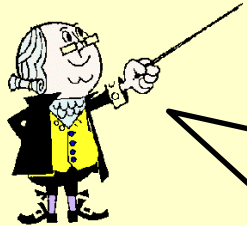
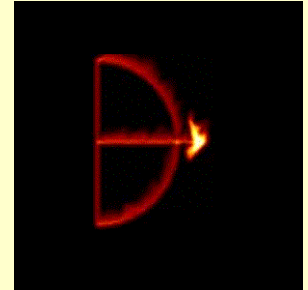




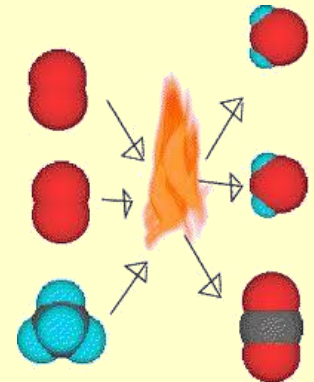
Δυναμική Ενέργεια

Ένα σώμα μπορεί ν' αποθηκεύσει **ΕΝΕΡΓΕΙΑ** λόγω της **ΘΕΣΗΣ** του. Η αποθηκευμένη ενέργεια λέγεται **ΔΥΝΑΜΙΚΗ**, γιατί όταν αυτή υπάρχει το σώμα μπορεί να παράγει έργο.



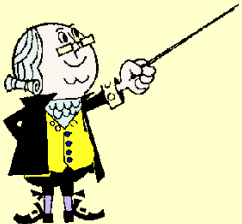
Η **τεντωμένη χορδή** ενός τόξου έχει **Δυναμική Ενέργεια** λόγω της θέσης της.

Η **Χημική Ενέργεια** των καυσίμων είναι **Δυναμική Ενέργεια**, λόγω της θέσης των ηλεκτρικών φορτίων στα μόρια.



Εμείς, με ποια
Δυναμική ενέργεια
θ' ασχοληθούμε;

Θ' ασχοληθούμε με τη **Βαρυτική
Δυναμική Ενέργεια**, τη δυναμική
ενέργεια που έχει ένα σώμα γιατί
βρίσκεται σε **υπερυψωμένη θέση** (ως
προς ένα επίπεδο που εμείς καθορίζουμε ως
αρχή μέτρησης της απόστασης).



Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια

$$W_F = F \cdot h$$

Για να κινηθεί το σώμα προς τα πάνω χρειάζεται το μέτρο της F να είναι τουλάχιστον ίσο με το μέτρο του βάρους w του σώματος ($F = w$).

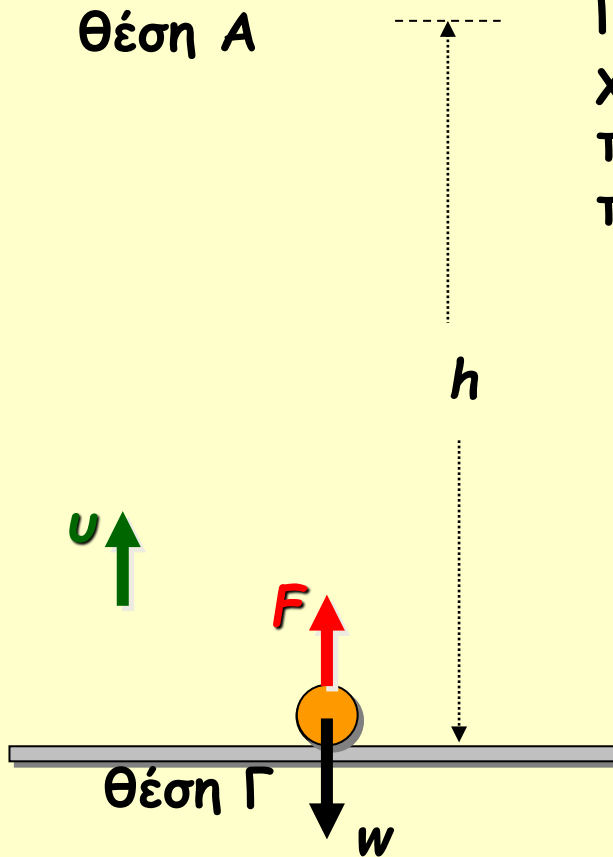
$$W_F = w \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Το μέτρο της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας σώματος που βρίσκεται σε ύψος h είναι ίσο με το έργο που παρήχθη για την ανύψωσή του σ' αυτό το ύψος ενάντια στη βαρύτητα.

Η ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος με μονάδα μέτρησης το 1J (Joule)



J. P. Joule
(1818-1889)



$$U_A = m \cdot g \cdot h$$

Η δυναμική ενέργεια ενός σώματος σε ύψος h ως προς την αρχική θέση, είναι ανεξάρτητη της πορείας που ακολουθήσε το σώμα για να φτάσει σ' αυτό το ύψος.



$$U_A = m \cdot g \cdot h$$

Θέση A



h

$$U_A = m \cdot g \cdot h$$



h

h_1



$$U_A = m \cdot g \cdot h$$



h

h_2



Η **Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια** που έχει ένα σώμα στη Γη είναι **αποτέλεσμα** της **αλληλεπίδρασης** του σώματος με τη Γη.



$$U_A = m \cdot g \cdot h$$

Θέση A

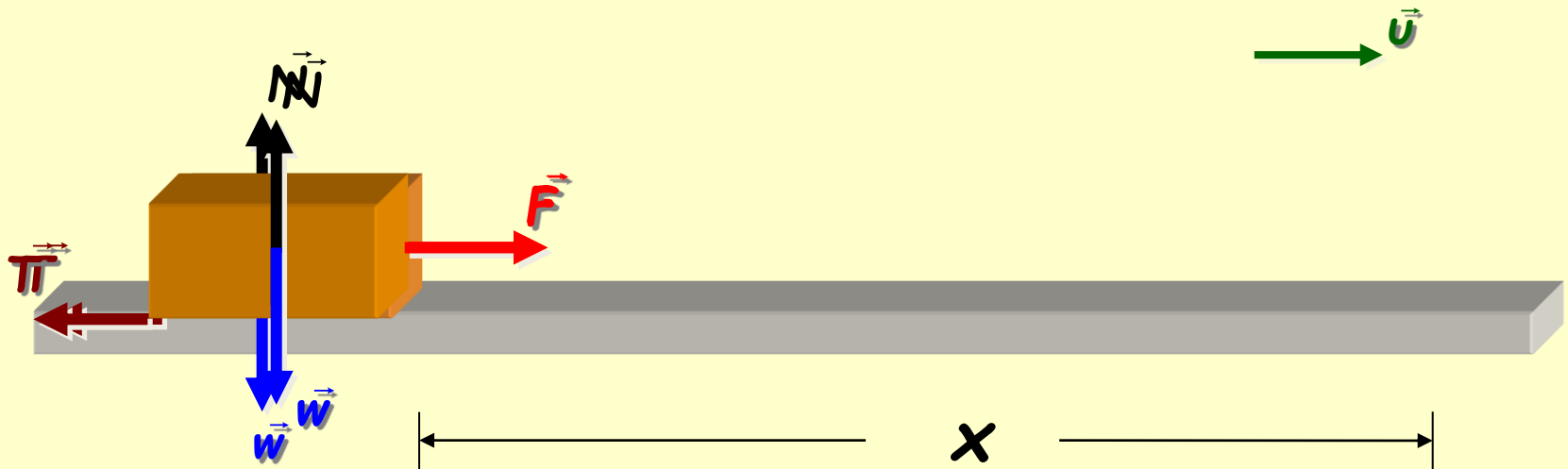
A diagram showing an orange ball at a position labeled 'Θέση A'. A thick black arrow points downwards from the ball, labeled with the letter 'w'.

h

Στη θέση A το σώμα έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια $U_A = m \cdot g \cdot h$, επειδή τόση είναι **η διαφορά της ενέργειας** ανάμεσα στη θέση A και στην επιφάνεια της Γης, που τη θεωρούμε ως επίπεδο αναφοράς με δυναμική ενέργεια ίση με 0.

A horizontal grey line representing the ground level.
$$U_{\Gamma\eta\varsigma} = 0$$

Κινητική Ενέργεια

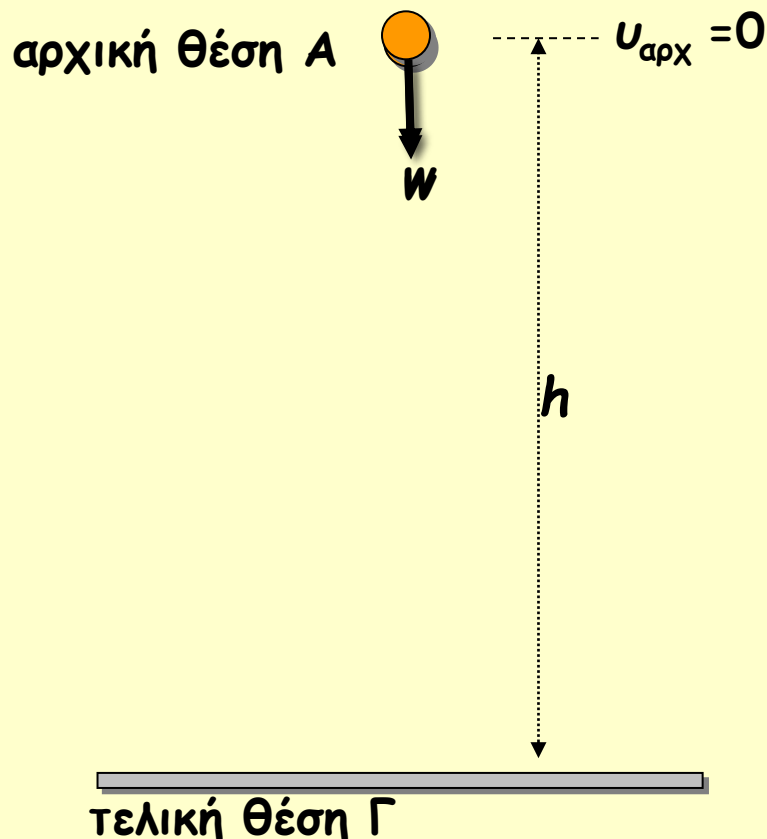


$$W_F = F \cdot x = (m \cdot a) \cdot x = m \cdot a \cdot \left(\frac{1}{2} a \cdot t^2\right) = \frac{1}{2} m \cdot (a \cdot t)^2 = \frac{1}{2} m \cdot u^2 = K$$

Το σώμα απέκτησε κίνηση (ταχύτητα u) από τη δράση της δύναμης F .
Το έργο της F είναι ίσο με την ενέργεια που απέκτησε το σώμα λόγω της κίνησής του, την Κινητική Ενέργεια K .

$$K = \frac{1}{2} m \cdot u^2$$

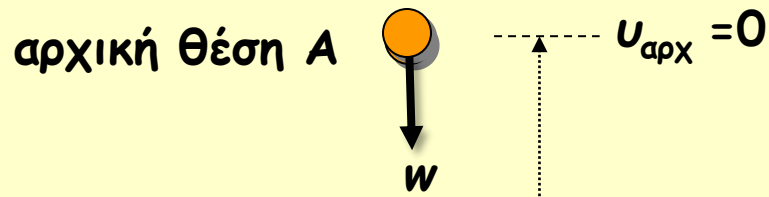
Έργο βάρους



$$\begin{aligned} W_w (A \rightarrow \Gamma) &= w \cdot h = m \cdot g \cdot h = \\ &= m \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} g \cdot t^2\right) = \frac{1}{2} m \cdot (g \cdot t)^2 = \\ &= \frac{1}{2} m \cdot u_{\text{ΤΕΛ}}^2 = K_{\text{ΤΕΛ}} \end{aligned}$$

Στην ελεύθερη πτώση του σώματος το έργο του βάρους είναι θετικό και ίσο με την Κινητική ενέργεια που έχει το σώμα στο τέλος της κίνησής του (μόλις φτάνει στο έδαφος).

**Θεώρημα μεταβολής κινητικής
ενέργειας
(Θεώρημα Έργου - Ενέργειας)**



$$K_{A(\alpha\rho\chi)} = 0$$

$$\begin{aligned}\Delta K &= K_{\Gamma(\tau\epsilon\lambda)} - K_{A(\alpha\rho\chi)} = \\ &= K_{\Gamma(\tau\epsilon\lambda)} = W_w\end{aligned}$$

$$\Delta K = W_{F_{o\lambda}}$$

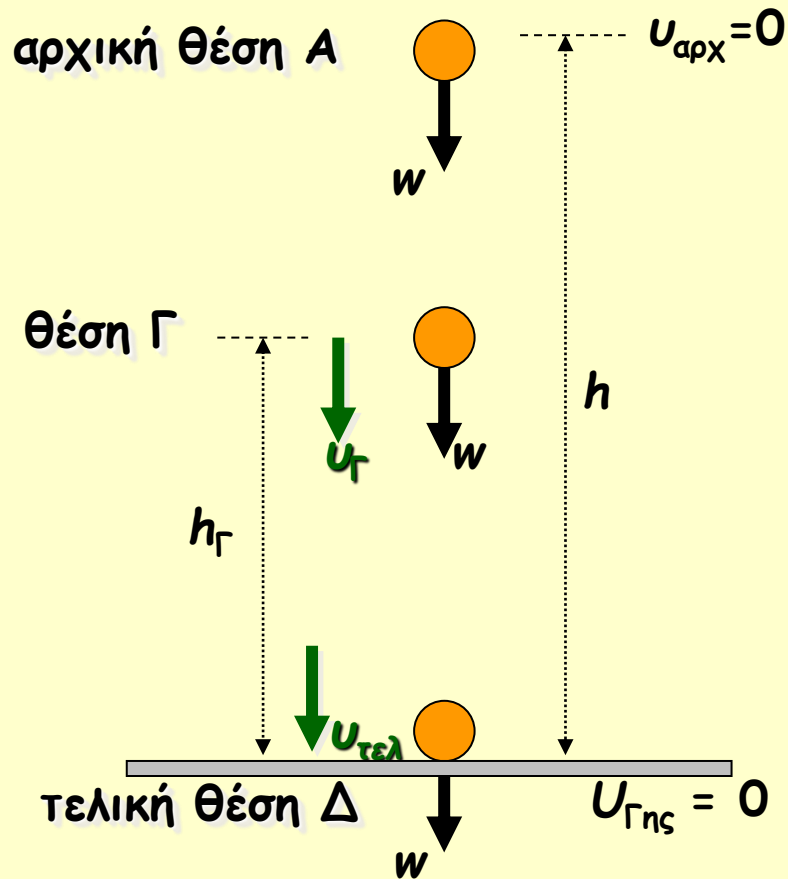
Η μεταβολή ΔK της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα $W_{o\lambda}$ των έργων όλων των δυνάμεων που δρουν στο σώμα ή είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης.

Μηχανική Ενέργεια

Ονομάζουμε το άθροισμα της Κινητικής με τη Δυναμική ενέργεια.

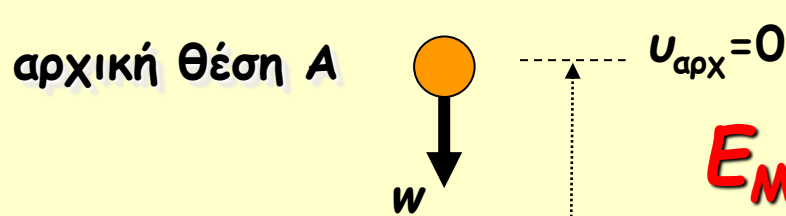
$$E_M = K + U$$

Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας



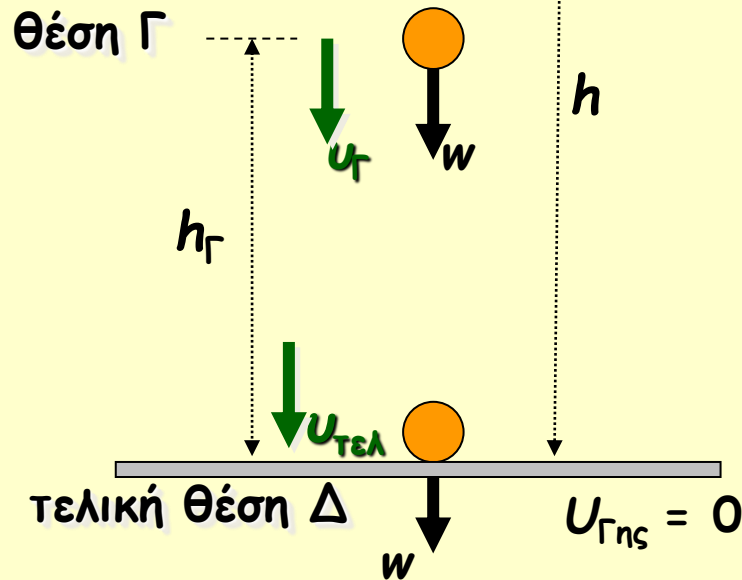
Εφόσον το σώμα κινείται από τη θέση Α στη θέση Γ και τελικά στο έδαφος (θέση Δ) μόνο με την επίδραση του βάρους του, η Μηχανική του Ενέργεια παραμένει συνέχεια σταθερή.

Ενεργειακή μελέτη της ελεύθερης πτώσης ενός σώματος



θέση Α

$$E_M = \cancel{K_A} + U_A = U_{\max} = m \cdot g \cdot h$$



θέση Γ

$$E_M = K_\Gamma + U_\Gamma = \\ = \frac{1}{2} m \cdot u_\Gamma^2 + m \cdot g \cdot h_\Gamma$$

θέση Δ

$$E_M = K_\Delta + \cancel{U_\Delta} = K_{\max} = \frac{1}{2} m \cdot u_\Gamma^2$$

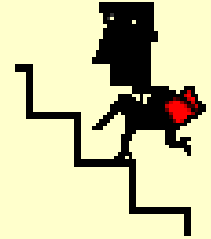
Η Ισχύς

Επειδή ο ορισμός του **έργου** δεν λέει τίποτε για το **χρόνο** που χρειάζεται γι' αυτό, η **ΙΣΧΥΣ** (**P**) συνδέει αυτά τα δύο μεγέθη.



Μονάδα μέτρησης: $1 \frac{\text{Joule}}{\text{s}} = 1 \text{ W (Watt)}$

$$P = \frac{W}{t}$$



J. Watt
(1736-1819)

Η ισχύς εκφράζει το ρυθμό με τον οποίο παράγεται (ή καταναλώνεται) το έργο ή τον ρυθμό με τον οποίο μετατρέπεται ενέργεια μιας μορφής σε κάποια άλλη μορφή.

Σχέση ισχύος και δύναμης

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot x}{t} = F \cdot v$$

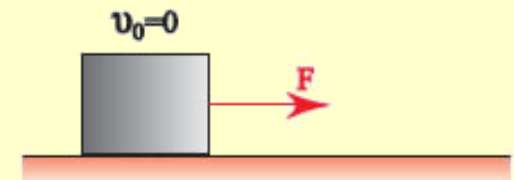
Ερωτήσεις από το βιβλίο

(από σελ. 247)

3. Ένα αντικείμενο, που συγκρατείται ακίνητο, αφήνεται να πέσει ελεύθερα. Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να εξηγήσετε με λίγα λόγια, πώς εφαρμόζετε για το αντικείμενο η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Να κάνετε το ίδιο, αν η αντίσταση από τον αέρα δεν θεωρείται αμελητέα.

4. Ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει από το αεροπλάνο και αφού ανοίξει το αλεξίπτωτο, κινούμενος για κάποιο χρονικό διάστημα με σταθερή ταχύτητα, προσγειώνεται στο έδαφος. Στο χρονικό αυτό διάστημα διατηρείται ή όχι η μηχανική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή;

5. Στην εικόνα φαίνεται ένα σώμα, το οποίο τίθεται σε κίνηση στο λείο οριζόντιο επίπεδο από μια σταθερή οριζόντια δύναμη F . Μετά από μετατόπιση κατά x , $2x$, $3x$, η κινητική ενέργεια του σώματος είναι K , $2K$, $3K$ αντίστοιχα. Δηλαδή η κινητική ενέργεια είναι ανάλογη της μετατόπισης. Πώς το εξηγείτε αυτό;



7. Τι σημαίνει ότι ένας λαμπτήρας έχει ισχύ 100W; Το κόστος λειτουργίας ενός λαμπτήρα 100W εξαρτάται από την ισχύ του, το χρόνο που αυτός λειτουργεί, ή και από τα δύο;

8. Ένα σώμα μάζας m αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h . Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να σχεδιαστούν στους ίδιους άξονες ενέργεια - ύψος, η κινητική, η δυναμική και η ολική ενέργεια του σώματος κατά την πτώση του.

*21. Ένα μεταλλικό σφαιρίδιο κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω μέσα σ' ένα υγρό έχοντας, λόγω της αντίστασης του υγρού, σταθερή ταχύτητα $v = 0,05\text{m/s}$. Αν $g = 10\text{m/s}^2$ και το σφαιρίδιο έχει μάζα $0,02\text{kg}$, η ενέργεια που χάνει μέσα στο υγρό σε κάθε δευτερόλεπτο νομίζετε ότι είναι

A. $0,025\text{mJ}$.

B. $1,3\text{mJ}$.

Γ. 10mJ .

Δ. $8,2\text{mJ}$.

13. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις:

Α. Η ταχύτητα και η κινητική ενέργεια ενός σώματος που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, αναλύονται σε δύο συνιστώσες η κάθε μία. Λ

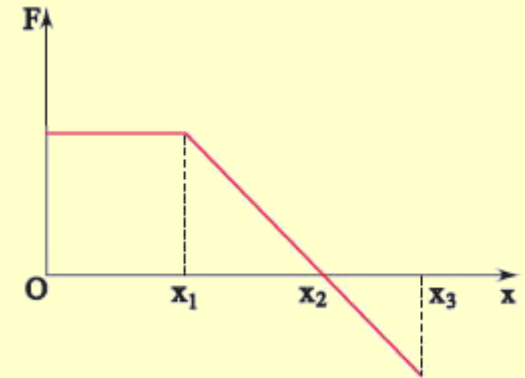
Β. Η ταχύτητα ενός σώματος μπορεί να μεταβάλλεται, αν το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν. Σ

Γ. Αν η ταχύτητα ενός σώματος διπλασιαστεί, θα διπλασιαστεί και η κινητική του ενέργεια. Λ

Δ. Η κινητική ενέργεια ενός συστήματος σωμάτων, είναι ίση με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σωμάτων του συστήματος. Σ

Ε. Αν ένα σώμα αφεθεί να κινηθεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο μόνο με την επίδραση του βάρους του, τότε: Το έργο του βάρους, είναι ίσο με την ελάττωση της δυναμικής ενέργειας η οποία είναι ισόποση με την αύξηση της κινητικής του ενέργειας. Σ

***18.** Ένα σώμα είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο σώμα οριζόντια δύναμη, που η τιμή της μεταβάλλεται, όπως φαίνεται στη γραφική παράσταση. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

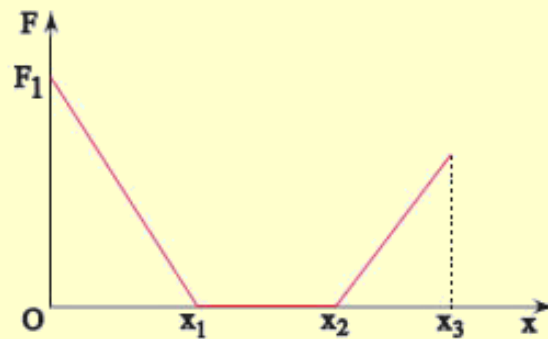


- A. Από 0 έως x_1 η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται. Σ
- B. Από x_1 έως x_2 η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται. Σ
- Γ. Από 0 έως x_1 στο σώμα προσφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης με σταθερό ρυθμό. Λ
- Δ. Από x_1 έως x_2 η κινητική ενέργεια του σώματος ελαττώνεται. Λ

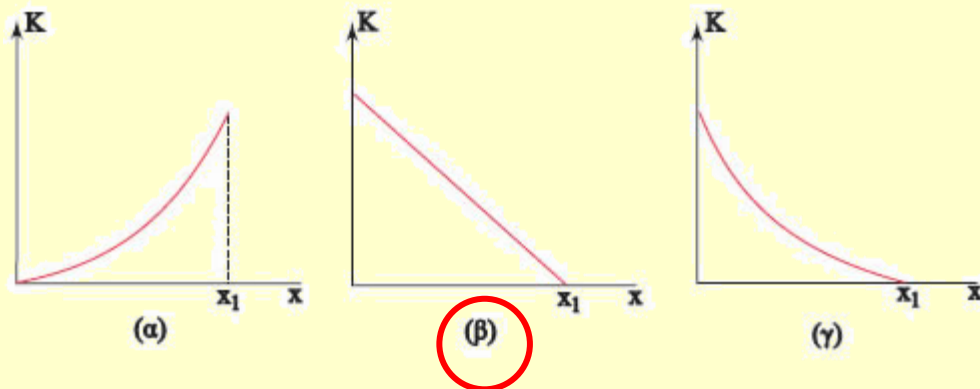
25. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος;

- A. Ένα αντικείμενο που είναι ακίνητο δεν μπορεί να έχει ενέργεια. Λ
- Γ. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι το μόνο είδος δυναμικής ενέργειας που εμφανίζεται στη φύση. Λ
- Δ. Ένα αντικείμενο το οποίο δεν κινείται μπορεί να έχει δυναμική ενέργεια. Σ

***19.** Σ' ένα σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη που η τιμή της μεταβάλλεται όπως φαίνεται στη γραφική παράσταση. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή ή σωστές και γιατί.



- A. Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι μέγιστη στη θέση x_3 . **Σ**
- B. Από τη θέση O έως τη θέση x_1 , η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται. **Σ**
- Γ. Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση x_1 είναι $F_1 x_1$. **Λ**
- Δ. Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση x_1 είναι μικρότερη από την κινητική του ενέργεια στη θέση x_2 . **Λ**



24. Ένα σώμα ρίχνεται με οριζόντια ταχύτητα u_0 πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ . Ποιο από τα παραπάνω διαγράμματα παριστάνει την κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με τη μετατόπισή του;

26. Αν ένα αντικείμενο αφεθεί να πέσει ελεύθερα η βαρυτική δυναμική του ενέργεια μετατρέπεται

- A. ακαριαία σε κινητική ενέργεια.
- ☒ B. σταδιακά σε κινητική ενέργεια.
- Γ. κατά ένα μέρος σε κινητική ενέργεια.
- Δ. τίποτα από τα παραπάνω.

Ποια από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστή;

Ασκήσεις από το βιβλίο

(από σελ. 251)

2. Ένα σώμα μάζας $m = 10\text{kg}$ συγκρατείται σε ύψος $h = 20\text{m}$ από το έδαφος.

A. Πόση είναι η δυναμική ενέργεια του σώματος, στο ύψος h ;

B. Αν αφήσουμε το σώμα ελεύθερο να πέσει, να παραστήσετε γραφικά τη δυναμική του ενέργεια σε συνάρτηση με το ύψος του από το έδαφος.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

3. Ένα αυτοκίνητο μάζας $m = 1.000\text{kg}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα 15m/s . Αν ο οδηγός εφαρμόσει τα φρένα, στο αυτοκίνητο αναπτύσσεται μια δύναμη τριβής ίση με 7.500N . Να βρεθεί σε πόση απόσταση θα σταματήσει το αυτοκίνητο.

4. Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h = 20\text{m}$. Με τι ταχύτητα φτάνει το σώμα στο έδαφος; Τι ενέργεια είχε το σώμα σε ύψος h και σε ποια μορφή μετατρέπεται τελικά αυτή;

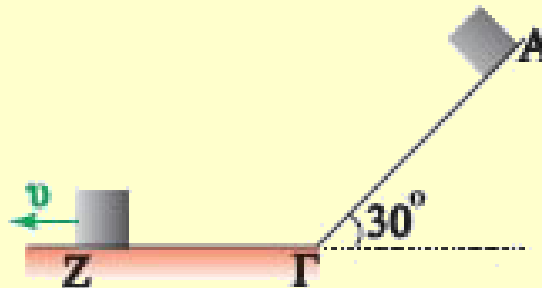
Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

5. Ένας γερανός ανεβάζει με σταθερή ταχύτητα ένα κιβώτιο μάζας 2.000kg σε ύψος $h = 60\text{m}$. Αν η ανύψωση ολοκληρώθηκε σε χρόνο $t = 2\text{min}$, να βρείτε την ισχύ που απέδωσε ο γερανός.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

6. Ένα σώμα αφήνεται να κινηθεί κατά μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου. Το σώμα μετά από τη διαδρομή $ΑΓ$ εισέρχεται στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Αν είναι $ΑΓ = ΓΖ = 6\text{m}$, να βρείτε την ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα στο σημείο $Ζ$.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.



8. Μια μπάλα έχει μάζα $m = 2\text{kg}$ και αφήνεται από ύψος $h_1 = 20\text{m}$. Μόλις η μπάλα συγκρουστεί με το δάπεδο αναπηδά σε ύψος $h_2 = 18\text{m}$. Να βρείτε το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας της μπάλας που μετατράπηκε σε θερμότητα λόγω της σύγκρουσής της με το δάπεδο. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

9. Ένας μαθητής σπρώχνει ένα κιβώτιο μάζας $m = 100\text{kg}$ πάνω σ' έναν οριζόντιο δρόμο με τον οποίο το κιβώτιο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Πόση ενέργεια προσφέρει ο μαθητής στο κιβώτιο, αν το μετατοπίσει με σταθερή ταχύτητα κατά 10m ; Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

13. Ένας μαθητής πετάει μια πέτρα κατακόρυφα προς τα επάνω και το μέγιστο ύψος, που φτάνει αυτή είναι $h = 40\text{m}$.

Α. Σε ποιο ύψος η κινητική ενέργεια της πέτρας είναι η μισή της αρχικής της;

***17.** Μια μπάλα έχει μάζα $m = 1\text{kg}$ και αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $H = 20\text{m}$.

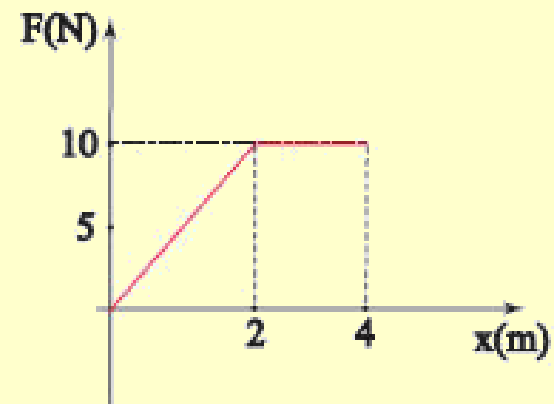
A. Με πόση ταχύτητα φτάνει η μπάλα στο έδαφος;

B. Η ελάττωση της δυναμικής ενέργειας της μπάλας δίνεται όπως γνωρίζουμε από το έργο του βάρους. Να εκφράσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε το αντίστοιχο διάγραμμα.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

18. Ένα κιβώτιο μάζας $m = 2\text{kg}$ είναι ακίνητο, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Υποθέστε ότι στο κιβώτιο ασκούμε οριζόντια δύναμη, που η τιμή της μεταβάλλεται όπως φαίνεται στην εικόνα.

Πόση είναι η ταχύτητα του κιβωτίου όταν η μετατόπιση του είναι 4m ;



Εφαρμογές Ερωτήσεις - Ασκήσεις

1. Σώμα μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω από ύψος 10m , με αρχική ταχύτητα 10m/s . Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το σώμα από το έδαφος είναι

- α. 15m . β. 20m . γ. 25m . δ. 40m .

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

2. Ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη μεταφορική κίνηση με ταχύτητα μέτρου v . Τότε,

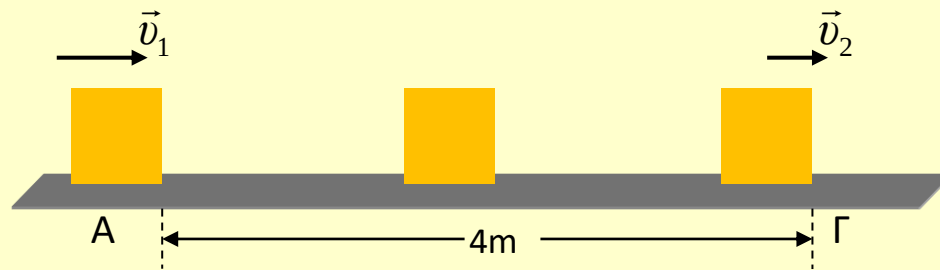
α. αν η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη, η κινητική ενέργεια του σώματος θα είναι αρνητική.

β. αν η ταχύτητα είναι αρνητική, η κινητική ενέργεια του σώματος θα είναι αρνητική.

γ. το σώμα θα έχει κινητική ενέργεια που θα είναι πάντοτε θετική.

δ. αν η ταχύτητα αυξάνεται η κινητική ενέργεια θα είναι θετική, ενώ αν η ταχύτητα μειώνεται η κινητική ενέργεια θα είναι αρνητική.

3. Σ' ένα σώμα μάζας $m = 4\text{kg}$ το οποίο κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα $v_1 = 2\text{m/s}$, αρχίζει να ασκείται τη στιγμή $t=0$ οριζόντια δύναμη $F=10\text{N}$, με κατεύθυνση εκείνη της $\vec{v}_1$. Να βρείτε την κινητική ενέργεια του σώματος αρχικά και την κινητική του ενέργεια μετά από μετατόπιση κατά 5m από στιγμή που άρχισε να ασκείται η $\vec{F}$.



4. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο δάπεδο και στη θέση Α έχει κινητική ενέργεια 80J . Να βρείτε την κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση Γ, όταν η μόνη οριζόντια δύναμη που δέχεται το σώμα είναι η δύναμη της τριβής από το δάπεδο, μέτρου 5N . Η απόσταση του Γ από το Α είναι 4m .