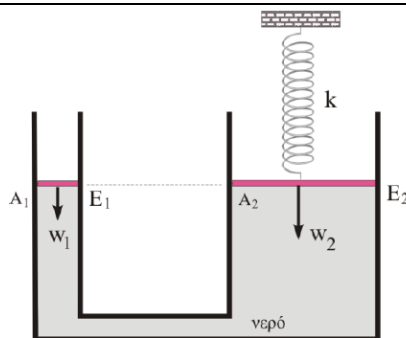


ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

1. Στον υδραυλικό ανυψωτήρα του διπλανού σχήματος, τα έμβολα E_1 και E_2 έχουν εμβαδό $A_1=10\text{cm}^2$, $A_2=100\text{cm}^2$ και βάρη $w_1=10\text{N}$, $w_2=130\text{N}$, αντίστοιχα. Το έμβολο E_2 συνδέεται με το κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τα δύο έμβολα βρίσκονται αρχικά σε ισορροπία στο ίδιο ύψος, με το ελατήριο να είναι επιμηκυμένο από το φυσικό του μήκος κατά $d=30\text{cm}$.



Α) Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου k .

Στο έμβολο E_1 εφαρμόζουμε κατακόρυφα προς τα κάτω μια μεταβλητή δύναμη τελικού μέτρου $F_1=12\text{N}$, με τρόπο ώστε τα έμβολα να μετακινούνται με ταχύτητα σχεδόν μηδενική, τελικά τα έμβολα ισορροπούν σε νέες θέσεις.

Να υπολογίσετε:

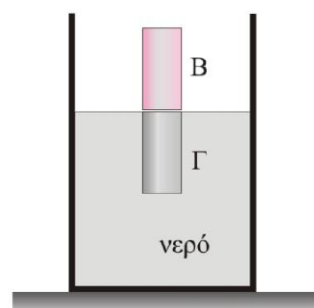
Β) πόσο μετακινήθηκαν τα δύο έμβολα.

Γ) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη νέα θέση ισορροπίας.

Δ) το έργο της δύναμης F_2 , που ασκείται από το νερό στο έμβολο E_2 λόγω της υδροστατικής πίεσης, κατά τη μετακίνησή του.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$ και η πυκνότητα του νερού $\rho_v=1\text{g/cm}^3$.

2. Δύο ομογενείς κύλινδροι ισορροπούν με τον άξονά τους κατακόρυφο μέσα σε δοχείο με νερό, μεγάλης επιφάνειας, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο κύλινδρος Γ, μάζας $m_\Gamma=0,5\text{kg}$, έχει ύψος $h=50\text{cm}$, εμβαδό βάσης $A=20\text{cm}^2$ και είναι ολόκληρος βυθισμένος μέσα στο νερό. Ο κύλινδρος Β είναι ολόκληρος έξω από το νερό και έχει διαστάσεις ίδιες με τον κύλινδρο Γ.



Να υπολογίσετε:

Α) την υδροστατική πίεση που επικρατεί στην κάτω βάση του κυλίνδρου Γ, δηλαδή σε βάθος $h=50\text{ cm}$ από την επιφάνεια του νερού.

Β) τη δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος Γ από το νερό εξαιτίας της υδροστατικής πίεσης, καθώς και από τον κύλινδρο Β.

Γ) την πυκνότητα του κυλίνδρου Β.

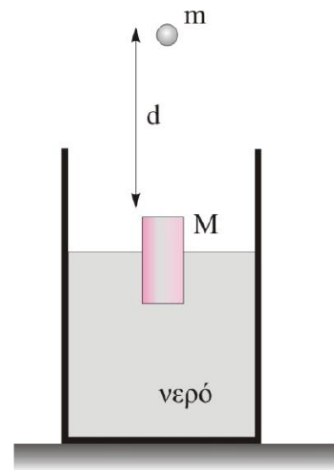
Αποσύρουμε απότομα τον κύλινδρο Β. Να υπολογίσετε:

Δ) την ταχύτητα του κυλίνδρου Γ τη στιγμή που εξέρχεται πλήρως από το νερό.

Να θεωρήσετε ότι δεν αλλάζει η στάθμη του νερού κατά την έξοδο του κυλίνδρου Γ απ' αυτό και ότι η δύναμη τριβής που ασκείται από το νερό στον κύλινδρο Γ, κατά την κίνησή του, είναι αμελητέα.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και η πυκνότητα του νερού $\rho_v=1\text{g/cm}^3$.

3. Ομογενής κύλινδρος, μάζας $M = 0,1 \text{ kg}$, έχει ύψος $h = 20 \text{ cm}$, εμβαδό βάσης $A = 10 \text{ cm}^2$ και ισορροπεί με τον άξονά του κατακόρυφο μέσα σε δοχείο με νερό, μεγάλης επιφάνειας, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Μια σημειακή μεταλλική σφαίρα, μάζας $m = 0,05 \text{ kg}$, αφήνεται από απόσταση $d = 45 \text{ cm}$ πάνω από τον κύλινδρο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά μ' αυτόν.



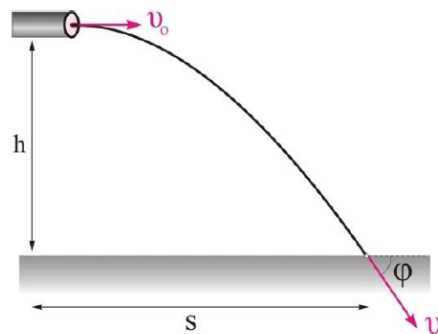
Να υπολογίσετε:

- A) τη δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το νερό στη θέση ισορροπίας του εξαιτίας της υδροστατικής πίεσης και το βάθος στο οποίο βρίσκεται η βάση του.
- B) τη συνολική πίεση στην κάτω βάση του κυλίνδρου, στη θέση ισορροπίας του.
- Γ) σε ποιο ύψος πάνω από τη στάθμη του νερού θα ανέλθει η σημειακή μεταλλική σφαίρα μετά την κρούση.
- Δ) την ταχύτητα του κυλίνδρου τη στιγμή που εισέρχεται ολόκληρος στο νερό.

Θεωρείστε ότι δεν αλλάζει η στάθμη του νερού κατά την βύθιση του κυλίνδρου σ' αυτό και ότι η δύναμη αντίστασης που ασκείται από το νερό στον κύλινδρο, κατά την κίνησή του, είναι αμελητέα.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$ και η πυκνότητα του νερού $\rho_v = 1 \text{ g/cm}^3$.

4. Ένας οριζόντιος κυκλικός σωλήνας εσωτερικής ακτίνας r_1 εκτοξεύει νερό από ύψος $h = 15 \text{ m}$. Το νερό εξέρχεται του σωλήνα με ταχύτητα u_0 , τη χρονική στιγμή $t = 0$ και όταν φτάνει στο έδαφος η επιφάνεια διατομής της φλέβας του έχει ακτίνα r_2 ίση με $\frac{r_1}{\sqrt{2}}$. Στο σημείο πτώσης του νερού στο έδαφος είναι τοποθετημένο ένα δοχείο όγκου $V = \pi\sqrt{3} L$, το οποίο γεμίζει τη χρονική στιγμή $t_2 = 2\sqrt{3} \text{ s}$. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

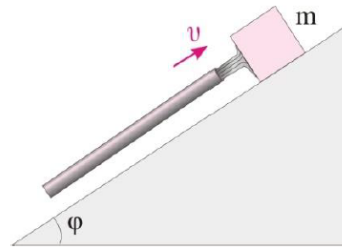


Να υπολογίσετε:

- A) τη χρονική διάρκεια της πτώσης του νερού μέχρι να φθάσει στο έδαφος.
- B) την ταχύτητα u_0 εξόδου του νερού από το σωλήνα.
- Γ) την οριζόντια απόσταση S του σημείου που χτυπάει το νερό στο έδαφος από την έξοδο του σωλήνα και τη γωνία ϕ με το οριζόντιο επίπεδο, υπό την οποία προσκρούει το νερό.
- Δ) την εσωτερική ακτίνα r_1 του σωλήνα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

5. Ένας σωλήνας εσωτερικής διατομής $A=10 \text{ cm}^2$ με τη βοήθεια πιεστικής αντλίας εκτοξεύει νερό με ρυθμό 1L κάθε δευτερόλεπτο, παράλληλα σε πλάγιο δάπεδο, γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ και κατεύθυνση προς τα πάνω. Το νερό προσπίπτει κάθετα στην πλευρική επιφάνεια ενός σώματος μάζας $m=0,5\text{kg}$, που παραμένει ακίνητο πάνω στο πλάγιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



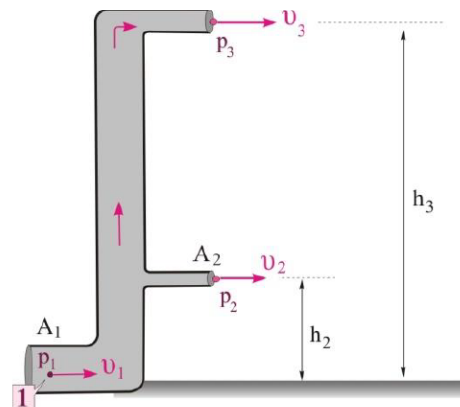
Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή στατικής τριβής μ_s . Το νερό μετά την πρόσκρουσή του στο σώμα πέφτει προς το δάπεδο χωρίς ταχύτητα και απομακρύνεται.

Να υπολογίσετε:

- Α) την ταχύτητα με την οποία εξέρχεται το νερό από το σωλήνα.
- Β) την ισχύ της αντλίας που προωθεί το νερό, αν θεωρήσουμε ότι η δυναμική του ενέργειας δεν μεταβάλλεται.
- Γ) τη δύναμη που ασκεί το νερό στο σώμα κατά την πρόσκρουσή του σε αυτό.
- Δ) τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής μ_s , ώστε το σώμα να παραμένει ακίνητο.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$, $\eta_{30^\circ}=\frac{1}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ και η πυκνότητα του νερού $\rho =1 \text{ g/cm}^3$.

6. Ένας κατακόρυφος σωλήνας σταθερής διατομής $A_1=10\text{cm}^2$, τροφοδοτεί με νερό δύο οριζόντιους σωλήνες διατομής $A_2=3\text{cm}^2$ και $A_3=4\text{cm}^2$, οι οποίοι εκτοξεύουν νερό προς το έδαφος. Οι οριζόντιοι σωλήνες βρίσκονται σε ύψη h_2 και h_3 αντίστοιχα. Το νερό αρχίζει να ανέρχεται στον κατακόρυφο σωλήνα με ταχύτητα $u_1=3\text{m/s}$ και εξέρχεται από τους δύο οριζόντιους σωλήνες με ταχύτητες $u_2=6\text{m/s}$ και u_3 , αντίστοιχα. Οι χρόνοι που βρίσκεται το νερό στο αέρα μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος είναι t_2 και $t_3=2t_2$, αντίστοιχα.



Να υπολογίσετε:

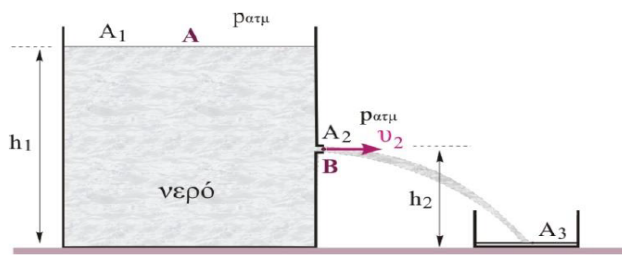
- Α) την ταχύτητα u_3 με την οποία το νερό εξέρχεται από τον ψηλότερο οριζόντιο σωλήνα.
- Β) τα ύψη h_2 και h_3 στα οποία βρίσκονται οι δύο οριζόντιοι σωλήνες.
- Γ) την πίεση του νερού p_1 στη βάση του κατακόρυφου σωλήνα (σημείο 1).
- Δ) ποιο ποσοστό % της συνολικής ποσότητας νερού που τροφοδοτεί ο κατακόρυφος σωλήνας φτάνει στον ψηλότερο οριζόντιο σωλήνα.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1000\text{kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}}=10^5 \text{ N/m}^2$.

7.

Το δοχείο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτό, έχει διατομή με μεγάλη επιφάνεια A_1 και είναι γεμάτο με νερό σε βάθος $h_1=1,75$ m. Στο σημείο B του πλευρικού τοιχώματος, που βρίσκεται σε ύψος $h_2=1,25$ m από τον πυθμένα, υπάρχει μικρό άνοιγμα εμβαδού διατομής



$A_2 = \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ cm}^2$, που είναι κλεισμένο με πώμα. Η διατομή A_2 είναι πολύ μικρότερη από την επιφάνεια του δοχείου, A_1 . Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφαιρούμε το πώμα. Το νερό από το άνοιγμα εξέρχεται με οριζόντια ταχύτητα u_2 και με την πτώση του γεμίζει μικρό άδειο δοχείο όγκου $V=1$ L που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τον πυθμένα του δοχείου.

Να υπολογίσετε:

A) την ταχύτητα u_2 με την οποία το νερό εξέρχεται στον αέρα.

B) τη χρονική στιγμή που θα γεμίσει το μικρό δοχείο.

Γ) το εμβαδό της διατομής A_3 της φλέβας του νερού στο σημείο που φτάνει στο μικρό δοχείο.

Αν η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο μεγάλο δοχείο έχει επιφάνεια διατομής $A_1=100 \text{ cm}^2$ και τοποθετήσουμε πάνω της έμβολο μάζας $m=15 \text{ kg}$

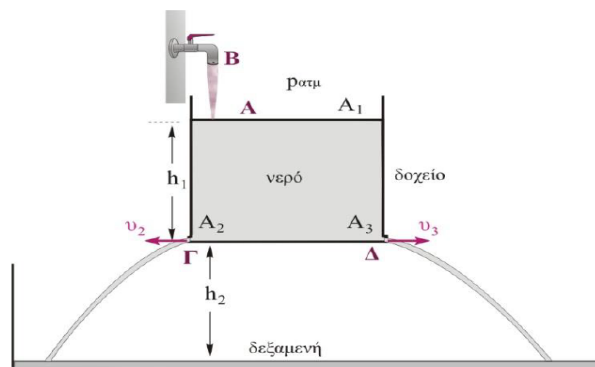
Δ) να υπολογίσετε ξανά τη χρονική στιγμή που θα γεμίσει το μικρό δοχείο, αν επαναλάβουμε την παραπάνω διαδικασία θεωρώντας ότι το μεγάλο δοχείο παραμένει γεμάτο με νερό σε βάθος $h_1=1,75$ m.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3 \text{ kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}}=10^5 \text{ N/m}^2$.

8.

Το δοχείο επιφάνειας $A_1=100 \text{ cm}^2$, που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτό και γεμάτο με νερό σε ύψος $h_1=80 \text{ cm}$. Μια βρύση μπορεί να εισάγει νερό στο δοχείο. Σε δύο σημεία των πλευρικών τοιχωμάτων, στα χαμηλότερα σημεία του δοχείου, υπάρχουν δύο μικρά ανοίγματα Γ και Δ με εμβαδά διατομών $A_2=1 \text{ cm}^2$ και $A_3=2 \text{ cm}^2$, που είναι κλειστά με πώματα. Κάτω από το δοχείο υπάρχει πλατιά δεξαμενή, σε κατακόρυφη απόσταση $h_2=80 \text{ cm}$ από το δοχείο, στην οποία καταλήγουν οι φλέβες νερού από τα ανοίγματα. Τη χρονική στιγμή $t=0$, ανοίγουμε ταυτόχρονα τη βρύση παροχής P_B και το άνοιγμα Γ, οπότε το νερό εξέρχεται με οριζόντια ταχύτητα u_2 .



Να υπολογίσετε:

A) την παροχή της βρύσης P_B , ώστε η στάθμη του νερού να παραμένει σταθερή στο αρχικό ύψος h_1 .

B) την ταχύτητα u_3 με την οποία το νερό προσπίπτει στην πλατιά δεξαμενή.

Γ) τον όγκο του νερού που εισήλθε στη δεξαμενή μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=10,4 \text{ s}$.

Αφαιρούμε το πώμα και από το άνοιγμα Δ, οπότε το νερό εξέρχεται με οριζόντια ταχύτητα u_3 .

Να υπολογίσετε:

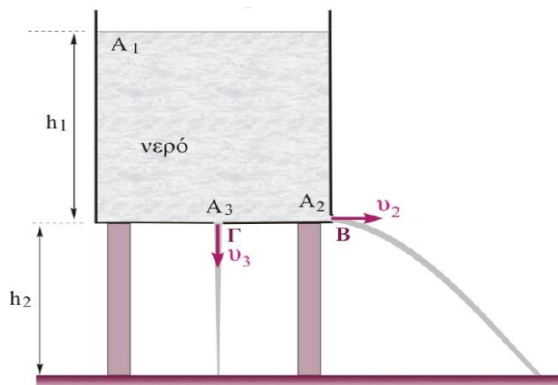
Δ) το ύψος h του νερού στο δοχείο τη χρονική στιγμή που ο ρυθμός με τον οποίο κατεβαίνει η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο είναι $0,02 \text{ m/s}$.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

9.

Η δεξαμενή, που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτή και γεμάτη με νερό σε ύψος $h_1=125\text{cm}$. Στα σημεία Β και Γ του πλευρικού τοιχώματος και του πυθμένα, αντίστοιχα, υπάρχουν μικρά ανοίγματα με επιφάνειες διατομών $A_2=1\text{cm}^2$ και $A_3=2\text{cm}^2$, αντίστοιχα. Τα δύο ανοίγματα βρίσκονται σε ύψος $h_2=120\text{cm}$ από το έδαφος και είναι κλεισμένα με πώματα. Οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια A_1 της δεξαμενής. Τη χρονική στιγμή $t=0$, αφαιρούμε ταυτόχρονα τα δύο πώματα. Το νερό εξέρχεται στον αέρα από τα δύο ανοίγματα με ταχύτητες u_2 και u_3 αντίστοιχα. Η ταχύτητα u_2 είναι οριζόντια.



Να υπολογίσετε:

- Α)** τις ταχύτητες u_2 και u_3 με τις οποίες εξέρχεται το νερό στον αέρα από τα ανοίγματα Β και Γ.
- Β)** το μέτρο των ταχυτήτων u_2' και u_3' , με τις οποίες το νερό των δύο φλεβών προσκρούει στο έδαφος.
- Γ)** τις χρονικές στιγμές t_2 και t_3 , που το νερό των δύο φλεβών προσκρούει στο έδαφος.
- Δ)** τις επιφάνειες των διατομών A_2' και A_3' που έχουν οι φλέβες νερού όταν φτάνουν στο έδαφος.

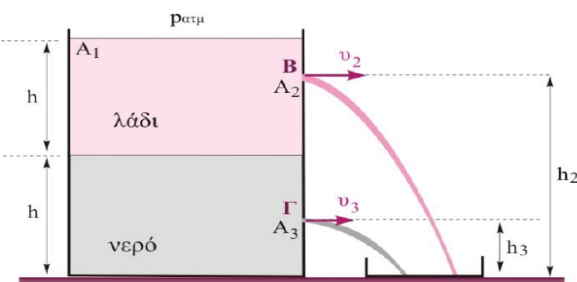
Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho = 10^3\text{kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}} = 10^5\text{N/m}^2$.

10.

Η δεξαμενή μεγάλης επιφάνειας A_1 , που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτή και περιέχει νερό σε σταθερό ύψος $h=50\text{cm}$, ενώ από πάνω από το νερό υπάρχει στρώμα λαδιού ίδιου ύψους h . Σε δύο σημεία των πλευρικών τοιχωμάτων, υπάρχουν μικρά ανοίγματα Β και Γ με διατομές $A_2=2\text{cm}^2$

και $A_3=\sqrt{\frac{5}{3}}\text{cm}^2$, αντίστοιχα. Οι διατομές



A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια A_1 της δεξαμενής. Τα δύο ανοίγματα βρίσκονται σε ύψος $h_2=80\text{cm}$, $h_3=20\text{cm}$ από τον πυθμένα του δοχείου, αντίστοιχα, και είναι κλεισμένα με πώματα. Τη χρονική στιγμή $t=0$, ανοίγουμε ταυτόχρονα τα δύο ανοίγματα, οπότε το λάδι και το νερό εξέρχονται στον αέρα με οριζόντιες ταχύτητες u_2 και u_3 , αντίστοιχα. Οι σχηματιζόμενες φλέβες νερού και λαδιού, αφού κάνουν οριζόντιες βολές, καταλήγουν μέσα σε μικρό άδειο δοχείο, όγκου $V=10\text{L}$, που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τον πυθμένα της δεξαμενής.

Να υπολογίσετε:

- Α)** τις ταχύτητες u_2 και u_3 , με τις οποίες το λάδι και το νερό εξέρχονται στον αέρα από τα ανοίγματα Β και Γ, αντίστοιχα, τη χρονική στιγμή $t=0$.
- Β)** τις χρονικές στιγμές t_2 και t_3 που οι δύο φλέβες από το λάδι και το νερό, αντίστοιχα, προσπίπτουν στο δοχείο.
- Γ)** τη χρονική στιγμή t που θα γεμίσει το δοχείο.
- Δ)** το ποσοστό του συνολικού υγρού στο μικρό δοχείο που καταλαμβάνει το λάδι, κατά τη χρονική στιγμή t , που το δοχείο γεμίζει.

Να θεωρήσετε το νερό και το λάδι ιδανικά ρευστά.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v = 10^3\text{kg/m}^3$, η πυκνότητα του λαδιού $\rho_\lambda = 0,9 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}} = 10^5\text{N/m}^2$.