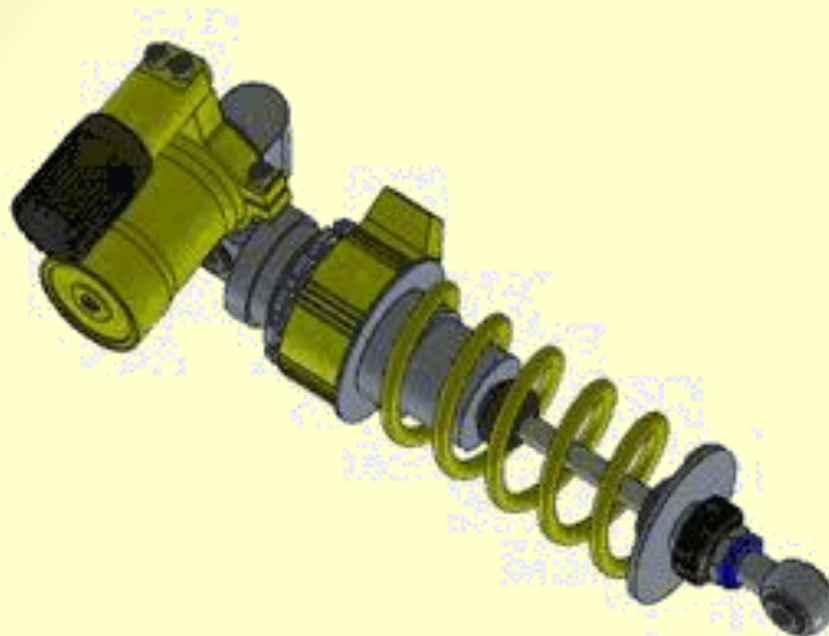


Φθίνουσα Απλή Αρμονική Ταλάντωση



Ας θυμηθούμε...



Η σχέση που περιγράφει την ικανή και αναγκαία συνθήκη για να κάνει ένα σώμα ΑΑΤ είναι $F = - D \cdot x$, όπου F η δύναμη επαναφοράς και D η σταθερά επαναφοράς.

Στην ΑΑΤ η ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται **σταθερή**.

Στην ΑΑΤ το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται **σταθερό**.

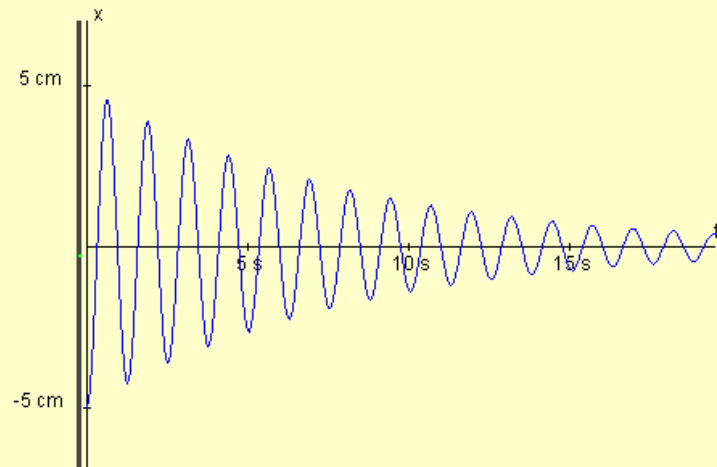
Στην ΑΑΤ η περίοδος της ταλάντωσης διατηρείται **σταθερή**.



Όμως, στην πραγματικότητα σε κάθε ελεύθερη ταλάντωση έχουμε απώλεια ενέργειας, γιατί εμφανίζονται τριβές.

Έτσι, σε κάθε ταλάντωση το πλάτος της μειώνεται (φθίνει), μέχρι που τελικά μηδενίζεται.

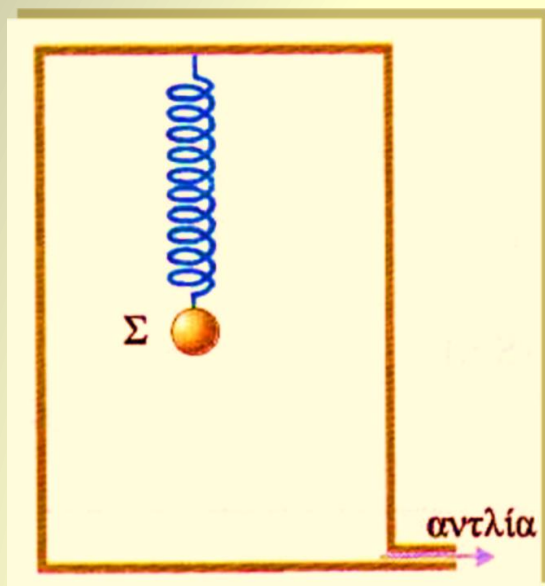
Μια τέτοια ταλάντωση ονομάζεται
φθίνουσα ή αποσβενύμενη.



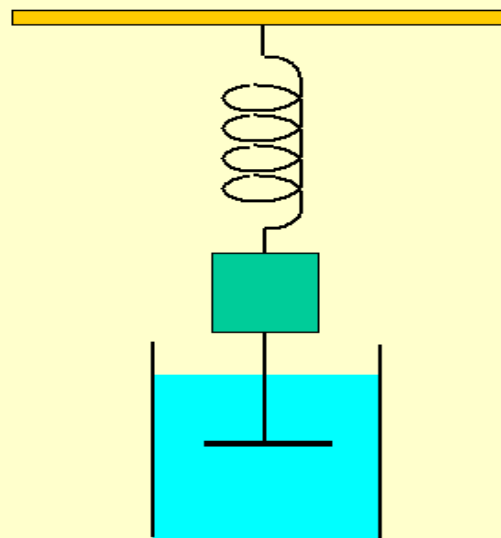
Η **απόσβεση** οφείλεται σε δυνάμεις που
αντιτίθενται στην κίνηση.



Οι δυνάμεις αυτές μεταφέρουν ενέργεια από
το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον.



Ο αέρας στην αντλία
εμποδίζει το σύστημα
ελατήριο-μάζα να κάνει ΑΑΤ.



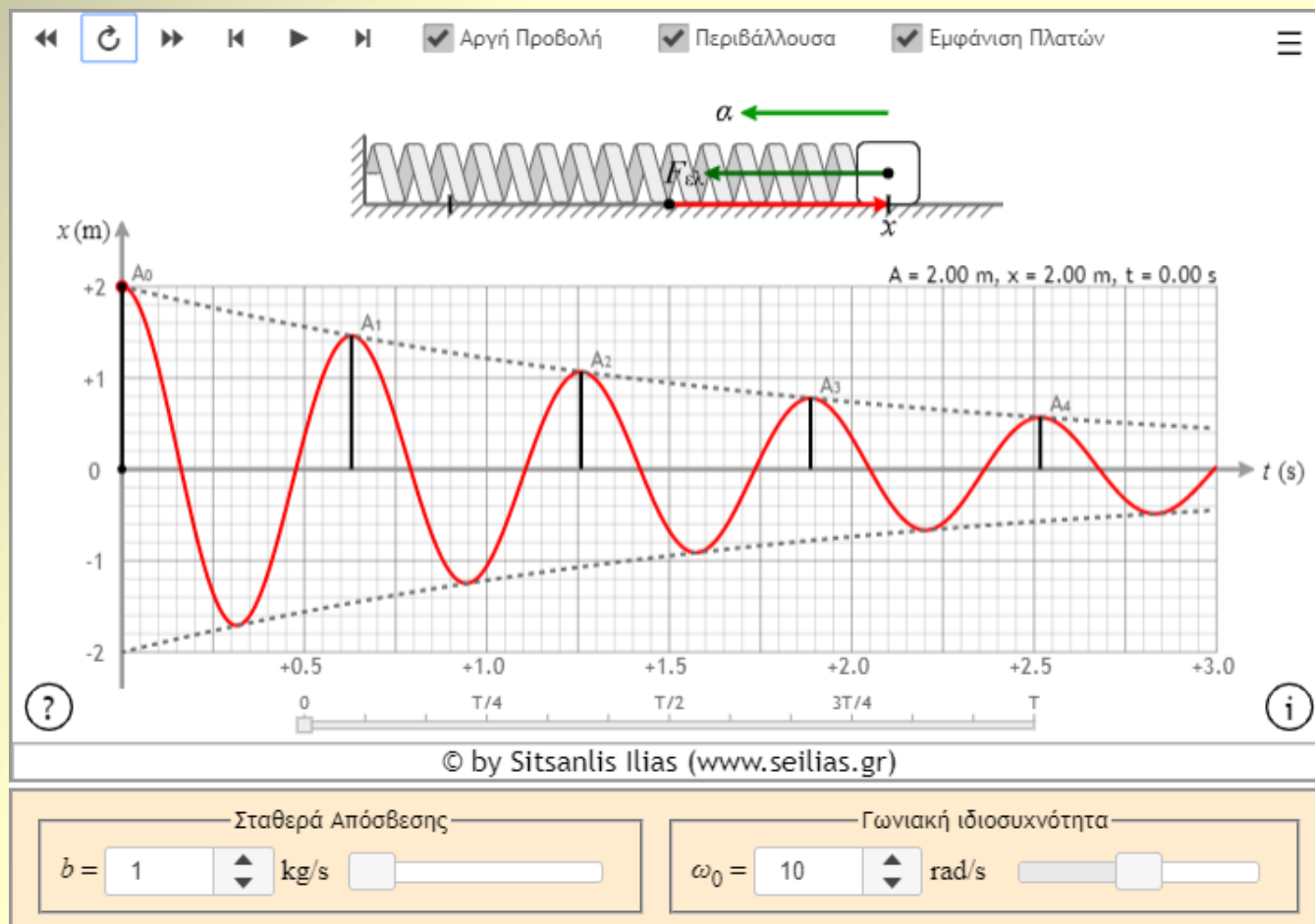
Το υγρό στο δοχείο
εμποδίζει το ταλαντούμενο
σύστημα να κάνει ΑΑΤ.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχουν οι φθίνουσες αρμονικές ταλαντώσεις στις οποίες η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση είναι ανάλογη της ταχύτητας.

$$\vec{F} = -b \cdot \vec{v}$$

- Το b ονομάζεται σταθερά απόσβεσης και εξαρτάται από
- τις ιδιότητες του μέσου, όπου γίνεται η ταλάντωση
 - από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που ταλαντώνεται.

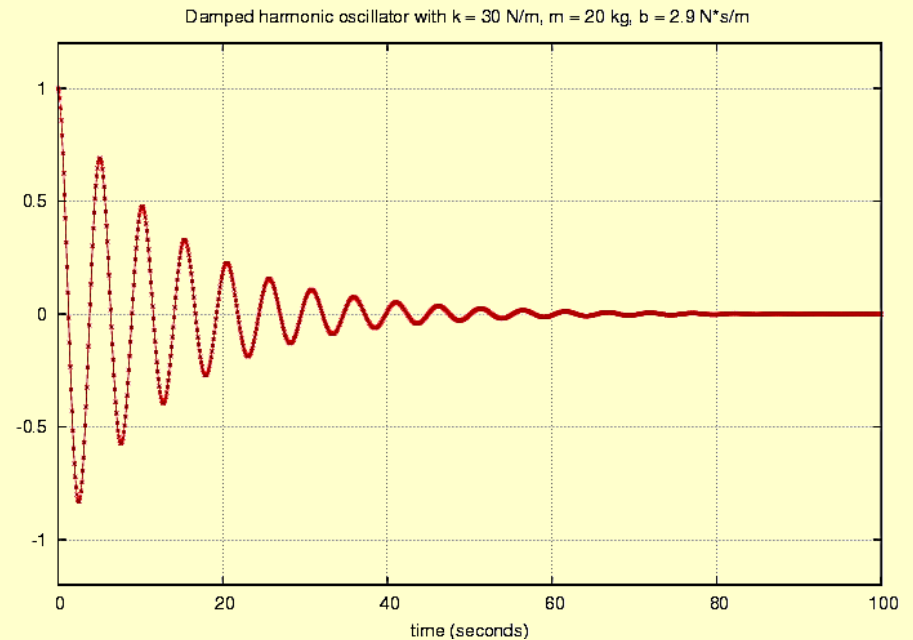
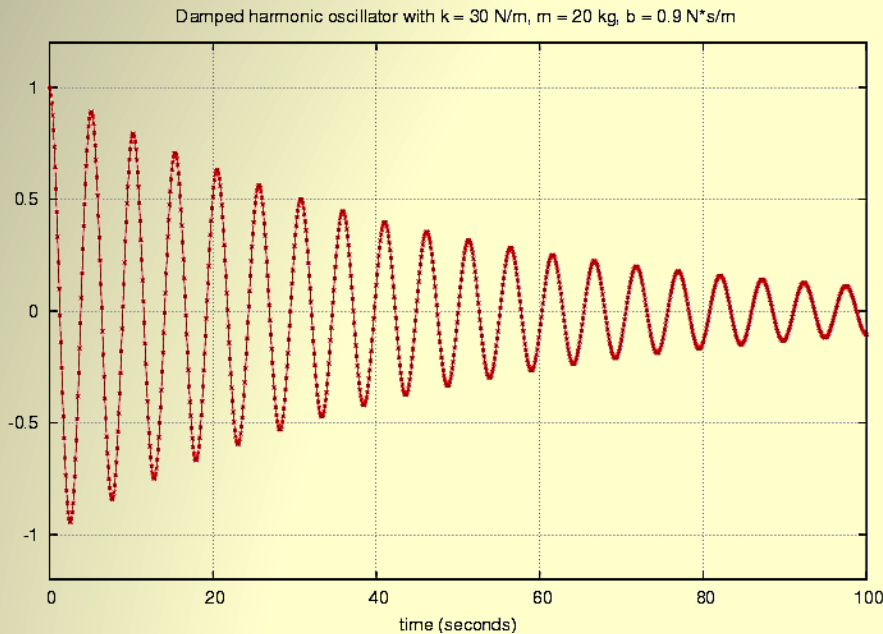
Μελέτη φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης



Προσομοίωση φθίνουσας ταλάντωσης (από Ηλία Σιτσανλή)

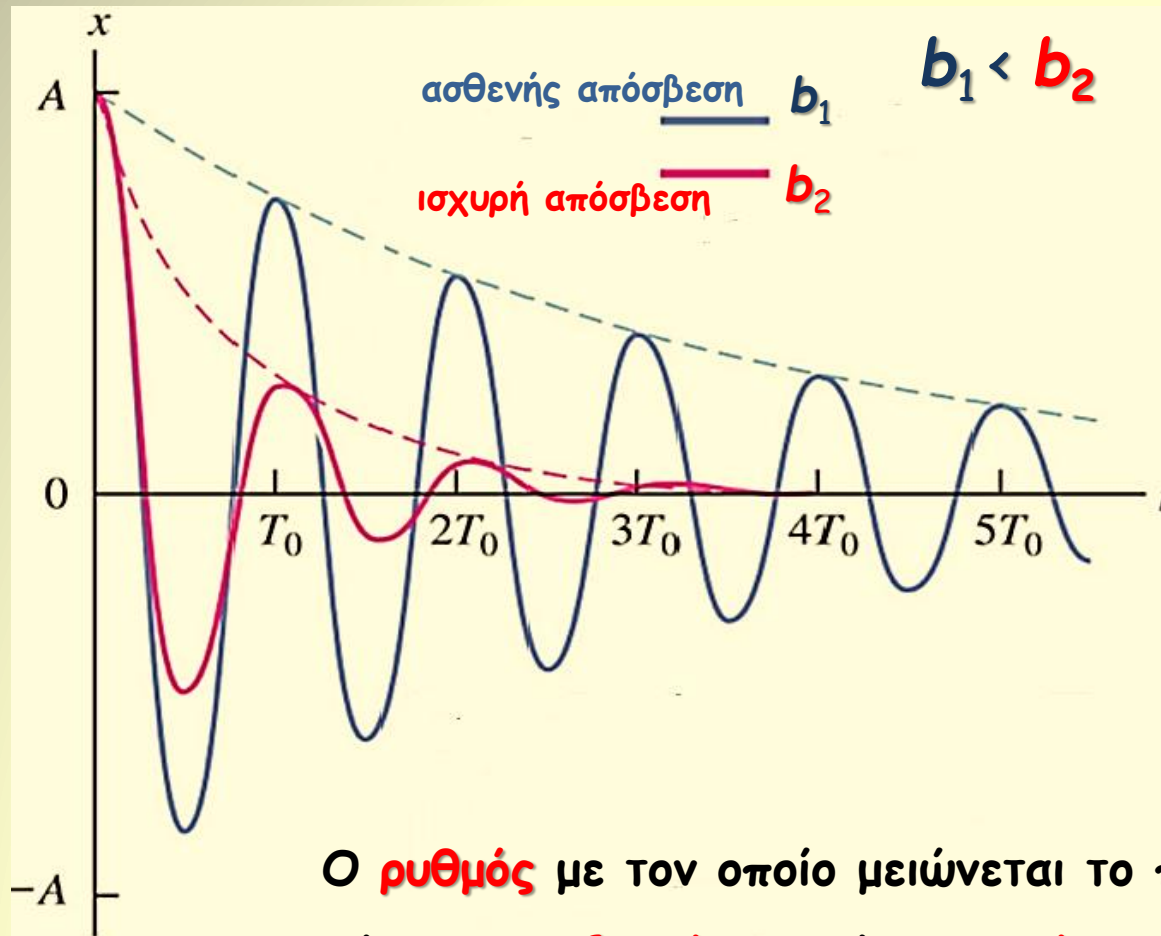
- Για ορισμένη τιμή της σταθεράς b , η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης παραμένει σταθερή.

Προσομοίωση



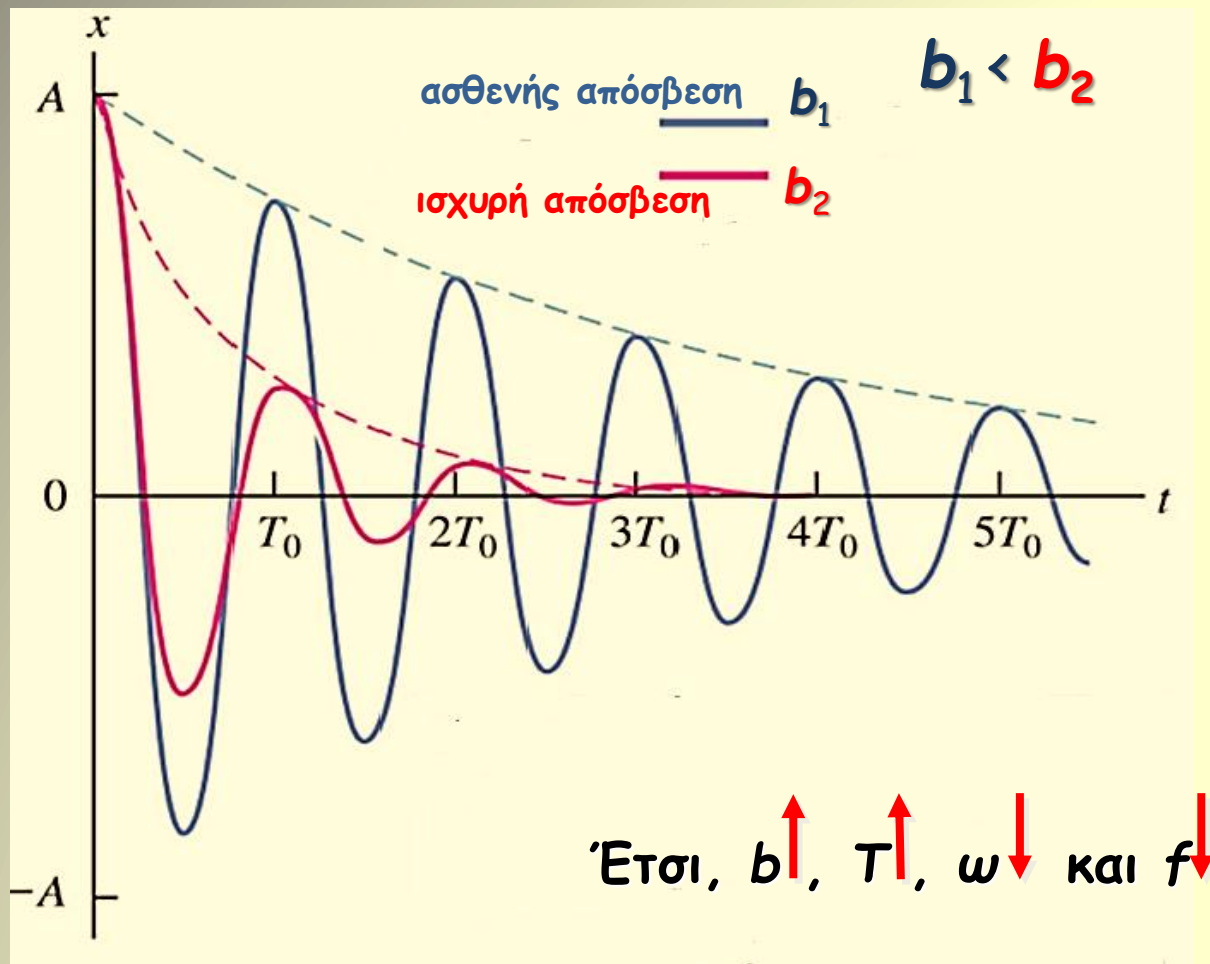


➤ Όταν η σταθερά b μεγαλώνει, το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα.



Προσομοίωση

Ο **ρυθμός** με τον οποίο μειώνεται το πλάτος μιας ταλάντωσης **εξαρτάται** από την **τιμή** της σταθεράς **b** .



**Μεγαλύτερη απόσβεση
(μεγαλύτερο b)**



- Το πλάτος μειώνεται πιο γρήγορα (φαίνεται από τις διακεκομμένες γραμμές)



- Η περίοδος αυξάνεται (T_0 =περίοδος με μηδενική απόσβεση)



Στο πλαίσιο της μελέτης μας **η μεταβολή της περιόδου T θεωρείται αμελητέα** (γιατί αναφερόμαστε σε μικρές διαφορές στις τιμές της σταθεράς b).

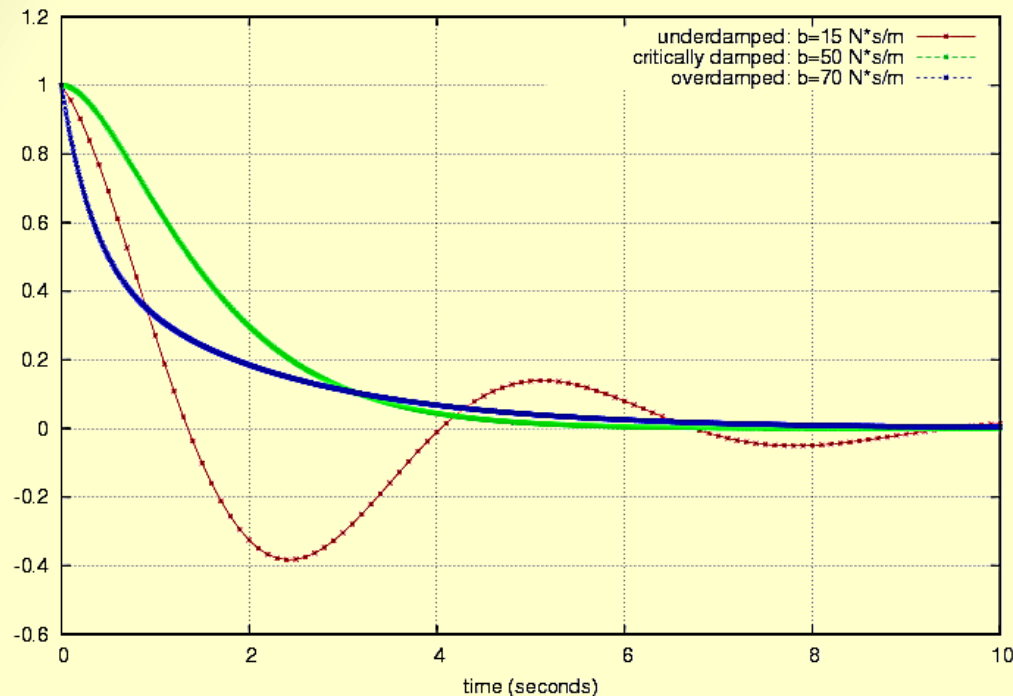


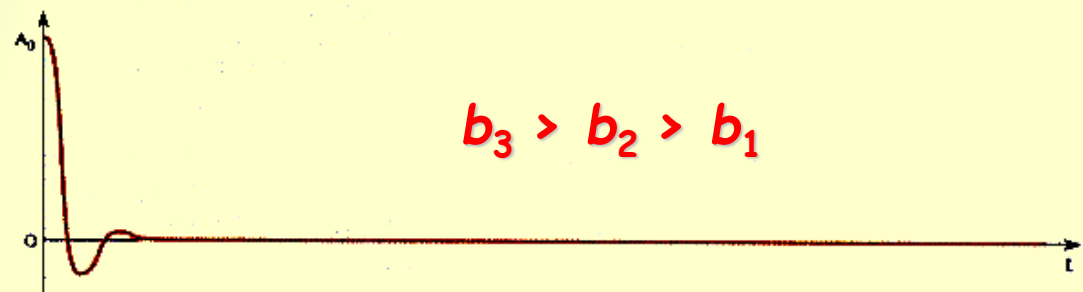
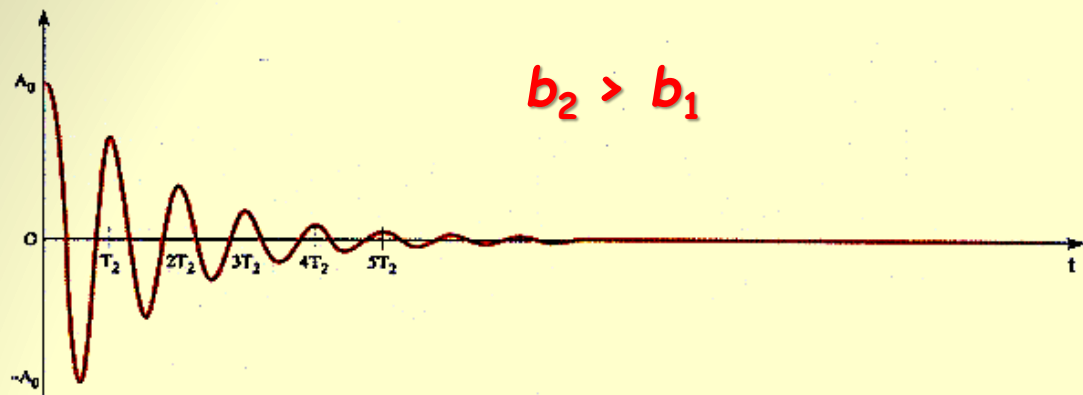
➤ Στις ακραίες περιπτώσεις όπου **η τιμή της σταθεράς απόσβεσης γίνεται πολύ μεγάλη**, η **κίνηση γίνεται απεριοδική**.

Αυτό σημαίνει ότι το ταλαντούμενο σώμα επιστρέφει στη θέση της ισορροπίας του, χωρίς ποτέ να την υπερβεί

(**πράσινη ή μπλε** καμπύλη).

Comparison of damped harmonic oscillators with $k = 30 \text{ N/m}$, $m = 20 \text{ kg}$





(Αποδεικνύεται ότι) **το πλάτος A** της φθίνουσας ταλάντωσης **μειώνεται εκθετικά με το χρόνο** και υπολογίζεται από τη σχέση

$$A = A_0 e^{-\Lambda t}$$

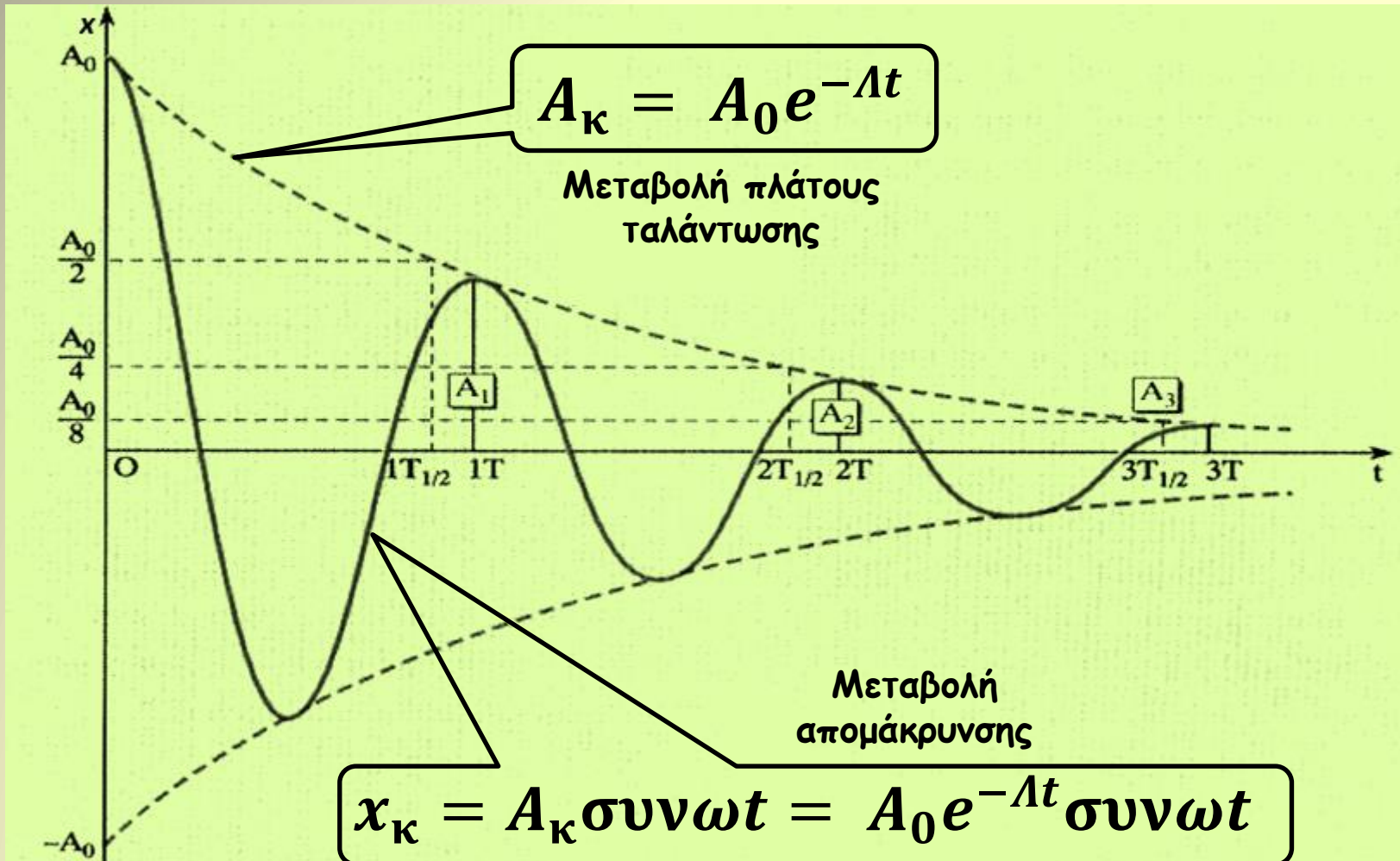
όπου A_0 = το πλάτος στην έναρξη της ταλάντωσης,

t = ο χρόνος, μέχρι η ταλάντωση να έχει πλάτος A ,

Λ = σταθερά που εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης b

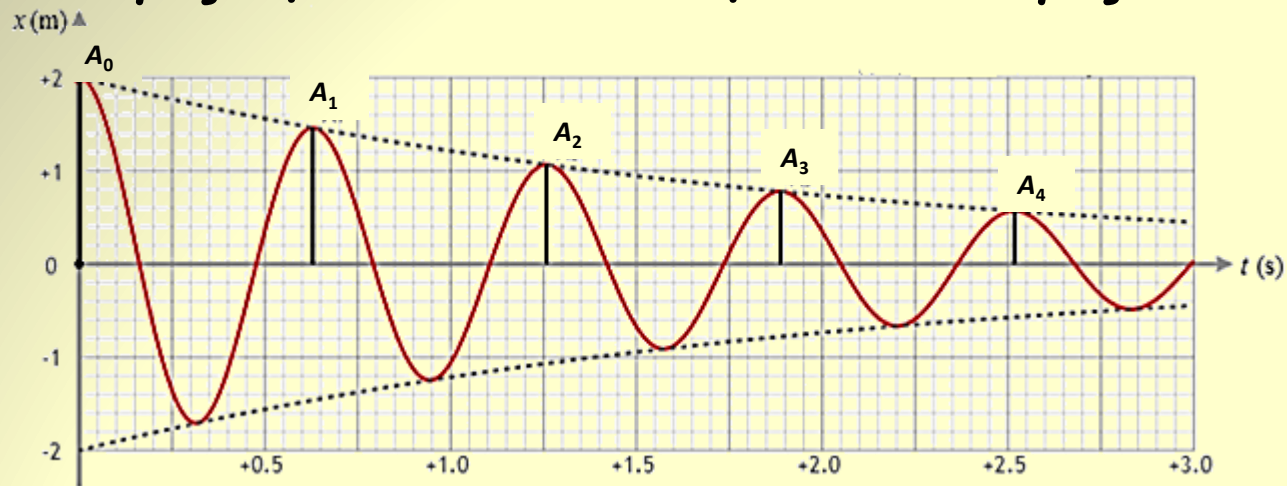
και τη μάζα m του ταλαντούμενου σώματος (αποδεικνύεται $\Lambda = b/2m$).

Γραφικές παραστάσεις $x_k - t$, $A_k - t$





Ο λόγος δύο **διαδοχικών μέγιστων** απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση είναι σταθερός.



$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_0}{A_0 e^{-\Lambda T}} = e^{\Lambda T}$$

$$\frac{A_\kappa}{A_{\kappa+1}} = \frac{A_0 e^{-\Lambda(\kappa T)}}{A_0 e^{-\Lambda(\kappa+1)T}} = e^{\Lambda T}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_0 e^{-\Lambda T}}{A_0 e^{-\Lambda 2T}} = e^{\Lambda T}$$

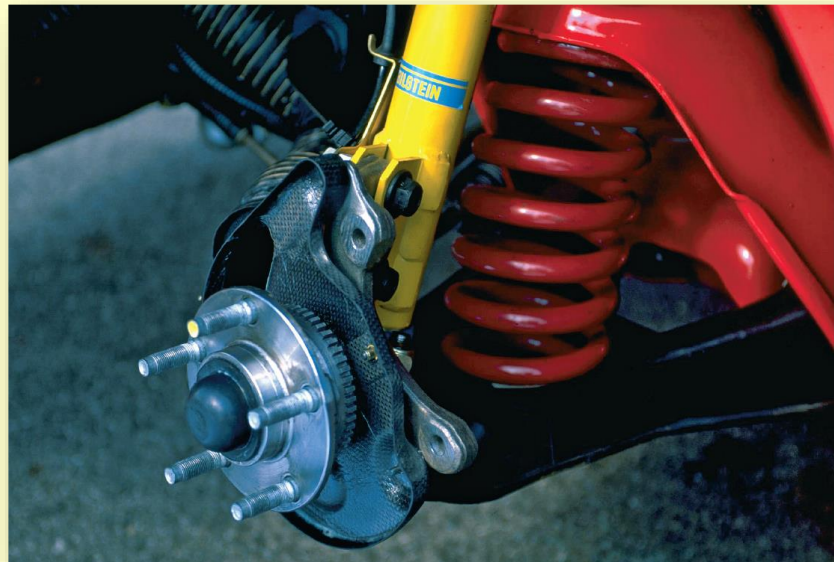
Τελικά $\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_\kappa}{A_{\kappa+1}} = e^{\Lambda T} = \text{σταθ.}$

Αμορτισέρ αυτοκινήτου



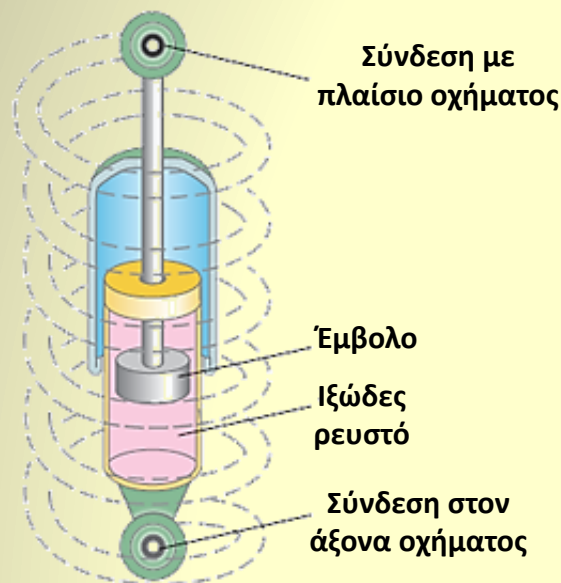
Πρέπει να **έχουν μεγάλο b** , ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να μειώνεται γρήγορα.

Καθώς τα **αμορτισέρ παλιώνουν**, η **σταθερά απόσβεσής τους μειώνεται**, με αποτέλεσμα η ταλάντωση (ανεπιθύμητη) του οχήματος να διαρκεί περισσότερο μετά από κάθε αναπήδηση.





Υπάρχουν ταλαντούμενα συστήματα για τα οποία η μείωση του πλάτους της ταλάντωσης είναι ανεπιθύμητη, όπως συμβαίνει στα εκκρεμή και τα ρολόγια. Αντίθετα, σε άλλες περιπτώσεις είναι επιθυμητή η μείωση του πλάτους, όπως στα αμορτισέρ των αυτοκινήτων ή στα συστήματα απορρόφησης των κραδασμών από σεισμούς σε κτίρια ή γέφυρες.



Ερωτήσεις στις Φθίνουσες κι
Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις
με το πρόγραμμα Hot Potatoes

- Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής [εδώ](#) (35 ερωτήσεις)
- Ερωτήσεις Σωστού - Λάθους [εδώ](#) (25 ερωτήσεις)

Εφαρμογές





Ερωτήσεις από το βιβλίο

(από σελ. 34)

1.17 Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια ταλάντωση είναι

α. θετικό, αν το ταλαντούμενο σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση.

β. πάντα θετικό.

☒ γ. πάντα αρνητικό.

Επιλέξτε το σωστό.

1.18 Σε μία φθίνουσα ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης

α. παραμένει σταθερή.

β. μειώνεται με σταθερό ρυθμό.

☒ γ. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

δ. αυξάνεται.

Επιλέξτε το σωστό.

1.19 Ένας ταλαντωτής τη στιγμή t_1 έχει ενέργεια E και πλάτος ταλάντωσης A . Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή t_2 , που το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο μισό, είναι

- α. $E/2$; β. $E/4$; γ. $3E/4$;

Επιλέξτε το σωστό.

1.24 Να αποδείξετε ότι αν το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 e^{-\lambda t}$, οι τιμές $A_1, A_2, A_3, \dots$ του πλάτους και $E_1, E_2, E_3, \dots$ της ενέργειας της ταλάντωσης κατά τις χρονικές στιγμές $T, 2T, 3T, \dots$, ικανοποιούν τις σχέσεις:

α. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \frac{A_3}{A_4} = \dots \dots \dots$

$$\text{в.} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{E_2}{E_3} = \frac{E_3}{E_4} = \dots \dots \dots$$



Ασκήσεις από το βιβλίο

(από σελ. 36)

1.32 Σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος της οποίας μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\lambda t}$. Τη στιγμή $t = 0$ η ταλάντωση είχε πλάτος $A_0 = 32\text{cm}$, ενώ τη στιγμή $t_1 = 10\text{s}$ το πλάτος γίνεται $A_1 = 16\text{cm}$. Ποια χρονική στιγμή το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι $A = 1\text{cm}$;

50s



Ερωτήσεις εκτός του βιβλίου

1. Ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας. Τότε
- α. η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
 - β.** το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
 - γ. η περίοδος του συστήματος μεταβάλλεται.
 - δ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση μειώνεται.

Ομογ. 2002

2. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο
- α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.
 - β. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός.
 - γ.** η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης.
 - δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό.

Επαν. Ημερ. 2004

3. Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ τα αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται

α. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b αυξάνεται.

☒ β. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b μειώνεται.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.

δ. η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

Επαν. Ημερ. 2005

4. Σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, η περίοδος της ταλάντωσης με την πάροδο του χρόνου

α. αυξάνεται.

☒ β. διατηρείται σταθερή.

γ. μειώνεται γραμμικά.

δ. μειώνεται εκθετικά.

Ημερ. 2009

5. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου

α. η περίοδος μειώνεται.

☒ β. η περίοδος είναι σταθερή.

γ. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Ημερ. 2010

6. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{\text{αντ}} = -bυ$, όπου b θετική σταθερά και $υ$ η ταχύτητα του ταλαντωτή,

α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης η περίοδος μειώνεται.

β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Ημερ. 2011

7. Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει τη μορφή $F_{αντ} = -bv$. Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή b_1 . Στη συνέχεια η τιμή της γίνεται b_2 με $b_2 > b_1$. Τότε:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή μείωση.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή μείωση.

Επαν. Ημερ. 2012

8. Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος φθίνει χρονικά ως $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι

α. οι μειώσεις του πλάτους σε κάθε περίοδο είναι σταθερές.

β. η δύναμη αντίστασης είναι $F_{\text{αντ}} = -b \cdot v^2$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και v η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

γ. η περίοδος T της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο για μικρή τιμή της σταθεράς απόσβεσης b .

δ. η δύναμη αντίστασης είναι $F_{\text{αντ}} = -b \cdot v$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και v η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

Ημερ. 2013

9. Η σταθερά απόσβεσης b μιας φθίνουσας ταλάντωσης, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας,
- α. εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.
 - β. μειώνεται κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης.
 - γ. έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $\text{kg}\cdot\text{s}$.
 - δ. εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο γίνεται η φθίνουσα ταλάντωση.

Επαν. Ημερ. 2016

10. Ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F = -b \cdot v$). Η ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με E και το πλάτος της ίσο με A . Αν μετά από χρόνο t η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με $E/4$, τότε το νέο πλάτος της ταλάντωσης θα είναι ίσο με

α. $A/4$.

β. $A/2$.

γ. $3A/4$.

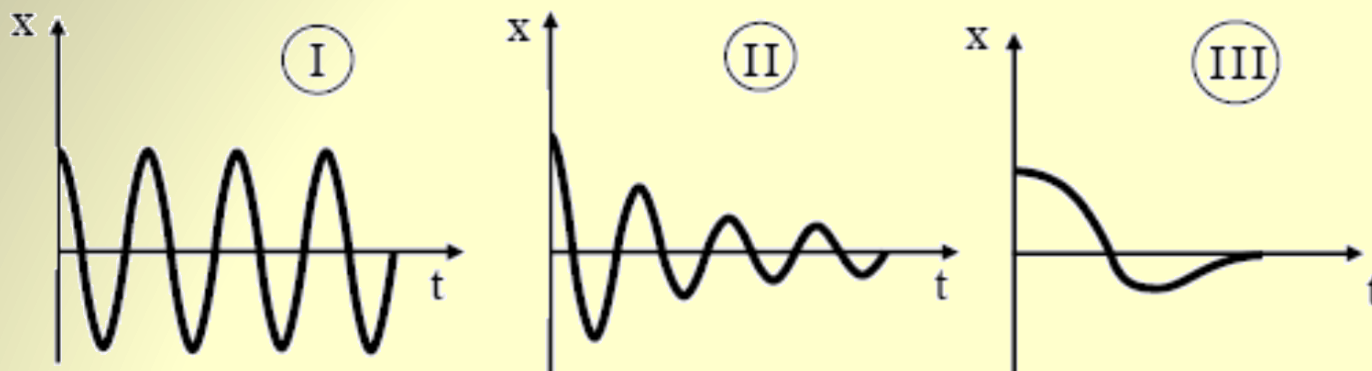
δ. A .

Επαν. Ημερ. - Ομογ. 2018



**Ασκήσεις
και
Προβλήματα
εκτός του βιβλίου**

1. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν την ταλάντωση που εκτελούν τα συστήματα ανάρτησης τριών αυτοκινήτων που κινούνται με την ίδια ταχύτητα όταν συναντούν το ίδιο εξόγκωμα στο δρόμο.



A. Το αυτοκίνητο του οποίου το σύστημα ανάρτησης λειτουργεί καλύτερα είναι το

α. I.

β. II.

γ. III.

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2006

2. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Ο χρόνος που απαιτείται ώστε η ολική ενέργεια της ταλάντωσης να γίνει η μισή της αρχικής ($E = E_0/2$) είναι:

α. $t = \ln 2 / \Lambda$.

☒ β. $t = \ln 2 / 2\Lambda$.

γ. $t = \Lambda / \ln 2$.

Ποια είναι η σωστή πρόταση;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Σώμα μάζας 1kg εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση και το πλάτος μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = 0,1e^{-\Lambda t}$ (S.I.), με $t=NT$ ($N=0,1,2,3,\dots$), όπου T είναι η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης. Τη στιγμή $t=0$ η ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με 2J , ενώ τη στιγμή t_1 το πλάτος της ταλάντωσης είναι το μισό του αρχικού.

Να βρεθούν:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_2=4t_1$.

β. Η περίοδος T της ταλάντωσης.

γ. Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας που μετετράπη σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης από την αρχή μέχρι τη χρονική στιγμή $t=2t_1$.

α. **$A_2 = 1/160 \text{ m}$** , β. **$T = \pi/10 \text{ s}$** , γ. **$93,75\%$** .