Ορμή – Διατήρηση Ορμής – Κρούση

Ερωτήσεις Θεωρίας

1.

Τέσσερα σώματα Α, Β, Γ, Δ έχουν μάζες 1/2 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg αντίστοιχα. Τα σώματα κινούνται ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβή.

Το Α κινείται προς τα δυτικά με ταχύτητα 4 m/s.

Το Β κινείται προς το βορρά με ταχύτητα 2 m/s.

Το Γ κινείται ανατολικά με ταχύτητα 1m/s.

Το Δ κινείται προς το νότο με ταχύτητα 1 m/s.

Α) Να μεταφέρετε στο απαντητικό σας φύλλο τον αριθμό του θέματος, τον αριθμό της παρακάτω πρότασης και δίπλα το γράμμα Σ αν είναι σωστή ή το γράμμα Λ αν είναι λανθασμένη.

α. Οι ορμές των Α και Γ είναι ίσες.

β. Οι ορμές των Β και Δ είναι αντίθετες.

γ. Το Α είναι το γρηγορότερο σώμα.

δ. Το Α έχει τη μικρότερη ορμή.

Β) Ποιο από τα σώματα είναι ευκολότερο να σταματήσει;

Γ) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (Β).

$$p_A = \frac{1}{2}Kg.4\,{}^{m}/_{s} \Rightarrow \boldsymbol{p_A = 2Kg\,{}^{m}/_{s}}$$

$$p_B = 2Kg.2\,{}^{m}/_{s} \Rightarrow \boldsymbol{p_B = 4Kg\,{}^{m}/_{s}}$$

$$p_\Gamma = 1Kg.3\,{}^{m}/_{s} \Rightarrow \boldsymbol{p_\Gamma = 3Kg\,{}^{m}/_{s}}$$

$$p_\Delta = 1Kg.4\,{}^{m}/_{s} \Rightarrow \boldsymbol{p_B = 4Kg\,{}^{m}/_{s}}$$

1.

Τέσσερα σώματα Α, Β, Γ, Δ έχουν μάζες 1/2 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg αντίστοιχα. Τα σώματα κινούνται ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβή.

Το Α κινείται προς τα δυτικά με ταχύτητα 4 m/s.

Το Β κινείται προς το βορρά με ταχύτητα 2 m/s.

Το Γ κινείται ανατολικά με ταχύτητα 1m/s.

Το Δ κινείται προς το νότο με ταχύτητα 1 m/s.

Α) Να μεταφέρετε στο απαντητικό σας φύλλο τον αριθμό του θέματος, τον αριθμό της παρακάτω πρότασης και δίπλα το γράμμα Σ αν είναι σωστή ή το γράμμα Λ αν είναι λανθασμένη.

α. Οι ορμές των Α και Γ είναι ίσες. **Λ**

β. Οι ορμές των Β και Δ είναι αντίθετες. **Σ**

γ. Το Α είναι το γρηγορότερο σώμα. **Σ**

δ. Το Α έχει τη μικρότερη ορμή. **Σ**

Β) Ποιο από τα σώματα είναι ευκολότερο να σταματήσει; **Το Α**

Γ) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (Β). **Το Α έχει την μικρότερη ορμή**

2.

Για τα δεδομένα της παρακάτω κρούσης:

α. Διατηρείται και η ορμή και η μηχανική ενέργεια.

β. Διατηρείται η ορμή αλλά όχι η μηχανική ενέργεια.

γ. Δε διατηρείται η ορμή αλλά διατηρείται η μηχανική ενέργεια.

Α) Να επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

$p_{ολ,αρχ}$= m. 3u − m. u=***2m.u***

$p_{ολ,τελ}$=m.u+m.u=***2m.u***

Άρα $\vec{P}_{ολ,αρχ} = \vec{P}_{ολ,τελ}$ δηλ. η ***ορμή διατηρείται***

$E_{μηχ,αρχ} = K_{αρχ} + U_{αρχ} = \frac{1}{2}m.9u^2 + \frac{1}{2}m.u^2 + U_{αρχ} = \mathbf{5m.u^2 + U_{αρχ}}$

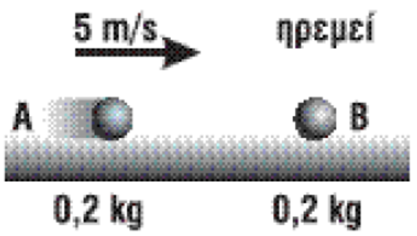
$E_{μηχ,τελ} = K_{τελ} + U_{τελ} = \frac{1}{2}m.u^2 + \frac{1}{2}m.u^2 + U_{τελ} = \mathbf{m.u^2 + U_{τελ}}$

Άρα η ***Μηχανική Ενέργεια ΔΕΝ διατηρείται***

Σωστή η **β**

3.

Στο διπλανό σχήμα τα σώματα βρίσκονται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μετά την κρούση τα σώματα κινούνται προς τα δεξιά, το Α με ταχύτητα 2m/s και το Β με ταχύτητα 3 m/s.



Α) Να επιλέξετε το συνδυασμό από τον παρακάτω πίνακα που ισχύει για την κρούση,

	Ολική Κινητική Ενέργεια	Ολική ορμή
1	Διατηρείται	Ελαττώνεται
2	Ελαττώνεται	Διατηρείται
3	Διατηρείται	Διατηρείται

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

$$p_{ολ,αρχ} = 0{,}2Kg.5\,{}^{m}/_{s} \Rightarrow \boldsymbol{p_{ολ.αρχ.} = 1Kg\,{}^{m}/_{s}}\ ,$$

$$K_{ολ,αρχ} = \frac{1}{2}0{,}2Kg.(5\,{}^{m}/_{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_{ολ,αρχ} = 2,5J}$$

$$p_{ολ,τελ} = 0{,}2Kg.2\,{}^{m}/_{s} + 0{,}2Kg.3\,{}^{m}/_{s} \Rightarrow \boldsymbol{p_{ολ.τελ.} = 1Kg\,{}^{m}/_{s}}$$

$$K_{ολ,τελ} = \frac{1}{2}0{,}2Kg.(2\,{}^{m}/_{s})^2 + \frac{1}{2}0{,}2Kg.(3\,{}^{m}/_{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_{ολ,τελ} = 1,3J}$$

4.

Σώμα μάζας m το οποίο έχει κινητική ενέργεια K κινείται, χωρίς τριβές, στην ίδια ευθεία που βρίσκεται σώμα μάζας $3 \cdot m$. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση παραμένει ακίνητο. Η κινητική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική κατά τη κρούση είναι:

α. K β. $4 \cdot K/3$ γ. $2 \cdot K$

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Κατά την κρούση διατηρείται η ορμή, άρα:

$$\vec{P}_{ολ,αρχ} = \vec{P}_{ολ,τελ} \Rightarrow m.u + 3m.V = 0 \Rightarrow \boldsymbol{V = -\frac{u}{3}}$$

Δηλαδή το σώμα μάζας **3m** κινιόταν πριν την κρούση **αντίθετα** από το σώμα μάζας **m** και με ταχύτητα μέτρου $\boldsymbol{\frac{u}{3}}$

Άρα η **Κινητική Ενέργεια** που μετατράπηκε σε **Θερμότητα** κατά την κρούση είναι:

$$ΔΚ = \left|Κ_{τελ} - Κ_{αρχ}\right| = \left|0 - \frac{1}{2}m.u^2 - \frac{1}{2}3m.(-\frac{u}{3})^2\right|$$

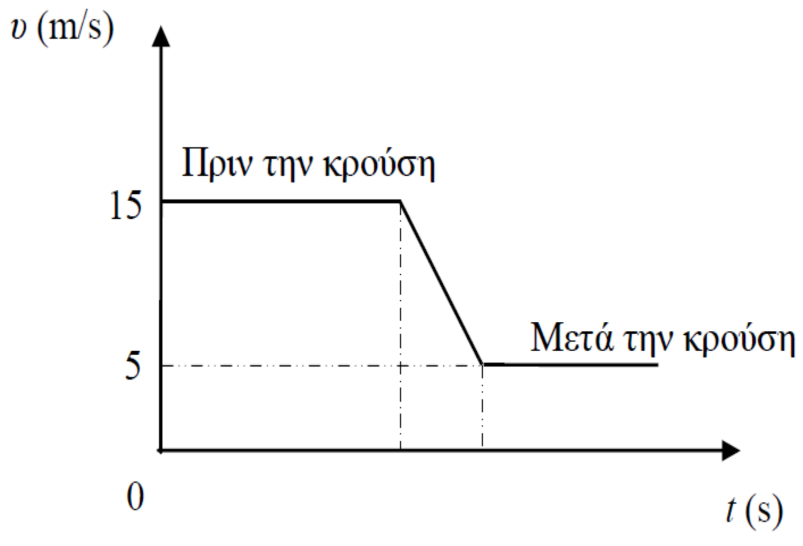
$$ΔΚ = \frac{1}{2}m.u^2 + \frac{1}{2}\frac{m.u^2}{3} = \frac{4}{3}\ (\frac{1}{2}m.u^2)$$

$$\boldsymbol{ΔΚ = \frac{4}{3}\ K}$$

Σωστή η (β)

5.

Στο διπλανό διάγραμμα παρουσιάζεται η ταχύτητα ενός σώματος μάζας $m = 100$ g λόγω σύγκρουσης με δεύτερο σώμα. Η σύγκρουση διαρκεί χρονικό διάστημα 1 s και εξαιτίας της, το σώμα επιβραδύνεται. Τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την σύγκρουση. Θεωρήστε ότι η δύναμη που δέχθηκε γι’ αυτό το χρονικό διάστημα το σώμα είναι σταθερή.

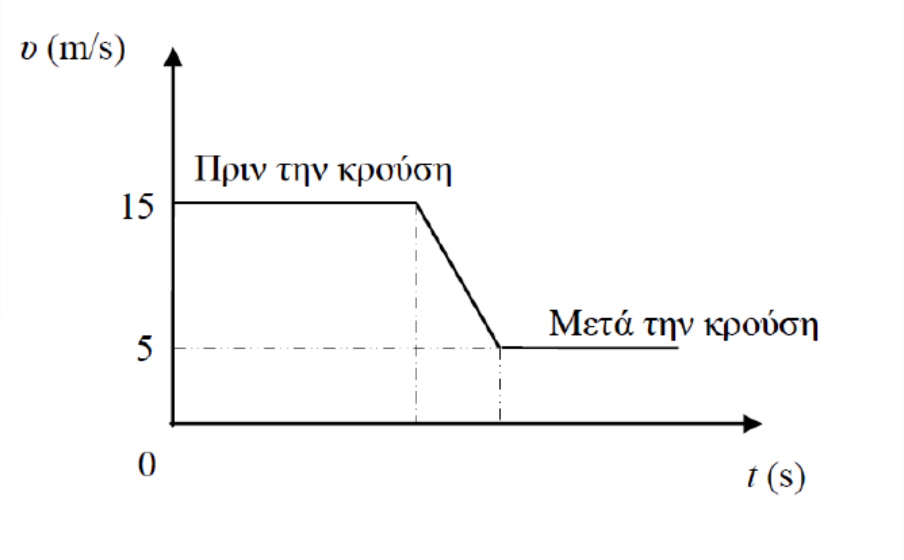


Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα κατά την κρούση είναι:

α.1N β.5 N γ.15 N

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.



$$|\boldsymbol{F}| = \left|\frac{\boldsymbol{\Delta p}}{\boldsymbol{\Delta t}}\right| = \left|\frac{p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi}}{\Delta \mathrm{t}}\right| = \left|\frac{0{,}1\mathrm{kg}.\,5\,{}^{m}/_{s} - 0{,}1\mathrm{kg}.\,15\,{}^{m}/_{s}}{1s}\right|$$

$$|F| = \left|\frac{0{,}5Kg.{}^{m}/_{s} - 1{,}5Kg.{}^{m}/_{s}}{1s}\right|$$

$$|\boldsymbol{F}| = \boldsymbol{1N}$$

Σωστή η (α)

6. Ένας δύτης με μάζα 64 kg κολυμπάει με ταχύτητα 0,5 m/s και ρίχνει μια τρίαινα μάζας 2 kg με ταχύτητα 15 m/s στην ίδια κατεύθυνση με την αρχική ταχύτητά κίνησής του, ενώ προσπαθεί να πιάσει ένα ψάρι. Αυτή του η κίνηση τι αποτέλεσμα έχει στην ταχύτητα του;

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

α) μειώνεται η ταχύτητα του δύτη;

β) ακινητοποιείται ο δύτης;

γ) αρχίζει ο δύτης να κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση;

Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Διατηρείται η ορμή, άρα:

$$\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{ολ,αρχ}} = \vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{ολ,τελ}} \Rightarrow (64+2)Kg.0{,}5\,{}^{m}/_{s} = 64Kg.V + 2Kg.15\,{}^{m}/_{s}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V} = \frac{66Kg.0{,}5\,{}^{m}/_{s} - 30Kg\,{}^{m}/_{s}}{64Kg}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V} = \boldsymbol{0{,}05}\,{}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

7.

Α) Συμπληρώστε ένα Ναι / Όχι εντός του πλαισίου, ανάλογα με το αν θεωρείτε ότι το εκάστοτε σύστημα είναι μονωμένο ή όχι.

ΝΑΙ ένα κανόνι το οποίο βάλλει ένα βλήμα κατακόρυφα προς τα πάνω, για όσο χρονικό διάστημα το βλήμα κινείται μέσα στο κανόνι.

0ΧΙ η ηλεκτρική σκούπα όταν «ρουφάει» τη σκόνη κατά μήκος ενός χαλιού.

ΝΑΙ δύο αμαξίδια που αιωρούνται σε έναν αεροδιάδρομο εν λειτουργία και συγκρούονται κινούμενα οριζόντια.

Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

8.

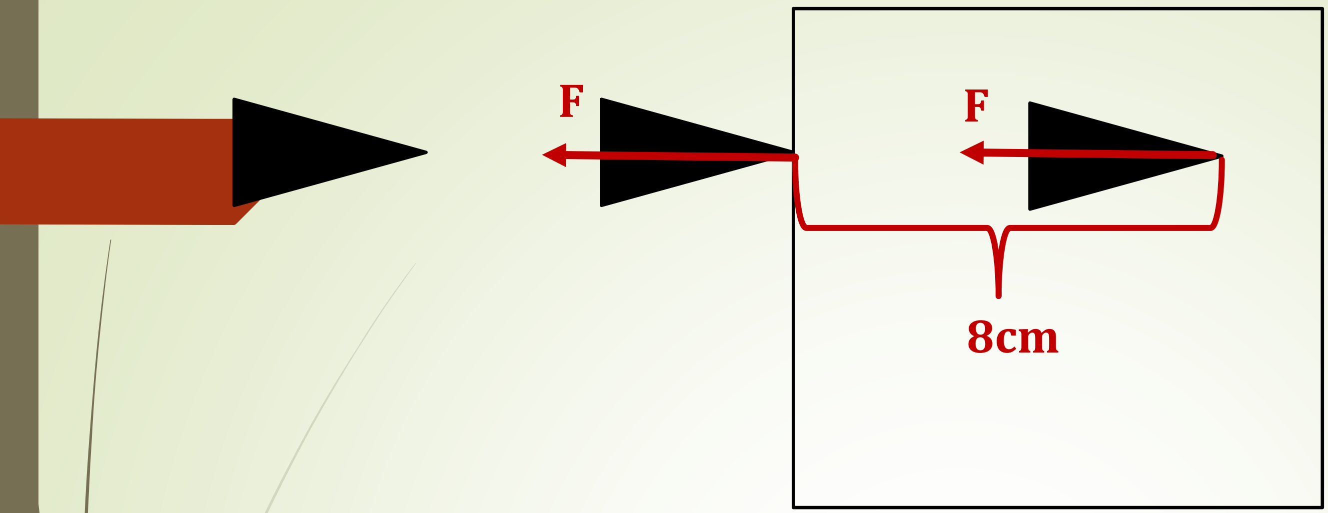
Ένα βλήμα με μάζα 0,05 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα 800 m/s μέχρι τη στιγμή που σφηνώνεται σε τοίχο. Πριν ακινητοποιηθεί το βλήμα διανύει απόσταση 8 cm μέσα στον τοίχο.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αν η αντίσταση του τοίχου θεωρηθεί σταθερή δύναμη, το βλήμα θα ακινητοποιηθεί μετά από:

α. $t = 2 \cdot 10^{-2}$ s β. $t = 2 \cdot 10^{-3}$ s γ. $t = 2 \cdot 10^{-4}$ s

B) Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.



$$|\boldsymbol{F}| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = \left|\frac{p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}\right| = \left|\frac{0 - 0{,}05\text{kg}.800\,{}^{m}/_{s}}{\Delta t}\right| \quad \textbf{(1)}$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}0{,}05.\,800^2 = -\text{F}.\,0{,}08$$

$$\Rightarrow \text{F} = \frac{16000}{0{,}08}N \Rightarrow \boldsymbol{F = 2.\,10^5 N} \;\; (\mathbf{2})$$

Από **(1)** και **(2)**: $\Delta t = \frac{40}{2.10^5}\text{s} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta t = 2.\,10^{-4} s}$

Σωστή η (γ)

9.

« Ένας αθλητής καλαθοσφαίρισης (basketball) πατάει γερά και σηκώνεται αφήνοντας τη μπάλα στο καλάθι».

Να εξηγήσετε αν παραβιάζεται ή όχι η «αρχή διατήρησης της ορμής» για το σύστημα γη-αθλητής κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

10.

Ένα μπαλάκι μάζας m προσκρούει κάθετα σε οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2. Η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης είναι Δt.

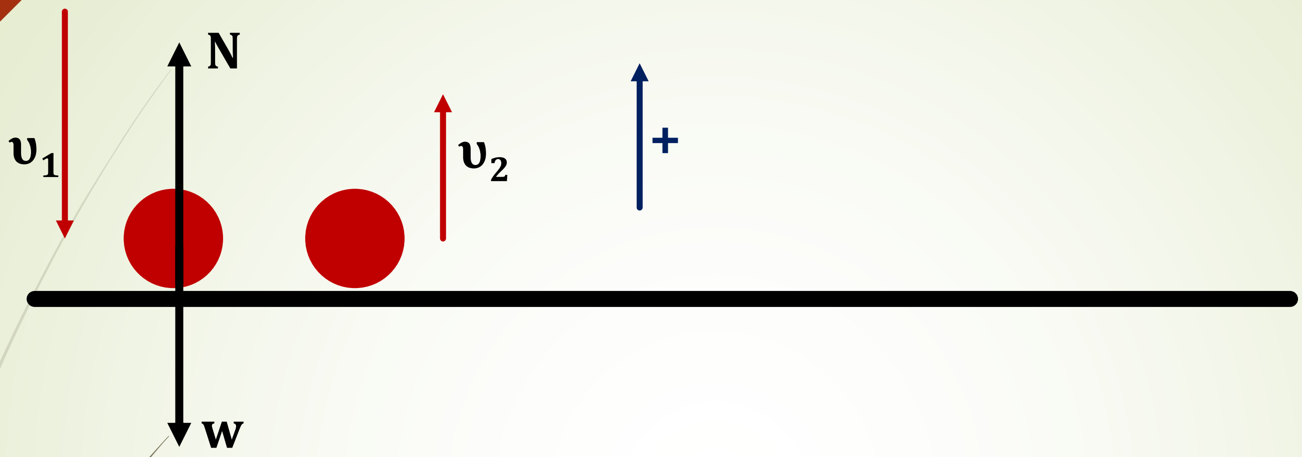
Α) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης από το πάτωμα στο μπαλάκι είναι:

α. $N = \dfrac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$ β. $N = \dfrac{m(\upsilon_1-\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$ γ. $N = \dfrac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} - mg$

Β) Να αιτιολογήσετετην επιλογή σας.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow N - m.g = \frac{m.\upsilon_2 - (-m.\upsilon_1)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{N = \frac{m.(\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} + m.g}$$

Σωστή η (α)

11.

Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας M . Βλήμα μάζας $m = \frac{M}{100}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_1, χτυπά το σώμα με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Το βλήμα εξέρχεται από το σώμα οριζόντια με ταχύτητα $\frac{\upsilon_1}{10}$.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αν τα μέτρα της μεταβολής της ορμής του βλήματος και του σώματος είναι Δp_1 και Δp_2 αντίστοιχα τότε:

α) $\Delta p_1 = \frac{9}{1000} \Delta p_2$ β) $\Delta p_1 = \Delta p_2$ γ) $\Delta p_1 = \frac{1000}{9} \Delta p_2$

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

12.

Να εξηγήσετε με τη βοήθεια της γενικής έκφρασης του 2ου νόμου του Newton $\sum \vec{F} = \frac{\vec{\Delta p}}{\Delta t}$,

γιατί η χρήση της ζώνης ασφαλείας από τους οδηγούς σε συνδυασμό με την τεχνολογία των αερόσακων, μείωσαν εντυπωσιακά τα θανατηφόρα δυστυχήματα σε μετωπικές συγκρούσεις οχημάτων.

13.

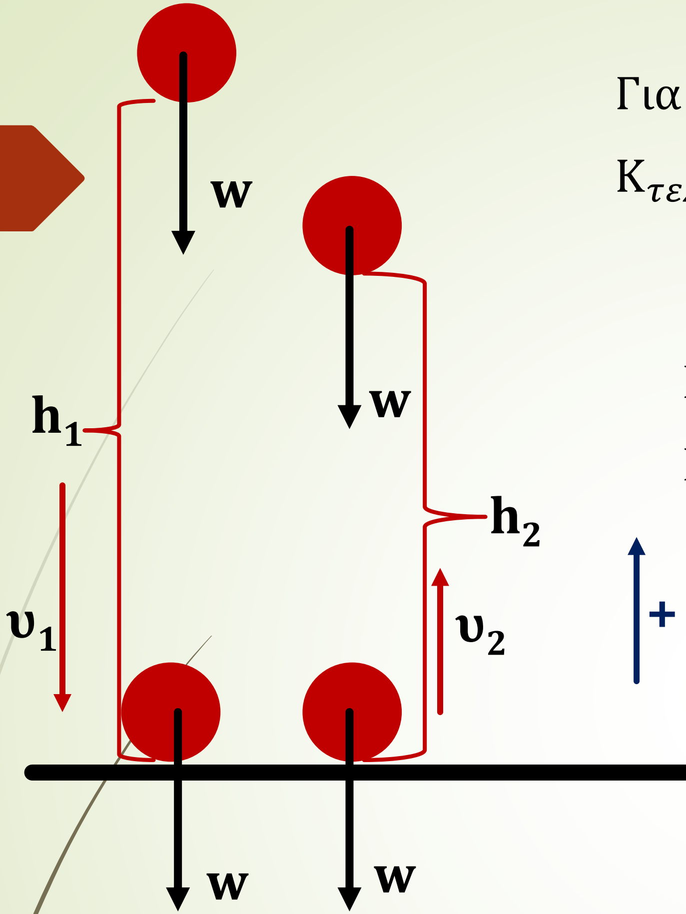
Ένα μπαλάκι μάζας m αφήνεται να πέσει από ύψος h_1 από την επιφάνεια του εδάφους. Αφού χτυπήσει στο έδαφος αναπηδά κατακόρυφα και φτάνει σε ύψος h_2 από την επιφάνεια του εδάφους. Η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης είναι Δt.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μπαλάκι κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης είναι :

α. $\Sigma F = m\dfrac{\sqrt{2gh_2}-\sqrt{2gh_1}}{\Delta t}$ β. $\Sigma F = m\dfrac{\sqrt{2gh_2}+\sqrt{2gh_1}}{\Delta t}$ γ. $\Sigma F = m\dfrac{\sqrt{2gh_1}-\sqrt{2gh_2}}{\Delta t}$

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.



Για την κάθοδο:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = mgh_1 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon_1^2 - 0 = \cancel{m}g\, h_1$$

$$\Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2g\, h_1}$$

Για την άνοδο:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = -mgh_2 \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon_2^2 = -\cancel{m}g\, h_2$$

$$\Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2g\, h_2}$$

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Sigma F = \frac{m.\upsilon_2 - (-m.\upsilon_1)}{\Delta t} = \frac{m.\upsilon_2 + m.\upsilon_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\Sigma F = \frac{m(\sqrt{2g.h_2} + \sqrt{2g.h_1})}{\Delta t}}$$

Σωστή η (β)

Ορμή

Διατήρηση Ορμής

Κρούση

Προβλήματα

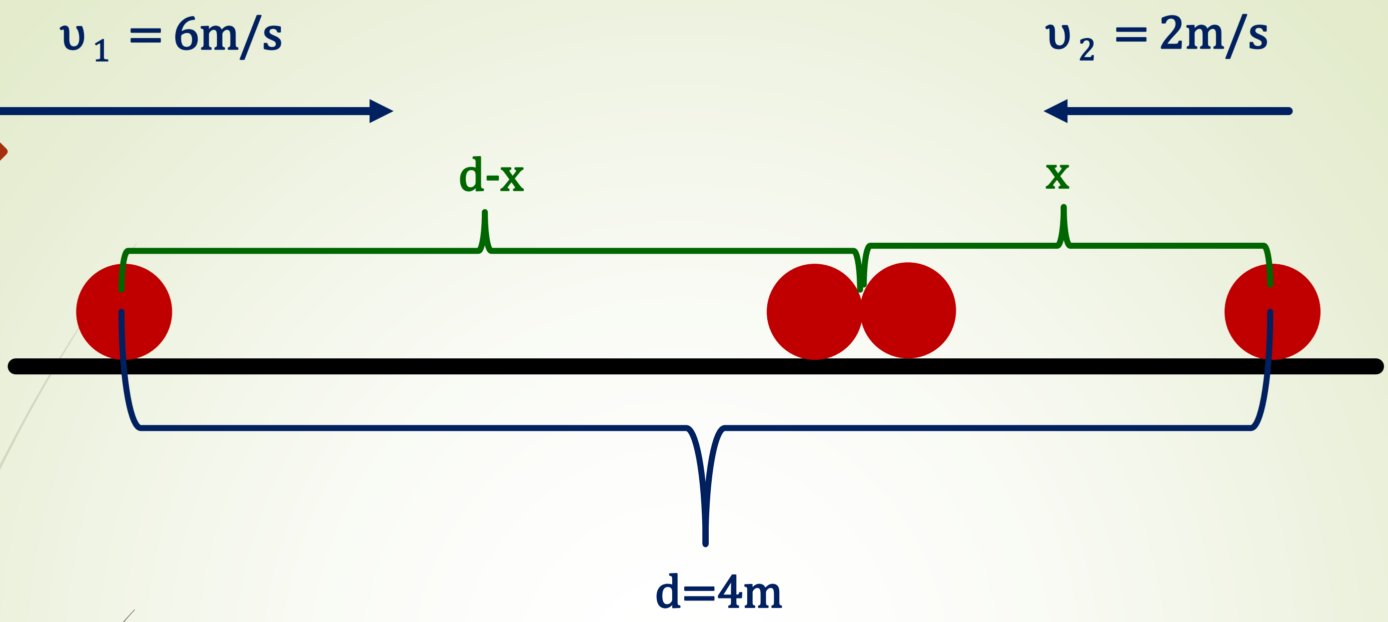
1. Δύο σφαίρες ίδιας μάζας, $m = 0{,}2$ kg, κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε αντίθετες κατευθύνσεις και με ταχύτητες μέτρων $\upsilon_1 = 6$ m s^{-1}, $\upsilon_2 = 2$ m s^{-1} αντίστοιχα, ώστε να πλησιάζουν η μια την άλλη. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι σφαίρες απέχουν μεταξύ τους 4 m. Η κρούση τους είναι πλαστική και η χρονική της διάρκεια θεωρείται αμελητέα.

Δ1) Σχεδιάστε τις σφαίρες τη χρονική στιγμή $t = 0$ και υπολογίστε τα μέτρα των ορμών τους.

Δ2) Ποια χρονική στιγμή θα γίνει η κρούση ;

Δ3) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση ;

Δ4) Σχεδιάστε (σε κοινό διάγραμμα) τις γραφικές παραστάσεις για τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών και του συσσωματάματος σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα από 0 μέχρι 1 s. Να θεωρήσετε ως θετική την αρχική φορά κίνησης της σφαίρας με ταχύτητα υ_1.



Δ1. $\boldsymbol{p_1} = \boldsymbol{m_1 v_1} \Rightarrow p_1 = 0{,}2\text{Kg}.6\,{}^{m}/_{s} \Rightarrow \boldsymbol{p_1 = 1{,}2\text{Kg}.\,{}^{m}/_{s}}$

$\boldsymbol{p_2} = \boldsymbol{m_2 v_2} \Rightarrow p_2 = 0{,}2\text{Kg}.2\,{}^{m}/_{s} \Rightarrow \boldsymbol{p_2 = 0{,}4\text{Kg}.\,{}^{m}/_{s}}$

Δ2. $\left.\begin{array}{l} \text{d-x} = v_1 t \\ \text{x} = v_2 t \end{array}\right\} \quad \text{d-}\, v_2 t = v_1 t \Rightarrow \text{d} = (v_2 + v_1)t \Rightarrow t = \frac{4m}{8\,{}^{m}/_{s}}$

Δ3.

Κατά την κρούση διατηρείται η ορμή, άρα:

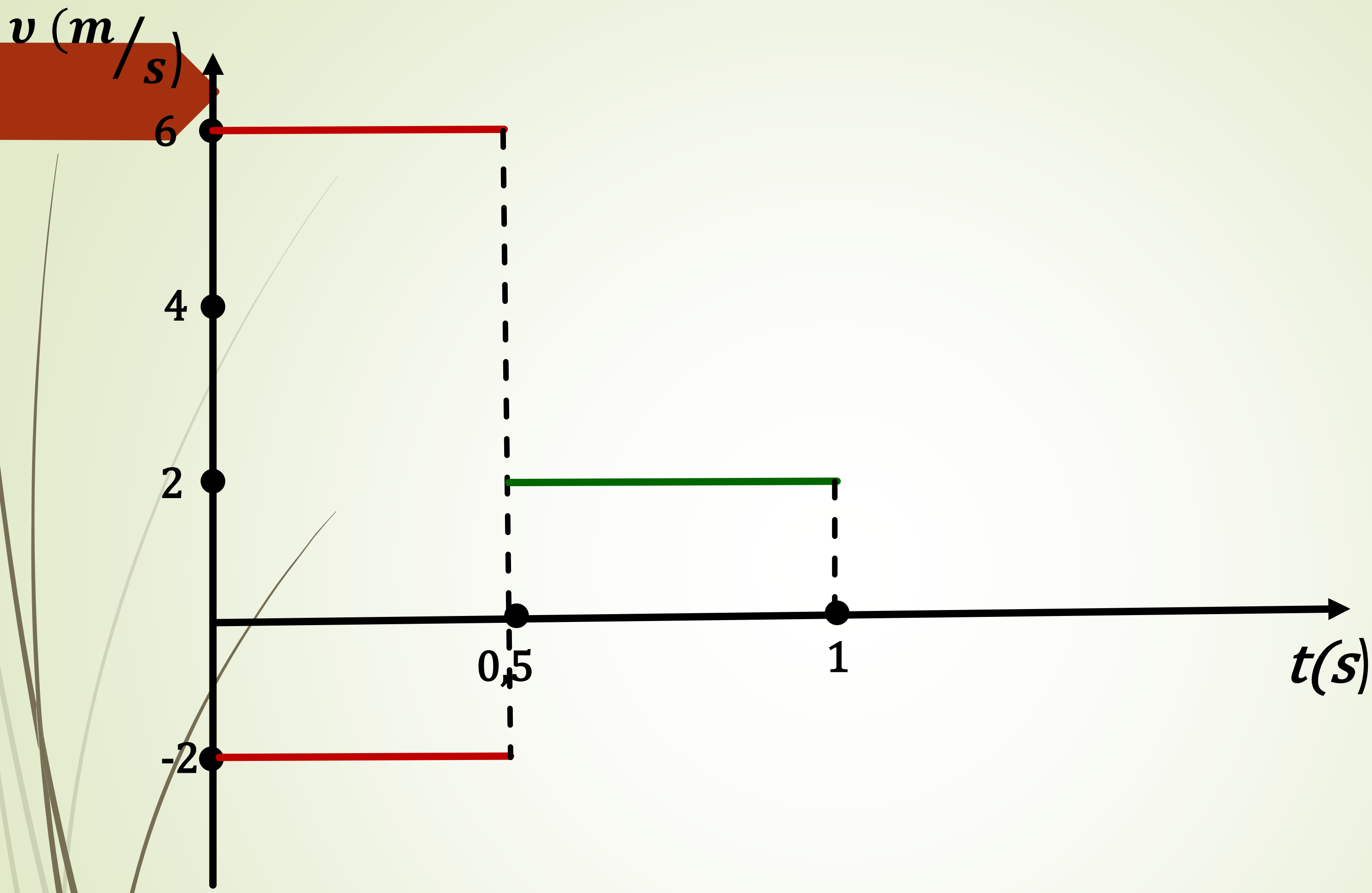
$$\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{ολ,αρχ}} = \vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{ολ,τελ}} \Rightarrow m_{\mathbf{1}}\boldsymbol{v}_{\mathbf{1}} + m_{\mathbf{2}}\boldsymbol{v}_{\mathbf{2}} = (m_{\mathbf{1}}+m_{\mathbf{2}})V$$

$$\Rightarrow 0{,}2Kg.\,6\,{}^{m}/_{s} + 0{,}2Kg.\,(-2\,{}^{m}/_{s}) = 0{,}4\mathrm{Kg}.\,V$$

$$\Rightarrow\; V = \frac{1{,}2Kg.{}^{m}/_{s} - 0{,}4Kg.{}^{m}/_{s}}{0{,}4\mathrm{Kg}}$$

$$\Rightarrow\; \boldsymbol{V = 2\,{}^{m}/_{s}}$$

Δ4.



2. Δύο σώματα με μάζες m_1 = 0,4 kg και m_2 = 0,6 kg κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,2. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά, έχοντας ακριβώς πριν τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες μέτρων υ_1 = 20 m/s και υ_2 = 5 m/s αντίστοιχα.

Δ1) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τις ορμές των δύο σωμάτων ακριβώς πριν την κρούση.

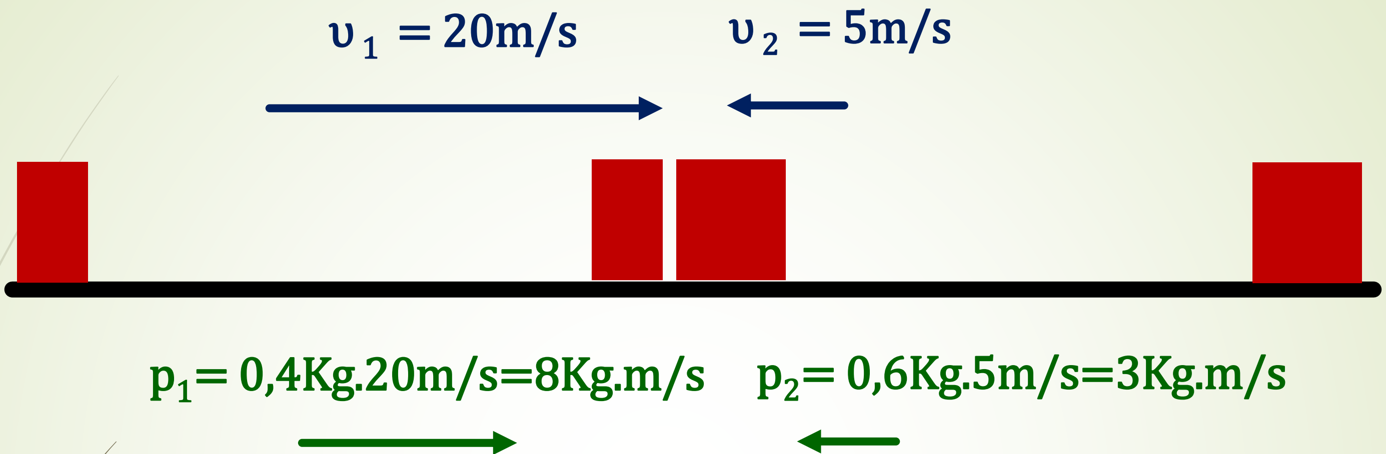
Δ2) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Δ3) Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα για το οποίο το συσσωμάτωμα θα κινηθεί μετά την κρούση.

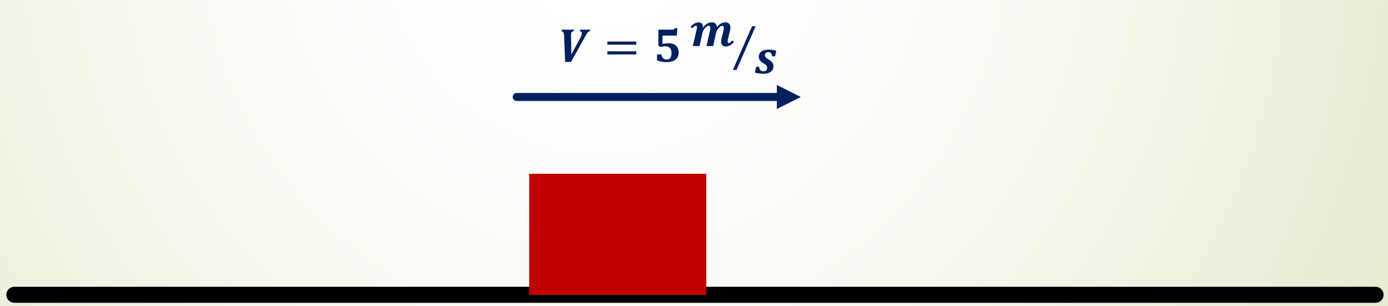
Δ4) Να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας μετά την κρούση των σωμάτων λόγω της τριβής στο τραχύ δάπεδο.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g = 10 m/s^2

Δ1.



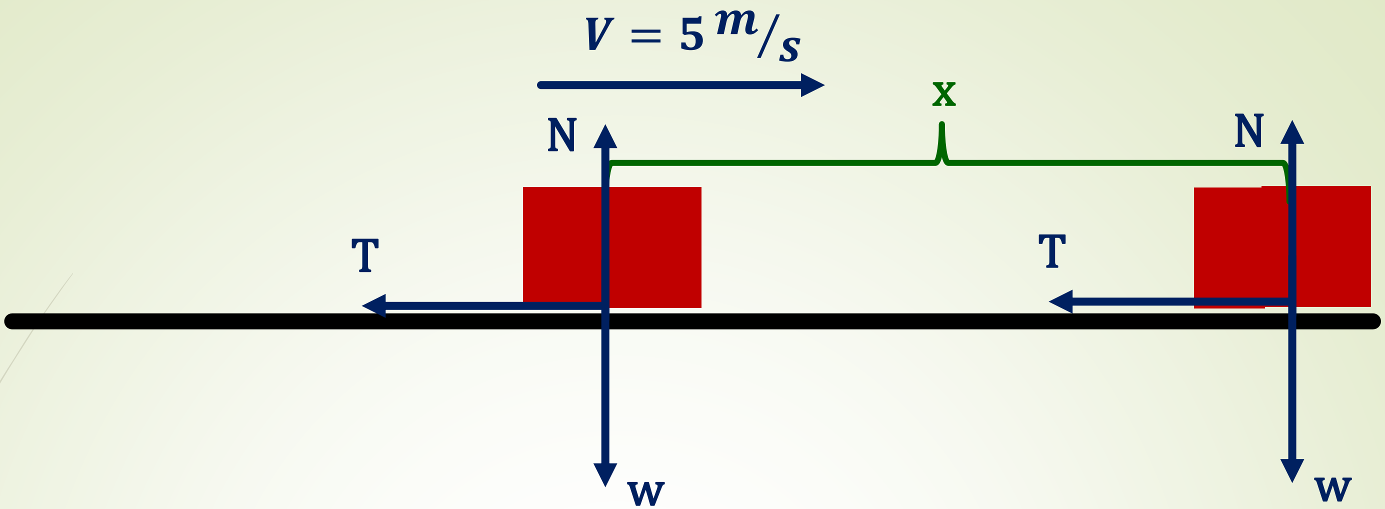
Δ2.



$$\vec{P}_{ολ,αρχ} = \vec{P}_{ολ,τελ} \Rightarrow p_1 + p_2 = (m_1+m_2)V \Rightarrow 8Kg.m/s - 3Kg.m/s = 1Kg.V$$

$$\Rightarrow 5Kg.m/s = 1Kg.V \Rightarrow V = 5\,{}^{m}/_{s}$$

Δ3.



$$N{=}W{=}m.g{=}1kg.10\,{}^{m}/_{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{N = 10N}$$

$$T{=}\mu.N \Rightarrow T = 0{,}2.10N \Rightarrow \boldsymbol{T = 2N}$$

$$T{=}m.\alpha \Rightarrow -2N = 1Kg.\alpha \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = -2\,{}^{m}/_{s^2}}$$

$$\boldsymbol{V_{\tau\varepsilon\lambda} = V_{\alpha\rho\chi} + \alpha.t} \Rightarrow 0 = 5\,{}^{m}/_{s} - 2\,{}^{m}/_{s^2}\,t \Rightarrow \boldsymbol{t = 2{,}5s}$$

Δ4.

$$Q{=}\left|\boldsymbol{K_{\tau\varepsilon\lambda}} - \boldsymbol{K_{\alpha\rho\chi}}\right| = \left|0 - \frac{1}{2}1Kg.(5\,{}^{m}/_{s})^2\right| \Rightarrow \boldsymbol{Q = 12{,}5J}$$

3. Μπαλάκι του τένις, μάζας *m,* αφήνεται να πέσει από ύψος h_1 από την επιφάνεια του εδάφους. Αφού χτυπήσει στο έδαφος αναπηδά και φτάνει σε ύψος h_2 από την επιφάνεια του εδάφους. Να υπολογίσετε :

Δ1) το μέτρο της ταχύτητας που έχει το μπαλάκι ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος,

Δ2) τη μεταβολή της ορμής του (μέτρο και κατεύθυνση) κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης του στο έδαφος.

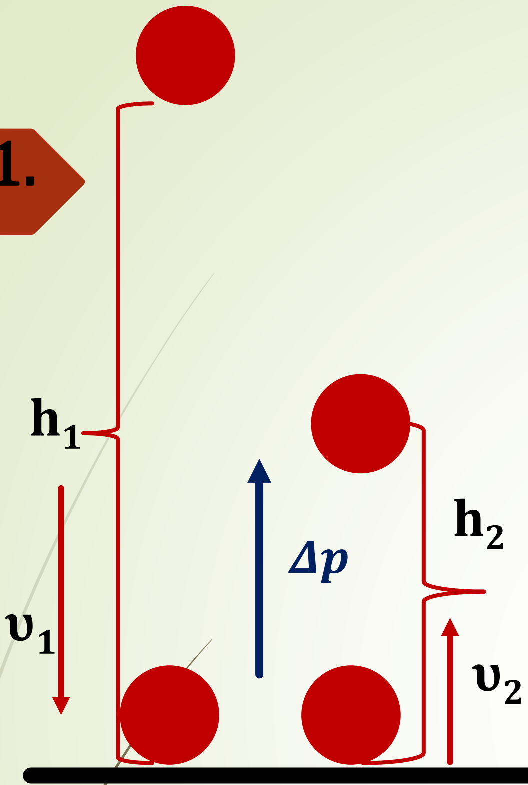
Δ3) Αν η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μπαλάκι κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης έχει μέτρο 6N να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης.

Στη συνέχεια το μπαλάκι αναπηδά στο έδαφος για δεύτερη φορά.

Δ4 Εάν γνωρίζετε ότι κατά τη διάρκεια της δεύτερης αυτής πρόσκρουσης χάνεται στο περιβάλλον το 50% της ενέργειας που είχε το μπαλάκι πριν την πρόσκρουση, να υπολογίσετε το νέο μέγιστο ύψος από το έδαφος,h_3, στο οποίο θα ανέβει.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ m/s^2$, m =100 g, h_1= 80 cm, h_2= 20 cm. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δ1.



Για την κάθοδο:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = mgh_1 \Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{m}\upsilon_1^2 - 0 = \mathrm{mg}\, h_1$$

$$\Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2\mathrm{g}\, h_1} = \sqrt{2.10\, {}^{m}/_{s^2}\, 0{,}8m}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 4\, {}^{m}/_{s}}$$

Για την άνοδο:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = -mgh_2 \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}\mathrm{m}\upsilon_2^2 = -\mathrm{mg}\, h_2$$

$$\Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2\mathrm{g}\, h_2} = \sqrt{2.10\, {}^{m}/_{s^2}\, 0{,}2m}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_2 = 2\, {}^{m}/_{s}}$$

Δ2.

$$\Delta p = m.\upsilon_2 - (-m.\upsilon_1) = m.\upsilon_2 + m.\upsilon_1 = 0{,}1Kg(4+2)m/s$$

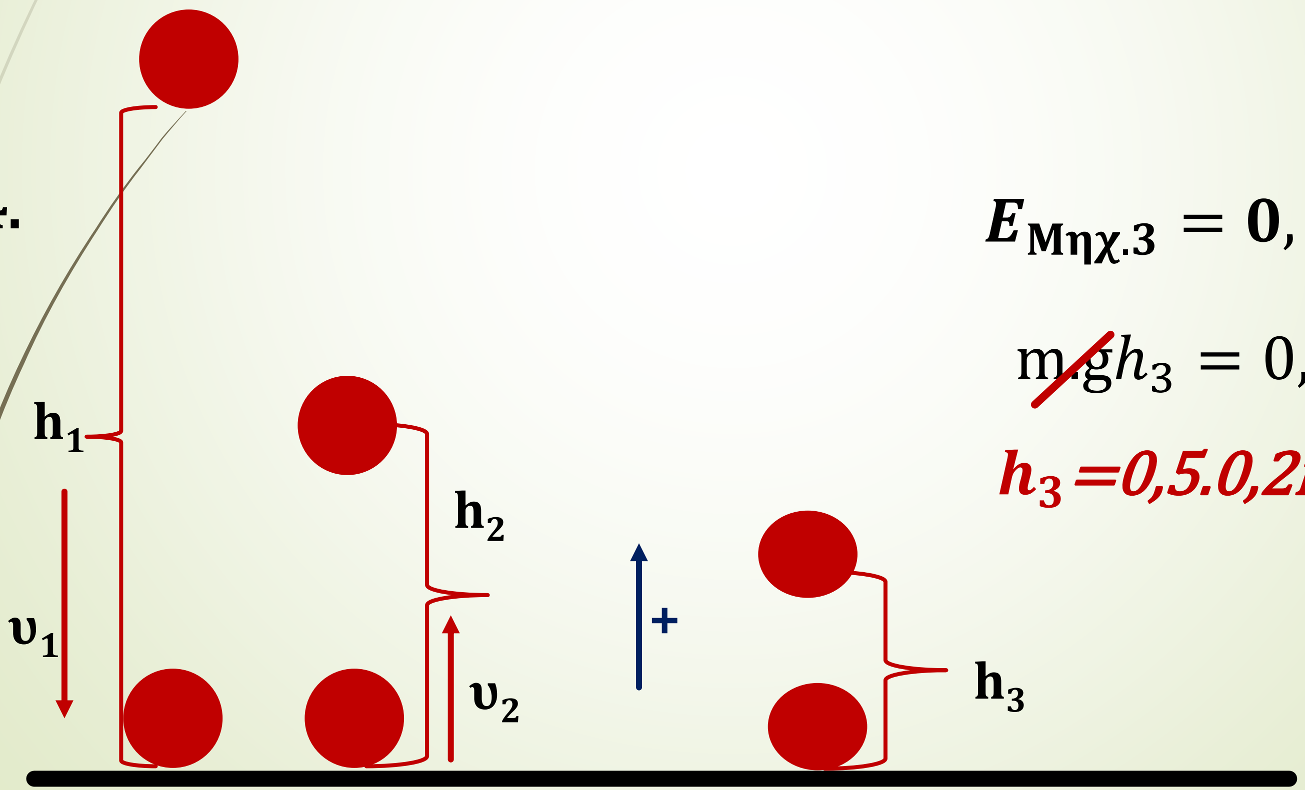
$$\boldsymbol{\Delta p = 0{,}6Kg.m/s}$$

Δ3.

$$\boldsymbol{\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta p}{\Sigma F} \Rightarrow \Delta t = \frac{0{,}6^{kg.m}/_{s}}{6N} \Rightarrow$$

$$\Delta t = 0{,}1s$$

Δ4.



$$\boldsymbol{E_{\text{Μηχ}.3} = 0{,}5 E_{\text{Μηχ}.2}}$$

$$\cancel{\mathrm{m.g}} h_3 = 0{,}5 \cancel{\mathrm{m.g}} h_2$$

$$h_3 = 0{,}5.0{,}2m = 0{,}1m$$

4.

Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο ένα μήλο μάζας $M = 200$ g. Ένα μικρό βέλος μάζας $m = 40$ g κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου, $\upsilon_1 = 10$ m/s, χτυπά το μήλο με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της διάτρησης είναι $\Delta t = 0{,}1$ s και ότι το βέλος εξέρχεται από μήλο με ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_2 = 2$ m/s, να υπολογίσετε :

Δ1) το μέτρο της ορμής του μήλου ακριβώς μετά την έξοδο του βέλους από αυτό,

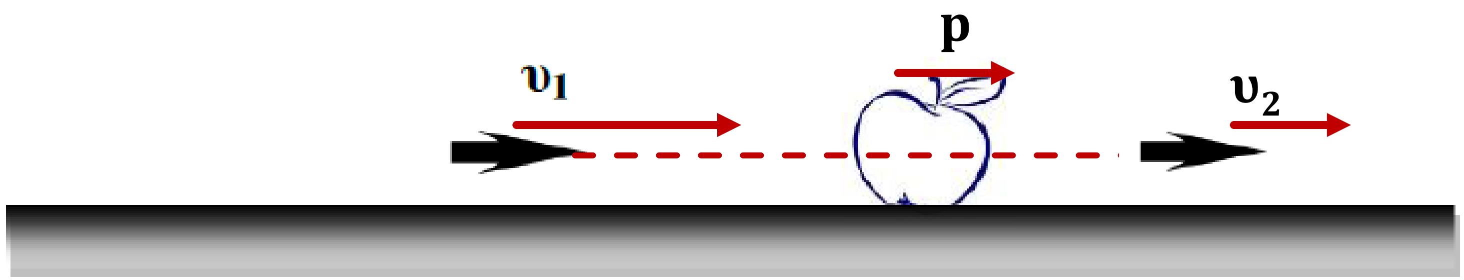
Δ2) τη μεταβολή της ορμής του βέλους εξαιτίας της διάτρησης,

Δ3) τη μέση δύναμη που ασκείται από το βέλος στο μήλο κατά τη χρονική διάρκεια της διάτρησης καθώς και τη μέση δύναμη που ασκείται από το μήλο στο βέλος στην ίδια χρονική διάρκεια,

Δ4) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βέλους που μεταφέρεται στο περιβάλλον του συστήματος μήλο-βέλος κατά τη διάρκεια της διάτρησης.

Για την επίλυση του προβλήματος θεωρήστε το βέλος αλλά και το μήλο ως υλικά σημεία..

Δ1.



$$\vec{P}_{ολ,αρχ} = \vec{P}_{ολ,τελ} \Rightarrow m.\upsilon_1 = p + m.\upsilon_2 \Rightarrow 0{,}04\text{Kg}.\,10\,{}^{m}/_{s} = p + 0{,}04\text{Kg}.\,2\,{}^{m}/_{s}$$

$$\Rightarrow p = 0{,}04\text{Kg}.\,10\,{}^{m}/_{s} - 0{,}04\text{Kg}.\,2\,{}^{m}/_{s}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{p = 0,32Kg\,{}^{m}/_{s}}$$

$$p = M.V \Rightarrow V = \frac{0{,}32Kgm/s}{0{,}2Kg} \Rightarrow \boldsymbol{V = 1,6m/s}$$

Δ2.

$$\Delta p_{\beta} = m.\upsilon_2 - m.\upsilon_1 = 0{,}04\text{Kg}.\,2\,{}^{m}/_{s} - 0{,}04\text{Kg}.\,10\,{}^{m}/_{s}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\Delta p_{\beta} = -0,32Kg\,{}^{m}/_{s}}$$

Δ3.

$$\overline{F_{\beta-\mu}} = \frac{\Delta p_{\mu}}{\Delta t} = \frac{0{,}32Kg\,{}^{m}/_{s}-0}{0{,}1s} \Rightarrow \overline{F_{\beta-\mu}}=3{,}2N$$

$$\overline{F_{\mu-\beta}} = \frac{\Delta p_{\beta}}{\Delta t} = \frac{-0{,}32Kg\,{}^{m}/_{s}}{0{,}1s} \Rightarrow \overline{F_{\mu-\beta}}=-3{,}2N$$

Δ4.

$$\pi\% = \frac{|\Delta \mathrm{K}|}{\mathrm{K}_{o\lambda,\alpha\rho\chi}}100\% = \frac{\left|\mathrm{K}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda}-\mathrm{K}_{o\lambda,\alpha\rho\chi}\right|}{\mathrm{K}_{o\lambda,\alpha\rho\chi}}100\% = \left|\frac{\mathrm{K}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda}}{\mathrm{K}_{o\lambda,\alpha\rho\chi}}-1\right|100\%$$

$$\pi\% = \left|\frac{\mathrm{K}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda}}{\mathrm{K}_{o\lambda,\alpha\rho\chi}}-1\right|100\% = \left|\frac{\frac{1}{2}\mathrm{M.V}^2+\frac{1}{2}m.v_2^2}{\frac{1}{2}m.v_1^2}-1\right|100\%$$

$$\pi\% = \left|\frac{\frac{1}{2}0{,}2.1{,}6^2+\frac{1}{2}0{,}04.2^2}{\frac{1}{2}0{,}04.10^2}-1\right|100\% \Rightarrow \pi\% = 83{,}2\%$$

5. Σώμα μάζας $m_1 = 2$ kg αφήνεται από κάποιο ύψος και μετά από 3 s χτυπάει με ταχύτητα μέτρου υ_1 στο έδαφος. Το σώμα αναπηδά με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 20$ m/s. Καθώς ανεβαίνει και σε ύψος 15 m από το έδαφος, συγκρούεται πλαστικά με άλλο σώμα μάζας $m_2 = 3$ kg που συγκρατείται ακίνητο στο ύψος αυτό, και τη στιγμή της κρούσης απελευθερώνεται. Να υπολογίσετε:

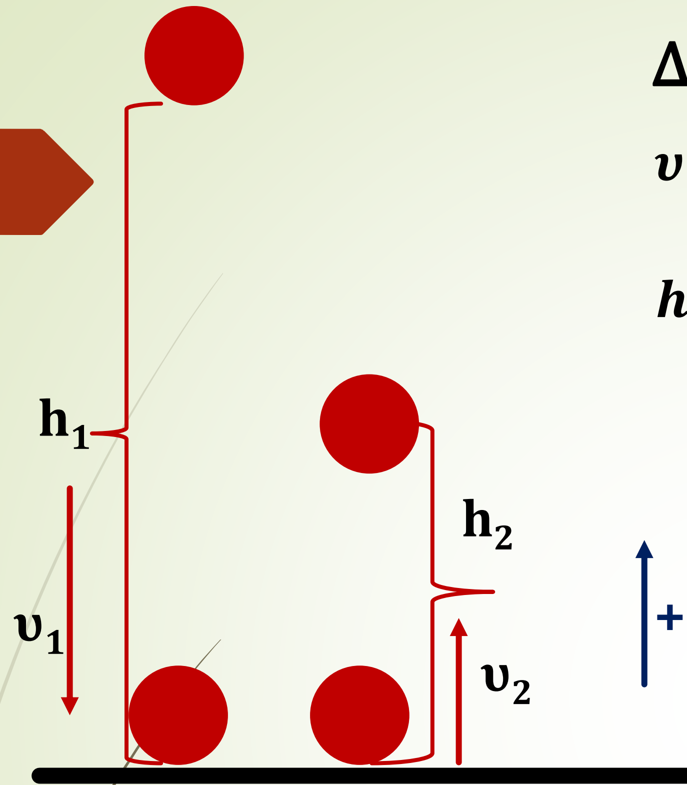
Δ1) την ταχύτητα υ_1 καθώς και το αρχικό ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα m_1,

Δ2) τη μέση συνισταμένη δύναμη που δέχτηκε το σώμα μάζας m_1 κατά την κρούση του με το έδαφος, εάν ο χρόνος επαφής με αυτό ήταν 0,1 s,

Δ3) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση,

Δ4) το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φθάσει το συσσωμάτωμα,

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g = 10$ m/s^2. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Δ1.

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = g.t} \Rightarrow \upsilon_1 = 10{}^{m}/_{s^2}\,3s \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 30{}^{m}/_{s}}$$

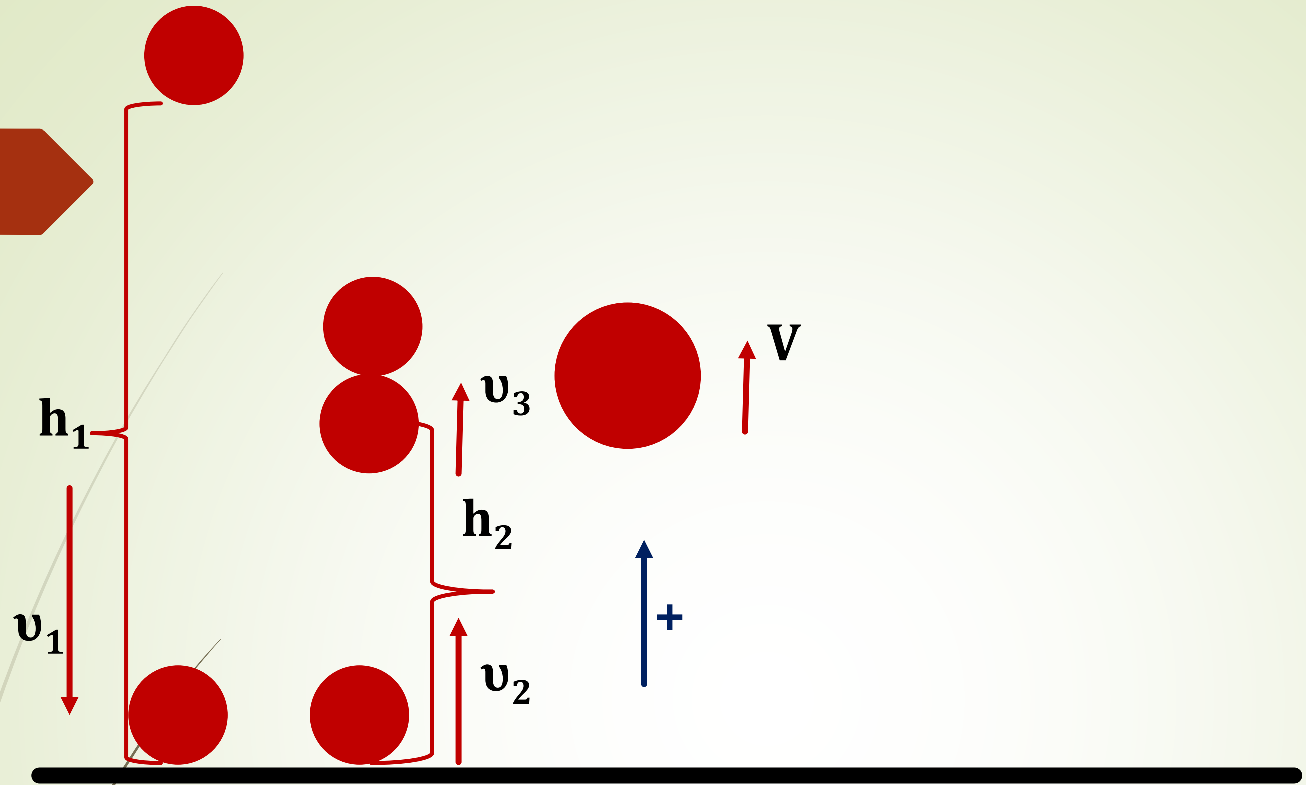
$$\boldsymbol{h_1 = \frac{1}{2} g.t^2} \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2}\,10{}^{m}/_{s^2}\,(3s)^2 \Rightarrow \boldsymbol{h_1 = 45\text{m}}$$

Δ2.

$$\boldsymbol{\Delta p = m.\upsilon_2} - (-\boldsymbol{m.\upsilon_1}) = m.\upsilon_2 + m.\upsilon_1 = 2Kg(20+30)m/s$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\Delta p = 100kg.{}^{m}/_{s}}$$

$$\boldsymbol{\Sigma F} = \frac{\boldsymbol{\Delta p}}{\boldsymbol{\Delta t}} \Rightarrow \Sigma \mathrm{F} = \frac{100^{kg.m}/_{s}}{0{,}1s} \Rightarrow \boldsymbol{\Sigma F = 1000N}$$



Δ3.

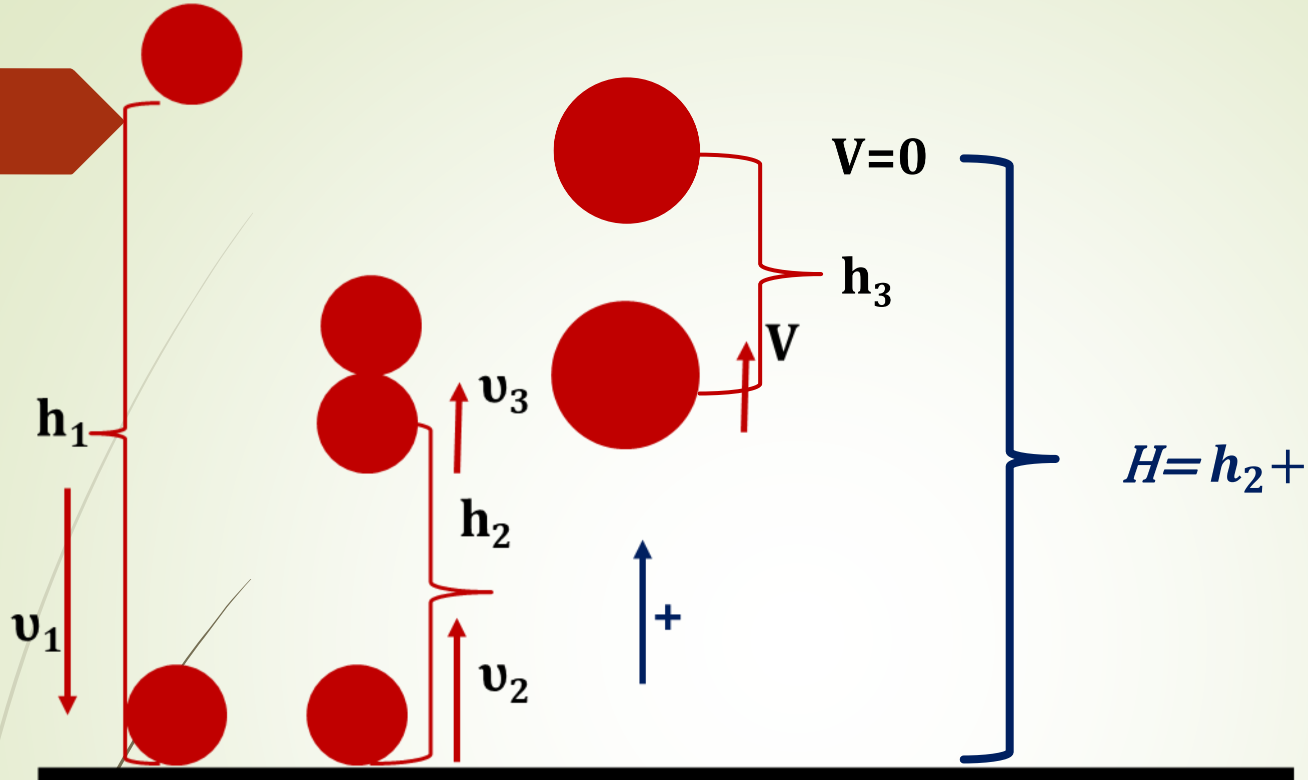
Για την άνοδο:

$$K_3 - K_2 = -mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon_3^2 - \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon_2^2 = -\cancel{m}g\, h_2$$

$$\Rightarrow \upsilon_3^2 = \upsilon_2^2 - 2g\, h_2 \Rightarrow \upsilon_3^2 = (20\, {}^{m}/_{s})^2 - 2.10\, {}^{m}/_{s^2}\, 15m \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_3 = 10\, {}^{m}/_{s}}$$

$$\vec{\boldsymbol{P}}_{\text{ολ,αρχ}} = \vec{\boldsymbol{P}}_{\text{ολ,τελ}} \Rightarrow p_1 = (m_1 + m_2)\boldsymbol{V} \Rightarrow 2.10 Kg.m/s = 5Kg.\boldsymbol{V}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V = 4\, {}^{m}/_{s}}$$



$H = h_2 + h_3 = 15,8m$

Δ4.

$$K_4 - K_3 = -mgh_3 \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}\cancel{m}V^2 = -\cancel{m}g\,h_3 \Rightarrow (4\,{}^{m}/_{s})^2 = 2.10\,{}^{m}/_{s^2}\,.\,h_3$$

$$\Rightarrow h_3 = 0,8m$$

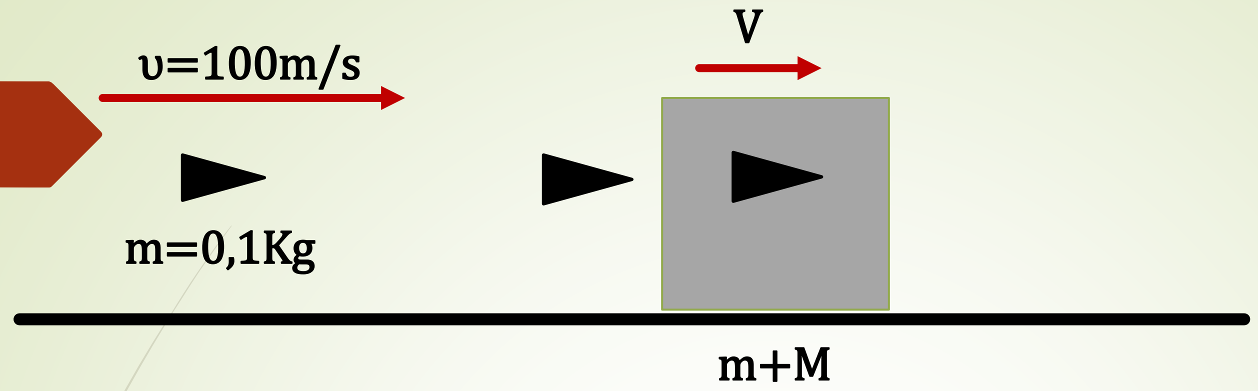
6. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,1\ \text{kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 100\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ και προσκρούει σε ακίνητο στόχο μάζας $M = 4,9\ \text{kg}$ οπότε και δημιουργείται συσσωμάτωμα. Να βρείτε:

Δ1) Την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Δ2) Τη θερμότητα η οποία ελευθερώθηκε λόγω της σύγκρουσης.

Δ3) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής για κάθε σώμα ξεχωριστά κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης.

Δ4) Το βλήμα διανύει μέσα στο στόχο απόσταση $1\ \text{m}$. Να βρεθεί η μέση δύναμη που ασκείται από το στόχο στο βλήμα κατά της διάρκεια της ενσωμάτωσής του, αν υποτεθεί ότι το βλήμα και ο στόχος εκτελούν ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις κατά τη χρονική διάρκεια της σύγκρουσης.



Δ1.

$$\vec{P}_{ολ,αρχ} = \vec{P}_{ολ,τελ} \Rightarrow m.\upsilon = (m + M)\boldsymbol{V} \Rightarrow 0{,}1Kg.100m/s = (0{,}1+4{,}9)Kg.\boldsymbol{V}$$

$$\Rightarrow V = \frac{10Kg.{}^{m}/_{s}}{5Kg} \Rightarrow \boldsymbol{V = 2\,{}^{m}/_{s}}$$

Δ2.

$$Q = \left|K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ}\right| = \left|\frac{1}{2}5Kg.(2\,{}^{m}/_{s})^2 - \frac{1}{2}0{,}1Kg.(100\,{}^{m}/_{s})^2\right|$$

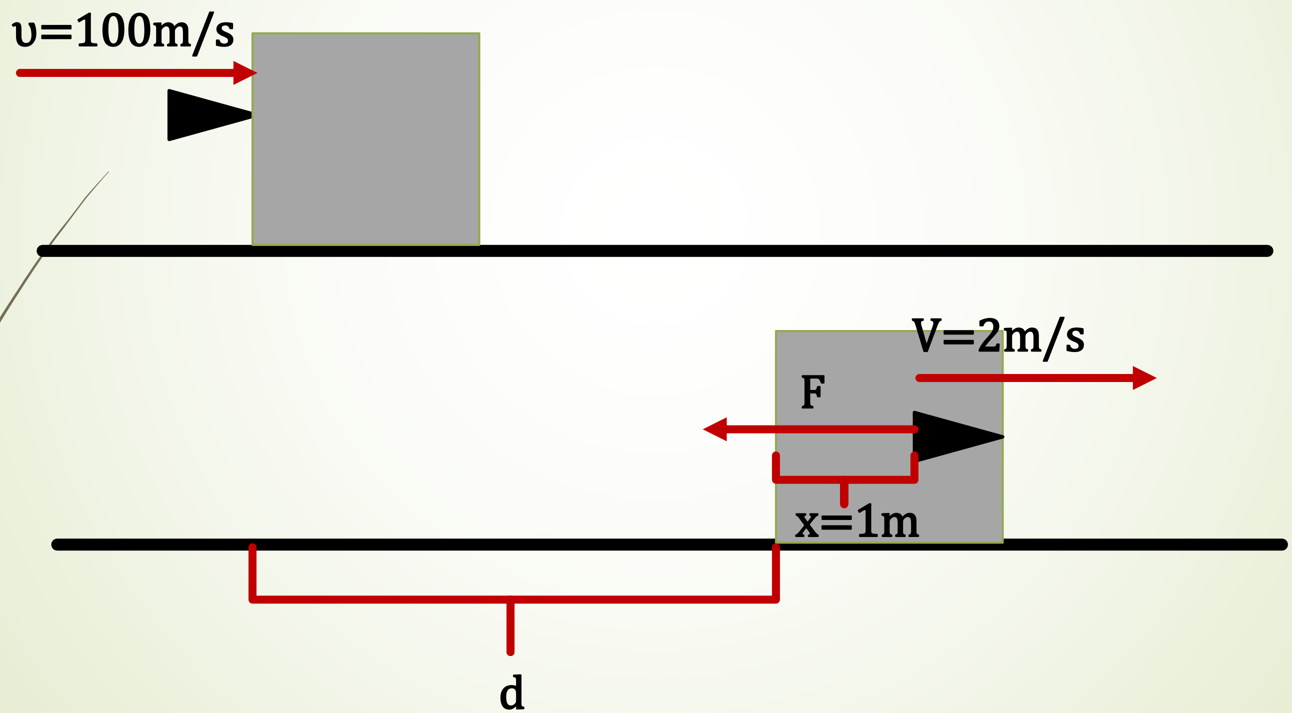
$$\Rightarrow \boldsymbol{Q = 490J}$$

Δ3.

$$|\Delta p_{\beta}| = |m.V - mv| = |0{,}1Kg.2m/s - 0{,}1Kg.100\,{}^{m}/{}_{s}\,| \Rightarrow |\Delta p_{\beta}| = 9{,}8kg.{}^{m}/{}_{s}$$

$$|\Delta p_{\sigma}| = |\mathrm{M}.V - 0| = |4{,}9Kg.2m/s - 0\,| \Rightarrow |\Delta p_{\sigma}| = 9{,}8kg.{}^{m}/{}_{s}$$

Δ4.



Το βλήμα μέσα στον στόχο **επιβραδύνεται** λόγω της δύναμης **-F** που δέχεται από τον στόχο, ενώ ο στόχος **επιταχύνεται** λόγω της δύναμης **F** , που δέχεται από το βλήμα.

Εφαρμόζουμε θ.μ.Κ.Ε για τον **στόχο**:

$$\frac{1}{2}\mathbf{M.V^2} - \mathbf{0} = \boldsymbol{F.d} \ \ (1)$$

Εφαρμόζουμε θ.μ.Κ.Ε για το **βλήμα**:

$$\frac{1}{2}\mathbf{m.V^2} - \frac{1}{2}\boldsymbol{m.\upsilon^2} = -\boldsymbol{F.(d+x)} \ \ \mathbf{(2)}$$

Προσθέτοντας τις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{1}{2}\mathbf{(M+m).V^2} - \frac{1}{2}\boldsymbol{m.\upsilon^2} = -\boldsymbol{F.x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\ 5\mathrm{Kg}.(2\ {}^{m}/_{s})^2 - \frac{1}{2}0{,}1Kg.(100\ {}^{m}/_{s})^2 = -\boldsymbol{F}.1m \Rightarrow F = \frac{10-500}{-1}N$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{F = 490N}$$

7. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 1\ \text{kg}$ και $m_2 = 2\ \text{kg}$ κινούνται το ένα προς το άλλο, σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες μέτρου $4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και $3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και σε αντίθετες κατευθύνσεις. Τα σώματα κουβαλούν μικροποσότητες εκρηκτικών, τα οποία ενδέχεται να εκραγούν κατά τη μεταξύ τους σύγκρουση. Παρατηρούμε ότι μετά τη σύγκρουσή τους η ταχύτητα του σώματος 1 έχει μέτρο $8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική κατεύθυνση κίνησης του σώματος 1. Να βρείτε:

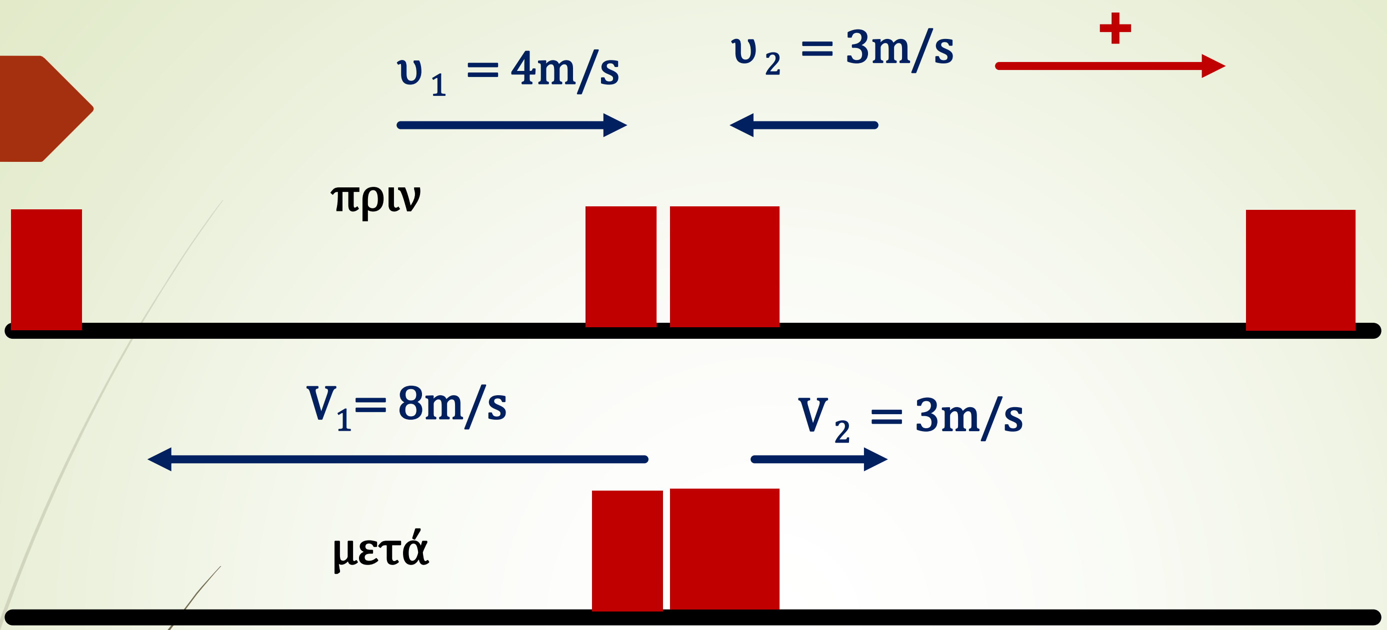
Δ1) Την ταχύτητα του σώματος 2 μετά τη σύγκρουση.

Δ2) Τη μεταβολή της ορμής κατά μέτρο για κάθε σώμα ξεχωριστά.

Δ3) Τη μέση δύναμη που ασκεί το κάθε σώμα στο άλλο, αν η σύγκρουση διαρκεί $\Delta t = 0{,}01\ \text{s}$.

Δ4) Κατά τη σύγκρουση εξερράγη κάποια ποσότητα εκρηκτικού ή απλώς παράχθηκε κάποιο ποσό θερμικής ενέργειας λόγω της σύγκρουσης;

Να προσδιορίσετε το ποσό της θερμότητας που παράχθηκε λόγω της σύγκρουσης ή της ελάχιστης ενέργειας που ελευθερώθηκε από το εκρηκτικό, με βάση την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα.



Δ1.

$$\vec{P}_{ολ,αρχ} = \vec{P}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 . \upsilon_1 + m_2 . \upsilon_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

$$\Rightarrow 1Kg.4m/s + 2Kg.(-3m/s) = 1Kg.(-8m/s) + 2Kg.\, V_2$$

$$\Rightarrow -2Kg.m/s = -8Kg.m/s + 2Kg.\, V_2 \Rightarrow V_2 = 3\ m/s$$

Δ2.

$$|\Delta p_1| = |m_1 . V_1 - m_1 v_1| = |1Kg.(-8)m/s - 1Kg.4\,{}^{m}/{}_{s}\,| \Rightarrow |\Delta p_1| = 12kg.{}^{m}/{}_{s}$$

$$|\Delta p_2| = |m_2 . V_2 - m_2 v_2| = |2Kg.3m/s - 2Kg.(-3)\,{}^{m}/{}_{s}\,| \Rightarrow |\Delta p_2| = 12kg.{}^{m}/{}_{s}$$

Δ3.

$$\overline{F_{1-2}} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = \frac{12Kg\,{}^{m}/{}_{s}}{0{,}01s} \Rightarrow \overline{F_{1-2}} = 1200N$$

$$\overline{F_{2-1}} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{-12Kg\,{}^{m}/{}_{s}}{0{,}01s} \Rightarrow \overline{F_{2-1}} = -1200N$$

Δ4.

$$K_{ολ,αρχ} = K_1 + K_2 = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2^2$$

$$\Rightarrow K_{ολ,αρχ} = \frac{1}{2}1Kg(4\,{}^{m}/_{s})^2 + \frac{1}{2}2Kg(3\,{}^{m}/_{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_{ολ,αρχ} = 17J}$$

$$K_{ολ,τελ} = K_1' + K_2' = \frac{1}{2}m_1 V_1^2 + \frac{1}{2}m_2 V_2^2$$

$$\Rightarrow K_{ολ,τελ} = \frac{1}{2}1Kg(8\,{}^{m}/_{s})^2 + \frac{1}{2}2Kg(3\,{}^{m}/_{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_{ολ,τελ} = 41J}$$

$$\boldsymbol{K_{ολ,τελ} > K_{ολ,αρχ}}$$

‘Αρα ελευθερώθηκε ενέργεια **E=41J-17J =24J** λόγω του εκρηκτικού.

8. Μικρή σφαίρα μάζας 0,1 kg αφήνεται από ύψος h να πέσει ελεύθερα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα προσκρούει στο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $υ_1 = 5$ m/s και αναπηδά κατακόρυφα έχοντας αμέσως μόλις χάσει την επαφή της με το δάπεδο, ταχύτητα μέτρου $υ_2 = 2$ m/s. Η χρονική διάρκεια της επαφής της σφαίρας με το δάπεδο είναι 0,1 s. Να υπολογιστούν:

Δ1) Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας (κατά μέτρο και κατεύθυνση) κατά την κρούση της με το δάπεδο.

Δ2) Η μέση τιμή της δύναμης που ασκήθηκε από το δάπεδο στη σφαίρα κατά την κρούση.

Δ3) Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα.

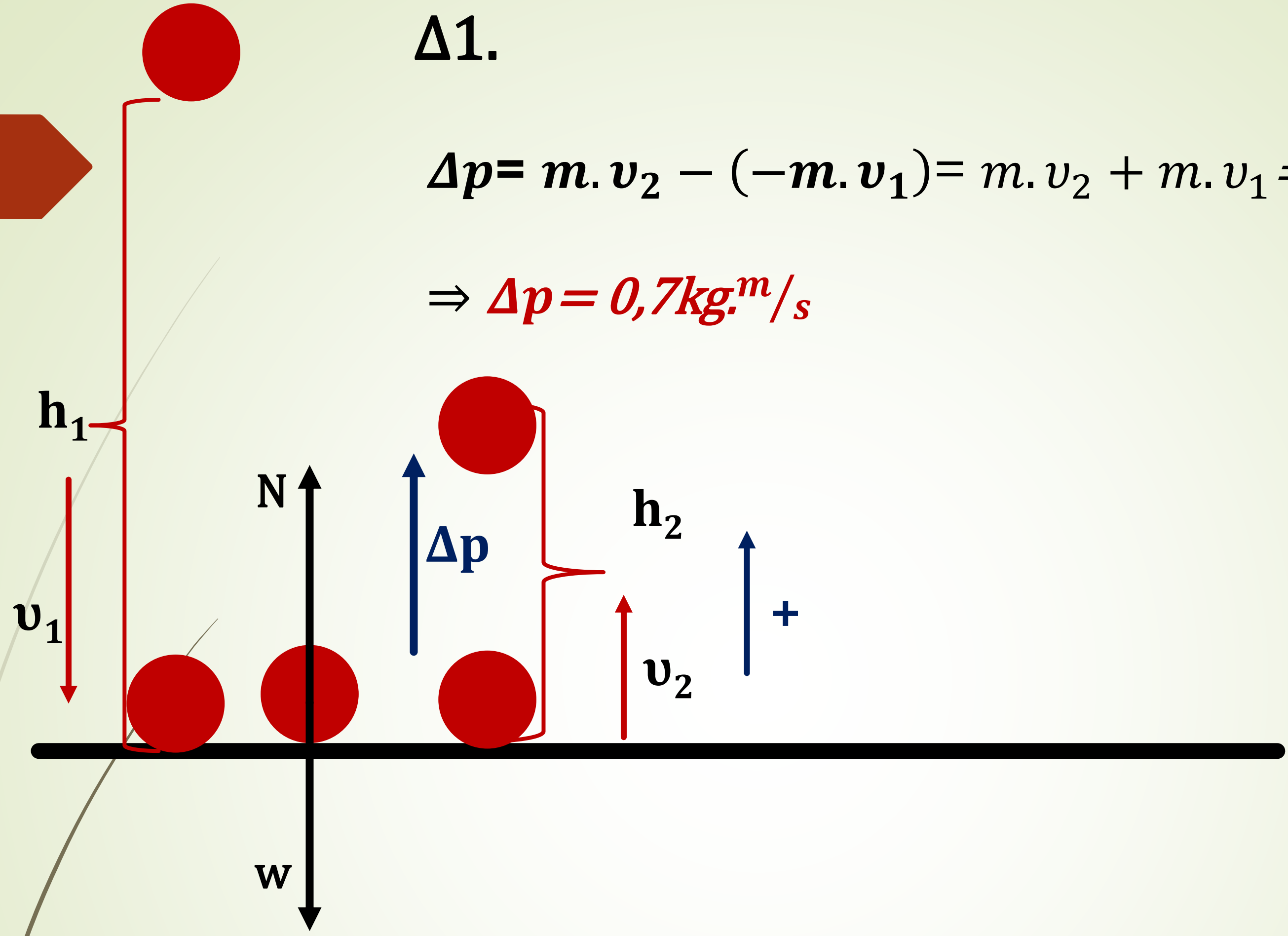
Δ4) Το % ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας της σφαίρας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά την κρούση.

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10$ m/s^2 και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Θεωρήστε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν, το επίπεδο του δαπέδου.

Δ1.

$$\Delta p = m.\upsilon_2 - (-m.\upsilon_1) = m.\upsilon_2 + m.\upsilon_1 = 0{,}1Kg(2+5)m/s$$

$$\Rightarrow \Delta p = 0{,}7kg.{}^{m}/_{s}$$



Δ2.

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow N - m.g = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow N = \frac{0{,}7Kg}{0{,}1s} + 0{,}1Kg.10\,{}^{m}/_{s^2}$$

$$\Rightarrow N = 8N$$

Δ3.

$$\boldsymbol{\upsilon_1} = \boldsymbol{g}.\boldsymbol{t} \Rightarrow 5\,{}^{m}/_{s} = 10\,{}^{m}/_{s^2}\, t \Rightarrow \boldsymbol{t=0{,}5s}$$

$$\boldsymbol{h} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{g}.\boldsymbol{t^2} \Rightarrow h = \frac{1}{2}10\,{}^{m}/_{s^2}\,(0{,}5s)^2 \Rightarrow \boldsymbol{h} \ \mathbf{=1{,}25m}$$

Δ4.

$$\boldsymbol{\pi} = \frac{|\boldsymbol{\Delta K}|}{\boldsymbol{E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi}}}100\% = \frac{\left|K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}\right|}{E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi}}100\% = \frac{\left|\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2\right|}{mgh}100\%$$

$$\boldsymbol{\pi} = \frac{\left|\frac{1}{2}4 - \frac{1}{2}25\right|}{10.1{,}25}100\,\%$$

$$\boldsymbol{\pi=84\%}$$