία A και B του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ισχύουν

$$A\Pi_1 - A\Pi_2 = d_1 - d_2 = 1.2m - 0.8m = 0.4m$$

$$B\Pi_1 - B\Pi_2 = r_1 - r_2 = 1.8m - 0.2m = 1.6m$$

Αφαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις και έχουμε

$$B\Pi_1 - B\Pi_2 - A\Pi_1 + A\Pi_2 = 1.2m \Rightarrow AB + A\Pi_1 - (A\Pi_2 - AB) - A\Pi_1 + A\Pi_2 = 1.2m \Rightarrow$$

$$AB + A\Pi_1 - A\Pi_2 + AB - A\Pi_1 + A\Pi_2 = 1.2m \Rightarrow 2AB = 1.2m \Rightarrow AB = 0.6m$$

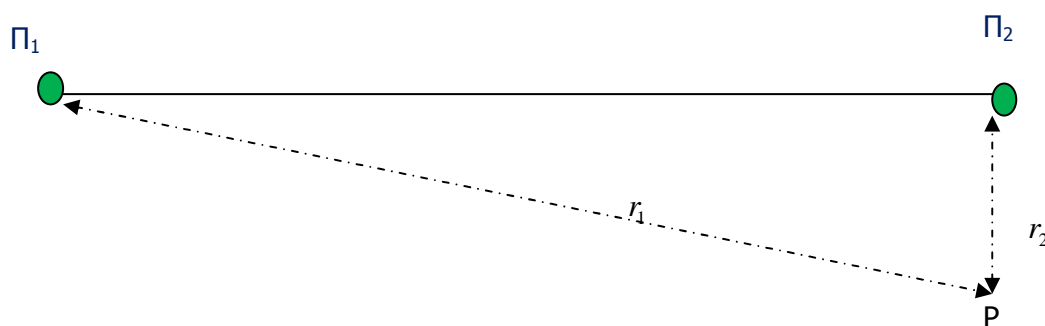
ΕΡΩΤΗΜΑ 9ο

ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΟΥΝ ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΟΠΟΙΕΣ ΕΧΟΥΜΕ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ, ΟΤΑΝ ΟΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΝΤΑΙ

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $2m/s$ και το μήκος κύματος $0.4m$

Έστω τα σημεία P το οποίο απέχει απόσταση $r_1 = 1.8m$ και $r_2 = 0.2m$ από τις πηγές

Αν η συχνότητα της πηγής μπορεί να μεταβάλλεται από $f_1 = 2Hz$ έως $f_2 = 10Hz$ να βρεθούν οι τιμές της συχνότητας για τις οποίες έχουμε ενισχυτική συμβολή



Για τα σημεία που έχουμε ενισχυτική συμβολή ισχύει $r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = N \frac{v}{f} \Rightarrow 1.6f = Nv \Rightarrow f = 1.25N$

Αλλά $2 \leq f \leq 8 \Rightarrow 2 \leq 1.25N \leq 8 \Rightarrow 1.6 \leq N \leq 6.4$ άρα $N = +2, +3, +4, +5, +6$ πέντε τιμές

Από τη σχέση $f = 1.25N$

για $N = +2$ έχουμε $f = 1.25 \times 2 = 2.5Hz$

για $N = +3$ έχουμε $f = 1.25 \times 3 = 3.75Hz$

για $N = +4$ έχουμε $f = 1.25 \times 4 = 5Hz$

για $N = +5$ έχουμε $f = 1.25 \times 5 = 6.25Hz$

για $N = +6$ έχουμε $f = 1.25 \times 6 = 7.5Hz$

ΕΡΩΤΗΜΑ 10ο

ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΥΠΕΡΒΟΛΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ Α ΚΑΙ Β

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $2m/s$ και το μήκος κύματος $0.4m$

Από τα σημεία Α και Β του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ διέρχονται υπερβολές

1ος τρόπος

Έστω σημείο Γ μεταξύ τους στο οποίο έχουμε ενισχυτική συμβολή και βρίσκεται μεταξύ των υπερβολών που διέρχονται από τα σημεία Α και Β.

Για τα σημεία ισχύουν

$$r_1 - r_2 = 1.8m - 0.2m = 1.6m \text{ και}$$

$$d_1 - d_2 = 1.2m - 0.8m = 0.4m$$

Για το σημείο Γ θα ισχύει

$$\Gamma\Pi_1 - \Gamma\Pi_2 = N\lambda \Rightarrow \Gamma\Pi_1 - \Gamma\Pi_2 = 0.4N$$

επομένως θα ισχύει $0.4 \leq 0.4N \leq 1.6 \Rightarrow 1 \leq N \leq 4$ δηλ. $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$ και $N = 4$

Οι υπερβολές για $N = 1$ και $N = 4$ περνούν από τα σημεία Α και Β επομένως ενδιάμεσα υπάρχουν οι υπερβολές για $N = 2$ και $N = 3$

2ος τρόπος

Από την προηγούμενη επεξεργασία προέκυψε ότι έχουμε ενισχυτική συμβολή στα σημεία Ρ και Ζ ως εξής

Για το Ρ έχουμε $r_1 - r_2 = 1.8m - 0.2m = 1.6m = 4\lambda$ άρα ενισχυτική συμβολή για $N=4$

Για το Ζ έχουμε $d_1 - d_2 = 1.2m - 0.8m = 0.4m = \lambda$ άρα ενισχυτική συμβολή για $N=1$

Μεταξύ τους πρέπει να υπάρχουν άλλα δύο σημεία ενισχυτικής συμβολής για $N=2$ και $N=3$

Σημείωση

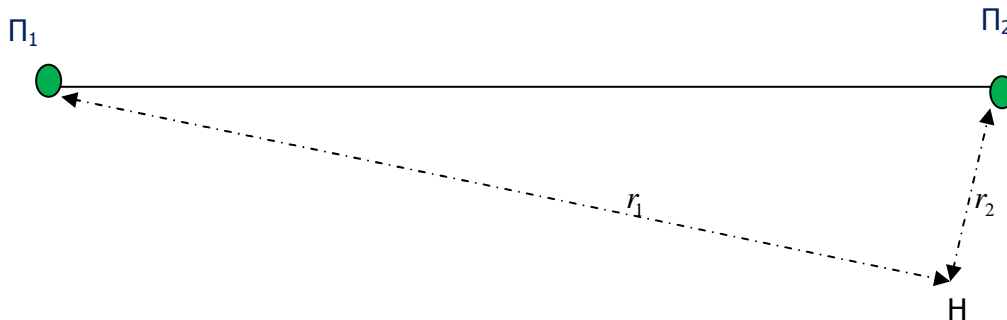
Η σχέση για να έχουμε ενισχυτική συμβολή είναι $r_1 - r_2 = N\lambda$

ΕΡΩΤΗΜΑ 11ο

ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ Η ΣΤΟ ΟΠΟΙΟ

Η ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΕΙΝΑΙ $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$

Έστω το σημείο Η



$$\text{Εξισώσεις κυμάτων } y_1 = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \text{ και } y_2 = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right)$$

$$\text{επομένως } \phi_1 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \text{ και } \phi_2 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right)$$

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \Rightarrow \Delta\phi = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{r_1}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{r_2}{\lambda} \Rightarrow \Delta\phi = -2\pi \frac{r_1}{\lambda} + 2\pi \frac{r_2}{\lambda} \Rightarrow$$

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} \text{ επειδή } \Delta\phi = \frac{\pi}{2} \text{ προκύπτει } 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\text{Πλάτος ταλάντωσης σημείου } A' = 2A \sigma \upsilon \nu \left| 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right| \text{ επομένως } A' = 2A \sigma \upsilon \nu \frac{\pi}{4} \Rightarrow A' = 2A \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A' = A\sqrt{2}m$$

Σημείωση

Για τα σημεία της μεσοκαθέτου την ίδια χρονική στιγμή τα δύο κύματα έχουν την ίδια φάση δηλ. $\phi_1 = \phi_2$
επομένως $\Delta\phi = 0$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Κύμα περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0.1\eta\mu\pi(10t - \frac{x}{8})$ (στο $S.I$) και διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού

ελαστικού μέσου

α.να βρεθούν το πλάτος, η συχνότητα, το μήκος κύματος και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β.να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός μορίου M του ελαστικού μέσου που απέχει $120m$ από την πηγή σε συνάρτηση με τον χρόνο

γ.να παρασταθεί γραφικά το στιγμιότυπο του κύματος $10s$ μετά την έναρξή του

Απάντηση: α. $0.1m$, $5Hz$, $16m$, $80m/s$

β.για το M ισχύει $y = 0.1\eta\mu 2\pi(5t - 7.5)$ για $t \geq 1.5s$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Με τη βοήθεια διεγέρτη δημιουργούμε σε ένα σημείο O ενός γραμμικού ελαστικού μέσου μια κίνηση που περιγράφεται από τη σχέση $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu 3.14t$ (στο $S.I$). Σε σημείο M του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 6m$, η διαταραχή φτάνει σε χρόνο $t = 3s$

Να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης του κύματος

α.σε συνάρτηση με το χρόνο, για το σημείο M , και

β.σε συνάρτηση με την απόσταση τη χρονική στιγμή $t = 5s$

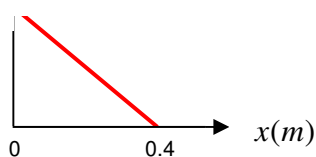
Η θέση του σημείου O είναι η $x = 0$

Απάντηση: $\phi = 2\pi(5t - 2.5x)$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ελαστικό μέσο. Τα υλικά σωματίδια του μέσου εκτελούν ταλάντωση πλάτους $A = 0.05m$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κύμα περνά από την αρχή του άξονα $x'x$ κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση. Τη χρονική στιγμή $t = 0.5s$ η φάση του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση από την αρχή του άξονα παριστάνεται στο διάγραμμα

$\phi(rad)$



Να βρεθούν

α. η περίοδος και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β. η εξίσωση του κύματος, αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σημείο O της αρχής του άξονα $x'x$ έχει $y = 0$ και $v > 0$

γ. η ταχύτητα ταλάντωσης και η επιτάχυνση ενός σημείου του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 0.2m$ την χρονική στιγμή $t = 0.5s$

δ. το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t = 0.5s$

Απάντηση: α. $0.25s$, $0.8m/s$
β. $y = 0.05\eta\mu 2\pi(4t - 5x)$
γ. $0.4\pi m/s$, 0
δ. $y = -0.05\eta\mu 10\pi x$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Σε σημείο O ενός ελαστικού μέσου δημιουργούμε μια διαταραχή. Η κίνηση του σημείου O περιγράφεται από τη σχέση $y = 0.02\eta\mu 5\pi t$ στο $S.I$. Ένα σημείο M του ελαστικού μέσου, που απέχει από την πηγή $x_1 = 4m$, αρχίζει να ταλαντώνεται μετά από χρόνο $t_1 = 4s$

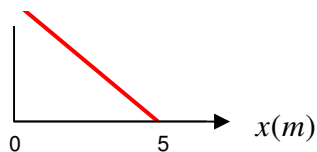
Ποια είναι η απομάκρυνση ενός σημείου N που απέχει από την πηγή απόσταση $x_2 = 5m$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 10s$ και την στιγμή $t_3 = 12.25s$

Απάντηση: 0 , $0.014m$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Η πηγή του κύματος ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = 0.2\eta\mu\omega t$ στο $S.I$. Η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση τη χρονική στιγμή $t = 6s$ είναι αυτή του σχήματος

$\phi(rad)$



Να βρεθούν

α. η συχνότητα του κύματος

β. η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και

γ. η ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου του μέσου που απέχει από την πηγή $2m$ τη χρονική στιγμή $t = 10s$

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 6s$

Απάντηση: α. $2.5Hz$

β. $\frac{5}{6}m/s$

γ. $3.14m/s$

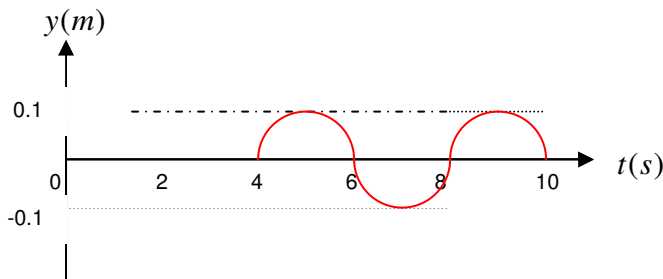
$$\delta. y = 0.2\eta\mu 2\pi(2.5t - 3x)$$

ΑΣΚΗΣΗ 6

Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου

κατά τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή βρίσκεται στη θέση $x = 0$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας της $y = 0$ και ταχύτητα $v > 0$

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός σημείου M του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με τον χρόνο



Να γράψετε την εξίσωση του κύματος αν γνωρίζουμε ότι το σημείο M απέχει από την πηγή $20m$

Απάντηση: $y = 0.1\eta\mu 2\pi(0.25t - 0.05x)$

ΑΣΚΗΣΗ 7

Σε δύο σημεία O_1 και O_2 της επιφάνειας υγρού που βρίσκεται σε ηρεμία δημιουργούμε ταυτόχρονα δύο πηγές κυμάτων με την ίδια φάση και εξίσωση ταλάντωσης $y = 0.04\eta\mu 10\pi t$ στο $S.I$. Τα κύματα διαδίδονται με ταχύτητα $v = 0.5m/s$. Ένα μικρό κομμάτι φελλού μάζας $5g$ επιπλέει στην επιφάνεια του υγρού σε αποστάσεις $x_1 = 30cm$ και $x_2 = 40cm$ από τις πηγές.

Να βρείτε την κινητική και την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του φελλού τη χρονική στιγμή $t = 10.125s$

Δίνεται ότι $\pi^2 = 10$

Απάντηση: $810^{-3} J, 810^{-3} J$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς μέσου το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση $x'x$ δημιουργείται στάσιμο κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση $y = 10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{6}\eta\mu 4\pi t$ (x, y σε cm, t σε sec)

α. να υπολογίσετε το πλάτος, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προέκυψε το θεωρούμενο στάσιμο κύμα

β. να υπολογιστεί η ταχύτητα της α.α. ταλάντωσης ενός υλικού σημείου του μέσου, το οποίο απέχει $x = 2m$ από την

πηγή, τη χρονική στιγμή $t = \frac{15}{8}s$

γ. τη χρονική στιγμή $t = \frac{15}{8}s$ να υπολογιστεί η επιτάχυνση του υλικού σημείου της ερώτησης β. Δίνεται ότι $\pi^2 = 10$

Απάντηση: α. $5cm, 12cm, 24cm/s$

β. 0

γ. $-800cm/s^2$

ΑΣΚΗΣΗ 9

Χορδή έχει το ένα άκρο της δεμένο σε ακλόνητο σημείο τοίχου και το άλλο άκρο της M το αναγκάζουμε να κάνει ταλάντωση. Για συχνότητα $f_1 = 500Hz$ σχηματίζονται έξι δεσμοί. Πόσοι δεσμοί θα σχηματιστούν για συχνότητα $f_2 = 1500Hz$

Απάντηση: 17 δεσμοί

ΑΣΚΗΣΗ 10

Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 απέχουν μεταξύ τους $0.5m$ και δημιουργούν κύματα στην επιφάνεια υγρού. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $0.4m/s$, η περίοδος $0.25s$ και το πλάτος ταλάντωσης $0.02m$

Να βρεθούν

α. η εξίσωση κίνησης ενός σημείου M της επιφάνειας του νερού για το οποίο ισχύει $\Pi_1 M = 1m$ και $\Pi_2 M = 0.8m$

β. η εξίσωση κίνησης ενός σημείου N του ευθ. τμήματος $\Pi_1 \Pi_2$ το οποίο απέχει από την πηγή Π_1 $0.35m$ και

γ. ο αριθμός των δεσμών και των κοιλιών που σχηματίζονται πάνω στο ευθ. τμήμα $\Pi_1 \Pi_2$

Απάντηση: α. $y_M = 0.04\eta\mu 2\pi(4t - 9)$

β. $y_N = 0.04\eta\mu(8\pi t - \pi)$

γ. 10, 11

ΑΣΚΗΣΗ 11

Φωτεινή σημειακή πηγή βρίσκεται στον πυθμένα μιας πισίνας για καταδύσεις. Το βάθος της πισίνας είναι $6m$ και ένας αθλητής των καταδύσεων βλέπει στην επιφάνεια της πισίνας να σχηματίζεται ένας φωτεινός δίσκος ακτίνας $6.8m$.

Ποιος είναι ο δείκτης διάθλασης του νερού της πισίνας

Απάντηση: $\frac{4}{3}$

ΑΣΚΗΣΗ 12

Ένας πομπός ραδιοκυμάτων Π και ένας δέκτης Δ βρίσκονται σε μια επίπεδη πεδιάδα και απέχουν κατά x .

Παρατηρήθηκε ότι το κύμα που φτάνει απευθείας στο δέκτη βρίσκεται σε φάση με το κύμα που φτάνει στο δέκτη μετά από ανάκλαση στην ιονόσφαιρα σε ύψος H . Όταν το στρώμα της ιονόσφαιρας ανέβει κατά y το σήμα στο δέκτη μηδενίζεται για πρώτη φορά. Ποιο είναι το μήκος κύματος των ραδιοκυμάτων

Απάντηση: $2\left(\sqrt{4(H+y)^2 + x^2} - \sqrt{4H^2 + x^2}\right)$

ΑΣΚΗΣΗ 13

Η εξίσωση που ακολουθεί περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό $E = 150\eta\mu 2\pi(1210^{12}t - 10^4x)$ στο $S.I$ Αν $c = 310^8 m/s$ να γραφεί η εξίσωση που περιγράφει το μαγνητικό πεδίο του κύματος

Απάντηση: $B = 510^{-7}\eta\mu 2\pi(1210^{12}t - 10^4x)$

ΑΣΚΗΣΗ 14

Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα διαδίδονται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Τα κύματα περιγράφονται από τις εξισώσεις $y_1 = 6\eta\mu(10\pi x - \pi t)$ και $y_2 = 6\eta\mu(10\pi x + \pi t)$ με (x, y_1, y_2) σε cm και t σε sec

Να βρεθούν

α. η εξίσωση που περιγράφει τη συνολική διαταραχή

β. μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης στη θέση $x = 2.125cm$ και η μέγιστη επιτάχυνση στην ίδια θέση

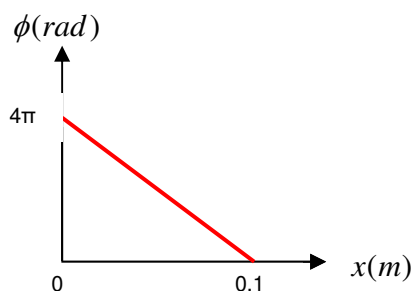
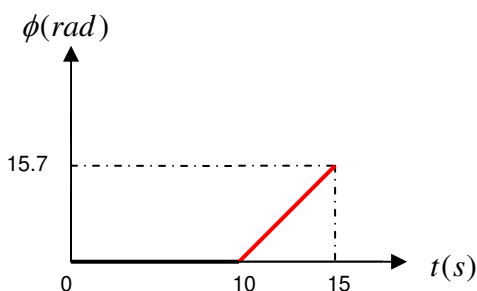
Δίνεται: $\left| \sin \frac{5\pi}{4} \right| = \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Απάντηση: α. $y = 12\sigma\upsilon\nu 10\pi x \eta\mu\pi t$

β. $6\pi\sqrt{2}cm/s, 60\pi\sqrt{2}cm/s^2$

ΑΣΚΗΣΗ 15

Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις της φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο και της φάσης σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή, για εγκάρσιο ημιτονοειδές γραμμικό κύμα που διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση



Απο τις γραφικές παραστάσεις να βρεθούν

α.η περίοδος και το μήκος κύματος του κύματος

β.η εξίσωση του κύματος, αν γνωρίζουμε ότι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου διάδοσης είναι

$$v_{\max} = 314 \text{ cm/s}$$

Απάντηση: α. 2 s , 0.05 m

$$\beta. y = 0.01 \eta \mu 2\pi(0.5t - 20x)$$

ΑΣΚΗΣΗ 16

Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι $y = 0.1 \eta \mu(4\pi t - \frac{\pi x}{2})$ (στο $S.I$)

Να υπολογίσετε

α.την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β.ποιο από τα σημεία M και N με φάσεις αντίστοιχα $\varphi_M = \frac{10\pi}{3} \text{ rad}$ και $\varphi_N = \frac{17\pi}{6} \text{ rad}$ είναι πιο κοντά στην

πηγή. Ποια είναι η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων

γ.το μέτρο της ταχύτητας ενός μορίου του μέσου, όταν η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι 0.05 m

Απάντηση: 8 m/s ,
 M , 1 m
 $\pm 0.2\pi\sqrt{3} \text{ m/s}$

ΑΣΚΗΣΗ 17

Δύο κύματα διαδίδονται ταυτόχρονα κατά μήκος της ίδιου μέσου και δημιουργούν στάσιμο κύμα. Η συχνότητά τους είναι $f = 20 \text{ Hz}$. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σωματιδίων του μέσου είναι $160\pi \text{ cm/s}$ και η απόσταση ενός δεσμού και της αμέσως επόμενης κοιλίας είναι $\Delta x = 15 \text{ cm}$

α.να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος

β.ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του μέσου που απέχουν μεταξύ τους 20 cm

γ.έστω στη θέση $x = 0$ (άκρο) σχηματίζεται κοιλία. Πόσοι δεσμοί σχηματίζονται μεταξύ του άκρου και ενός σημείου του μέσου που απέχει 135 cm από το άκρο

δ.τι επιτάχυνση έχει τη χρονική στιγμή $t = \frac{1}{160} \text{ s}$ ένα σημείο του μέσου το οποίο απέχει 30 cm από τη θέση $x = 0$

ε.πόσο απέχει από τη θέση $x = 0$ η τέταρτη κοιλία του στάσιμου κύματος

Δίνεται: $\pi^2 = 10$

Απάντηση: $y = 4 \sigma \nu \frac{\pi x}{30} \eta \mu 40\pi t$
 0 ή $\pi \text{ rad}$
 3
 $32 \cdot 10^3 \sqrt{2} \text{ cm/s}^2$
 120 cm

ΑΣΚΗΣΗ 18

Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v = 80 \text{ cm/s}$. Οι πηγές εκτελούν α.α.τ. με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Ένα μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο της επιφάνειας, σε αποστάσεις r_1 και r_2 από τις πηγές και ταλαντώνεται με εξίσωση $y = 4\eta\mu 2\pi(8t - 4)$ (στο $S.I$)

Να υπολογίσετε τις αποστάσεις r_1 και r_2

Δίνεται: $r_1 - r_2 = 2\lambda$

Απάντηση: $0.5\text{m}, 0.3\text{m}$

ΑΣΚΗΣΗ 19

Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι $y = 10\eta\mu\pi(\frac{2t}{T} - \frac{x}{10})$ (όπου τα x και y είναι σε cm και t σε s). Η φάση ενός σημείου A που απέχει 10cm από την αρχή, τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με πrad

α.να υπολογίσετε την απομάκρυνση ενός σημείου B που απέχει 12.5cm από την αρχή τη χρονική στιγμή t_1

β.αν ο χρόνος που απαιτείται για τη διάδοση του κύματος από το A στο B είναι 0.25s να βρεθεί η περίοδος του κύματος

γ.υλικό σημείο M του μέσου απέχει 35cm από την αρχή και έχει μάζα $m = 10^{-3} \text{ Kg}$.

Να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη που του ασκείται τη χρονική στιγμή $t = \frac{11}{3} \text{ s}$

Δίνεται: $\pi^2 = 10$

Απάντηση: $5\sqrt{2}\text{cm}$
 2s
 -510^{-4} N

ΑΣΚΗΣΗ 20

Το σημείο O ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση $y = 0.05\eta\mu 8\pi t$ (στο $S.I$) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'x$ κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο O με ταχύτητα μέτρου 20m/s

α.να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση

β.να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος

γ.να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος

δ.να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής

Πανελλαδικές εξετάσεις 2002

Απάντηση: 0.25s

5m

$y = 0.05\eta\mu 2\pi(4t - 0.2x)$

$0.4\pi\text{m/s}$

ΑΣΚΗΣΗ 21

Ένα στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση $y = 8\sigma\sigma\sigma\frac{\pi x}{5}\eta\mu 8\pi t$ (όπου τα x και y είναι σε cm και t σε s).

Το κύμα δημιουργείται σε χορδή μήκους $102.5cm$ το ένα άκρο της οποίας είναι ακλόνητα στερεωμένο.

α.να γράψετε τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που συμβάλλουν για να δημιουργήσουν το στάσιμο κύμα και να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων

β.να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης για τα σημεία τα οποία ταλαντώνονται με πλάτος $4cm$

γ.να βρεθεί ο αριθμός των κοιλιών που δημιουργούνται κατά μήκος της χορδής για $t = T/4$

δ.να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας των σημείων που ταλαντώνονται με πλάτος το μισό της μέγιστης τιμής

ε.να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής

Απάντηση: $y_1 = 4\eta\mu 2\pi(4t - 0.1x)$, $y_2 = 4\eta\mu 2\pi(4t + 0.1x)$, $40cm/s$

$$y = 4\eta\mu 8\pi t$$

$$20$$

$$v = 32\pi\sigma\sigma\sigma 8\pi t$$

$$y = 8\eta\mu 8\pi t$$

ΑΣΚΗΣΗ 22

Σε σκοινί καλά τεντωμένο, το ένα άκρο του οποίου είναι διαρκώς ακίνητο (το άλλο άκρο που μπορεί να κινείται είναι

κοιλία) δημιουργείται στάσιμο κύμα με εξίσωση $y = 8\sigma\sigma\sigma\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{\pi}{6}t$ (όπου τα x και y είναι σε cm και t σε s). Η

απόσταση μεταξύ του άκρου που μπορεί να κινείται και του πρώτου ακίνητου σημείου είναι $0.3m$

α.να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο σκοινί

β.να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης ενός σημείου το οποίο απέχει $0.2m$ από το άκρο που μπορεί να κινείται

γ.πόσα σημεία που βρίσκονται μεταξύ του πρώτου δεσμού και της δεύτερης κοιλίας (μετράμε από το άκρο που μπορεί να κινείται) ταλαντώνονται με ενέργεια ίση με το μισό της μέγιστης ενέργειας

Απάντηση: $10cm/s$

$$y = 4\eta\mu\frac{\pi}{6}t$$

ένα στα $0.45m$

ΑΣΚΗΣΗ 23

8.Ένα στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0.2\sigma\sigma\sigma\frac{\pi x}{3}\eta\mu\frac{\pi}{6}t$ (στο $S.I$)

Το άκρο $x = 0$ από το οποίο ξεκινούν είναι κοιλία

α.να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης δύο σημείων K και M τα οποία απέχουν $4m$ και $5m$ από τη θέση $x = 0$

β.τι ταχύτητα έχει τη χρονική στιγμή $t = 6s$ ένα σημείο που απέχει $9m$ από τη θέση $x = 0$

γ.πόσοι δεσμοί υπάρχουν ανάμεσα στις θέσεις $1m$ έως $7m$

Απάντηση: $y_K = -0.1\eta\mu\frac{\pi}{6}t$, $y_M = 0.1\eta\mu\frac{\pi}{6}t$

$$\frac{\pi}{60}m/s$$

δύο

ΑΣΚΗΣΗ 24

Σε σημείο O ενός ελαστικού μέσου δημιουργούμε μια διαταραχή. Η κίνηση του σημείου O περιγράφεται από τη σχέση $y = 0.02\eta\mu 5\pi t$ στο $S.I$. Ένα σημείο M του ελαστικού μέσου, που απέχει από την πηγή $x_1 = 4m$, αρχίζει να ταλαντώνεται μετά από χρόνο $t_1 = 4s$

Ποια είναι η απομάκρυνση ενός σημείου N που απέχει από την πηγή απόσταση $x_2 = 5m$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 10s$ και την στιγμή $t_3 = 12.25s$

Απάντηση: $0m, 0.014m$

ΑΣΚΗΣΗ 25

Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς μέσου το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση $x'x$ δημιουργείται στάσιμο κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση $y = 10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{6}\eta\mu 4\pi t$ (x, y σε cm , t σε sec)

α. να υπολογίσετε το πλάτος, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προέκυψε το θεωρούμενο στάσιμο κύμα

β. να υπολογιστεί η ταχύτητα της α.α. ταλάντωσης ενός υλικού σημείου του μέσου, το οποίο απέχει $x = 2m$ από την πηγή, τη χρονική στιγμή $t = \frac{15}{8}s$

γ. τη χρονική στιγμή $t = \frac{15}{8}s$ να υπολογιστεί η επιτάχυνση του υλικού σημείου της ερώτησης β

Δίνεται ότι $\pi^2 = 10$

Απάντηση: α. $5cm, 12cm, 24cm/s$
β. 0
γ. $-800cm/s^2$

ΑΣΚΗΣΗ 27

Η εξίσωση που ακολουθεί περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό $E = 150\eta\mu 2\pi(1210^{12}t - 10^4x)$ στο $S.I$. Αν $c = 310^8m/s$ να γραφεί η εξίσωση που περιγράφει το μαγνητικό πεδίο του κύματος

Απάντηση: $B = 510^{-7}\eta\mu 2\pi(1210^{12}t - 10^4x)$

ΑΣΚΗΣΗ 28

Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα διαδίδονται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Τα κύματα περιγράφονται από τις εξισώσεις $y_1 = 6\eta\mu(10\pi x - \pi t)$ και $y_2 = 6\eta\mu(10\pi x + \pi t)$ με (x, y_1, y_2 σε cm και t σε sec)

Να βρεθούν

α. η εξίσωση που περιγράφει τη συνολική διαταραχή

β. μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης στη θέση $x = 2.125cm$ και η μέγιστη επιτάχυνση στην ίδια θέση

Δίνεται: $|\sigma\upsilon\nu 21\frac{\pi}{4}| = |\sigma\upsilon\nu \frac{\sqrt{2}}{2}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Απάντηση: α. $y = 12\sin 10\pi x \eta\mu\pi t$

$$\beta. 6\pi\sqrt{2}cm/s, 60\sqrt{2}cm/s^2$$

ΑΣΚΗΣΗ 29

Κύμα περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0.1\eta\mu\pi(10t - \frac{x}{8})$ (στο $S.I$) και διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου

α.να βρεθούν το πλάτος, η συχνότητα, το μήκος κύματος και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β.να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός μορίου M του ελαστικού μέσου που απέχει $120m$ από την πηγή σε συνάρτηση με τον χρόνο

γ.να παρασταθεί γραφικά το στιγμιότυπο του κύματος $10s$ μετά την έναρξή του

Απάντηση: α. $0.1m$, $5Hz$, $16m$, $80m/s$

$$\beta. \text{για το } M \text{ ισχύει } y = 0.1\eta\mu 2\pi(5t - 7.5) \text{ για } t \geq 1.5s$$

ΑΣΚΗΣΗ 30

Με τη βοήθεια διεγέρτη δημιουργούμε σε ένα σημείο O ενός γραμμικού ελαστικού μέσου μια κίνηση που περιγράφεται από τη σχέση $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu 31.4t$ (στο $S.I$). Σε σημείο M του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 6m$, η διαταραχή φτάνει σε χρόνο $t = 3s$

Να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης του κύματος

α.σε συνάρτηση με το χρόνο, για το σημείο M και

β.σε συνάρτηση με την απόσταση τη χρονική στιγμή $t = 5s$

Η θέση του σημείου O είναι η $x = 0$

$$\text{Απάντηση: } \varphi_t = 2\pi(5t - 15) \quad \varphi_x = 2\pi(25 - 2.5x)$$

ΑΣΚΗΣΗ 31

Κατά μήκος άξονα $X'X$ εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_1 της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση $y_1 = A\eta\mu 30\pi t$ (στο $S.I$) ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_2 , που βρίσκεται $6cm$ δεξιά του σημείου Π_1 , περιγράφεται από την εξίσωση

$$y_2 = A\eta\mu(30\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (στο } S.I \text{)}$$

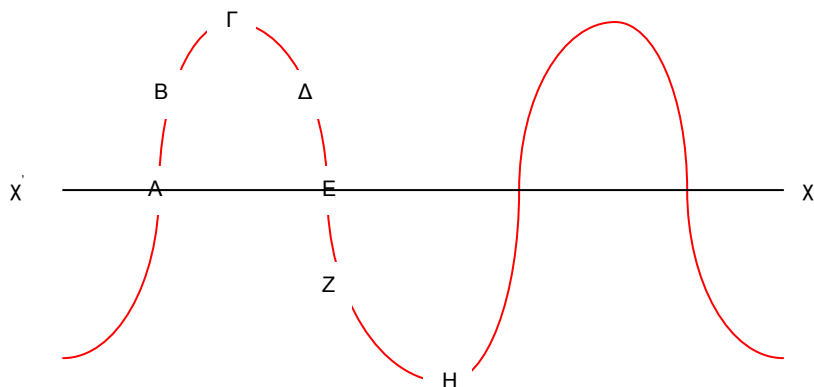
Η απόσταση μεταξύ των σημείων Π_1 και Π_2 είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος

α.Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος

β.ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

γ.αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος

δ.στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος



Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ και H η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων B, Δ και Z ε.να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα Δίνεται $\pi = 3.14$

Πανελλαδικές 2005

Απάντηση: δεξιά

$$10.8 \text{ m/s}$$

$$\frac{0.36}{\pi} \text{ m}$$

ταχύτητα μηδέν Γ, H

ταχύτητα μέγιστη A, E

κίνηση προς τα κάτω Δ, Z

κίνηση προς τα πάνω B

$$y' = \frac{0.36}{\pi} \eta \mu(30\pi t - \frac{2\pi x}{0.72})$$